



Högskolan Kristianstad  
291 88 Kristianstad  
044-20 30 00  
[www.hkr.se](http://www.hkr.se)

# Bilder som stöd i matematik- undervisningen

- och om elevernas väg till att bli goda problemlösare

Författarens namn	Författarens namn
Lotten Andersson	Anita Mårtensson

---

Examensarbete:	15 hp
Sektion:	Lärarytbildningen
Program:	Speciallärarytprogrammet/ Specialpedagogprogrammet
Nivå:	Avancerad nivå
Termin/år:	VT 2011
Handledare:	Ingemar Holgersson & Pia Thornberg
Examinator:	Ann-Elise Persson

# Bilder som stöd i matematikundervisningen - och om elevernas väg till att bli goda problemlösare

## Visual support in math instruction - and students developing problem solving ability

### **Abstract**

Vårt syfte med den här studien är att undersöka om eleverna i matematikundervisningen kan vara hjälpta av bilder. Studien belyser också elevernas utvecklingsväg till att bli goda problemlösare. Vi studerar elevernas utveckling ur tre perspektiv. Elevernas förmåga att läsa och förstå texten i problemlösningsuppgifter, deras utveckling från analoga representationer till symboliska representationer och deras utveckling från att använda konkreta strategier till abstrakta strategier. Vi frågar oss också slutligen om eleverna generaliserar sina kunskaper.

Eftersom vi bland annat undervisar elever med läs- och skrivsvårigheter och döva/hörselskadade elever valde vi att genomföra intervjuer i form av kvalitativa forskningsintervjuer. Detta kändes som en lämplig metod då den till viss del avslöjar och kompenserar eventuella språkliga svårigheter. Eleverna fick också genomföra ett test med fem problemlösningsuppgifter, alla med en liknande följdfråga.

Resultaten visar sammanfattningsvis att många elever är hjälpta av bilder, men i olika situationer och på olika sätt. Lärarens medvetenhet om elevens behov är av stor vikt. Vi fick en relativt god bild av elevernas utveckling och slutsatsen vi drog av detta är att det är viktigt för undervisande lärare att ha en helhetsbild av elevens kunskaper. De kan ha kommit långt inom ett område medan de har stora svårigheter med ett annat. Vad gäller elevernas generaliseringsförmåga visade vårt test få exempel på att eleverna nyttjade sina nyförvärvade kunskaper och kunde klara en liknande uppgift på egen hand.

**Ämnesord:** abstrakt, analogt, bilder, dövhet, generalisera, hörselskada, konkret, lässvårigheter, matematiksvårigheter, skrivsvårigheter, symbolisk, utveckling, visuell

# INNEHÅLL

## 1 INLEDNING

1.1 Bakgrund.....	5
1.2 Syfte och problemformulering.....	6
1.3 Studiens avgränsning.....	7
1.4 Studiens upplägg.....	7

## 2 LITTERATURGENOMGÅNG.....9

2.1 Matematikssvårigheter.....	9
2.2 Läs- och skrivsvårigheter.....	10
2.3 Dövhet/hörselskada.....	12
2.4 Lärandeprocessen.....	14

## 3 TEORI.....15

3.1 Bilder som stöd i matematikundervisningen.....	15
3.2 Elevernas utveckling till goda problemlösare.....	16
3.2.1 Elevens förmåga att läsa och förstå texten.....	16
3.2.2 Elevernas utveckling från analoga representationer till symboliskare representativa.....	18
3.2.3 Elevernas utveckling från konkreta strategier till abstrakta strategier.....	19
3.3 Elevernas förmåga att generalisera.....	20
3.4 Lotsning.....	21

## 4 METOD

4.1 Val av metod.....	23
4.2 Val av uppgifter.....	24
4.3 Pilotstudie.....	28
4.4 Undersökningsgrupp.....	29
4.5 Genomförande.....	31
4.6 Bearbetning.....	31
4.7 Tillförlitligheten.....	31
4.8 Etik.....	32

## 5 RESULTAT.....33

5.1 Intervju med Anna.....	33
5.2 Analys av intervju med Anna.....	35
5.3 Intervju med Victor.....	36
5.4 Analys av intervju med Victor.....	38
5.5 Intervju med Sara.....	40
5.6 Analys av intervju med Sara.....	42
5.7 Intervju med Petter.....	43
5.8 Analys av intervju med Petter.....	46

5.9 Intervju med Elias.....	47
5.10 Analys av intervju med Elias.....	50
5.11 Intervju med Lukas.....	51
5.12 Analys av intervju med Lukas.....	53
5.13 Intervju med Tina.....	54
5.14 Analys av intervju med Tina.....	56
5.15 Intervju med Sonja.....	57
5.16 Analys av intervju med Sonja.....	58
5.17 Intervju med Jane.....	58
5.18 Analys av intervju med Jane.....	60
5.19 Intervju med Aron.....	60
5.20 Analys av intervju med Aron.....	62
5.21 Sammanfattande analys .....	63

## **6 DISKUSSION**

6.1 Diskussion.....	66
6.2 Övriga upptäckter värda att diskutera.....	68
6.3 Metoddiskussion.....	69
6.4 Specialpedagogiska implikationer.....	70
6.5 Fortsatt forskning.....	70

## **7 SAMMANFATTNING.....72**

## **REFERENSER.....74**

## **BILAGA.....76**

# 1 INLEDNING

## 1.1 Bakgrund

Vi är två grundskollärare som läser speciallärarprogrammet med inriktning på matematik. Under flera år har vi båda delvis arbetat med elever som har olika typer av svårigheter för lärande. Många av våra elever har svårt för att förstå och lösa problemlösningsuppgifter i matematik och vi har därför valt studera detta närmre.

Problemlösningsuppgifterna är många gånger en brygga mellan en verklig värld av vardagliga händelser och en abstrakt matematisk verklighet. För elever som har svårigheter med matematik kan det vara särskilt viktigt att stödja elevens väg från konkret till mer abstrakt tänkande. Vi kan läsa i Lgr11:(Skolverket, 2011)

*”Undervisningen ska bidra till att eleverna utvecklar kunskaper för att kunna formulera och lösa problem samt reflektera över och värdera valda strategier, metoder, modeller och resultat. Eleverna ska även ges förutsättningar att utveckla kunskaper för att kunna tolka vardagliga och matematiska situationer samt beskriva och formulera dessa med hjälp av matematikens uttrycksformer.”*

Matematik är ett ämne som innehåller många komponenter. Vi har studerat Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) som flätar samman matematiken i begreppsförståelse, förmåga att resonera logiskt, goda färdigheter, problemlösningskompetens och förtrogenhet och kallar detta matematisk kompetens. Det har också blivit tydligt att språket har stor betydelse inom matematiken. Detta ser vi särskilt när det gäller begreppsförståelse och problemlösning men också när det gäller att kunna resonera logiskt. Vi har i samband med detta studerat läs- och skrivsvårigheter i matematikundervisningen och Lundberg & Sterner (2006) har fått oss att vilja gå in djupare på språkets betydelse för matematik eftersom vi har sett att språkliga svårigheter ställt till problem för många elever.

Det är inte alltid lätt att avgöra vad som ställer till svårigheter för eleverna. Vi har lagt märke till att eleverna ofta har svårt att tolka texten, och göra sig en mental bild av situationen. Kanske beror detta på att de har svårt med läsförståelsen? Ibland hjälper det att läsa upp texten för eleverna och ibland kan det hjälpa att vi som lärare ritar en bild som förklarar texten. Men även andra variabler spelar en roll för att eleverna ska lyckas, som till exempel begreppsförståelse och logiskt tänkande.

Eftersom vi bland annat undervisar barn med läs- och skrivsvårigheter och/eller dövhet/hörselskada har vi intresserat oss mycket för hur vi kan använda bilder i undervisningen. Vi har läst och diskuterat Terezinha Nunes (Phd, Professor of Psychology, Oxford Brookes University) bok ”Teaching mathematics to Deaf children”. Nunes (2004) skriver bland annat om hur det är särskilt viktigt att stödja elever som har svårigheter med matematik på deras väg från analogt tänkande till mer symboliskt. Hon ger flera exempel på hur man med hjälp av bilder kan göra detta och det har gjort oss nyfikna.

Vi tror att bilder är ett bra redskap i arbetet att stärka barnens språk- och begreppsutveckling. Som blivande speciallärare lägger vi stor vikt vid att anpassa undervisningen efter elevernas behov.

I examensordningen för speciallärarexamen kan man under målen läsa:

- *”För speciallärarexamen skall studenten*
- *Visa fördjupad kunskap om barns och elevers språk- och begreppsutveckling och stimulans av denna, och*
- *Visa fördjupad kunskap om elevers lärande och skriv-, läs- eller matematikutveckling.*
- *Visa fördjupad förmåga till ett individanpassat arbetssätt för barn och elever i behov av särskilt stöd.”*

(Svenska författningssamlingen, 2007:638)

En annan sak som vi reflekterat över, när det gäller elevernas utveckling till goda problemlösare, är att de strategier och upptäckter som vi ser att eleverna gör när de löser ett problem verkar inte finnas till hands vid nästa problemlösningstillfälle. Detta har fått oss är att fundera över om eleverna inte generaliserar sina nyvunna kunskaper.

## 1.2 Syfte och problemformulering

De elever vi kommer att välja ut till undersökningen får alla specialundervisning. De har olika typer av svårigheter, som läs- och skrivsvårigheter, matematiksvårigheter och/eller är döva/hörselskadade.

Vårt syfte med den här studien är trefaldigt. För det första vill vi undersöka om elever i behov av specialundervisning kan vara hjälpta av bilder i matematikundervisningen. Detta gäller till exempel förtryckta bilder som läraren ordnat, bilder som läraren och eleven ritat tillsammans i en problemlösningssituation eller bilder som eleven ritat på egen hand för att strukturera sina tankar.

För det andra vill vi belysa dessa elevers utvecklingsväg till att bli goda problemlösare, då vi tror att kunskap om elevernas utveckling kan ge oss den insyn vi behöver för att hjälpa eleverna till bättre förståelse. Vi tycker det är viktigt med en helhetssyn på elevernas utveckling och har därför valt att studera eleverna ur tre utvecklingsperspektiv:

- Elevernas förmåga att läsa och förstå texten i problemlösningssuppgifter.
- Elevernas utveckling från att använda analoga representationer till att använda symboliska representationer.
- Elevernas utveckling från konkreta strategier till abstrakta strategier.

För det tredje vill vi göra en undersökning för att se om eleverna generaliserar sina nyvunna kunskaper. Vi vill se om eleverna lär något, upptäcker något i en problemlösningssituation tillsammans med oss och sedan använder sig av denna kunskap om de får ett liknande problem.

Med detta redovisade syfte som grund har vi nedan formulerat följande tre frågeställningar:

1. Är eleverna hjälpta av bilder i matematiken? Bilder som de ritat själva, bilder som vi gör tillsammans eller bilder som läraren konstruerar?

2. Kan vi vid våra intervjuer skapa oss en bild av var eleverna befinner sig i sin utveckling?
3. Om eleverna upptäcker något, lär något, i våra uppgifter, använder de då sig av denna kunskap om de får en liknande uppgift, det vill säga, generaliserar de sina kunskaper?

### 1.3 Studiens avgränsning

För att begränsa oss inför detta arbete har vi valt att intervjua en grupp elever som får specialundervisning. Det rör sig bland annat om elever med läs- och skrivsvårigheter, koncentrationssvårigheter och/eller elever som är döva/hörselskadade. Studien har utförts på två olika skolor. Vi har intervjuat 10 elever i årskurserna 4-6.

Den här studien skulle med fördel utförts under en längre tid. Vi skulle då haft möjlighet att kontrollera elevernas förkunskaper, gett dem fler tillfällen att ta till sig övningarna och noga följt upp vad de lärt. På grund av tidsbrist har vi endast träffat varje enskild elev vid ett tillfälle och intervjun varade i ca 40 min. Eleverna fick lösa 5 frågor, där varje fråga också hade en följdfråga.

### 1.4 Studiens upplägg

Uppsatsen fortsätter här efter med en litteraturgenomgång. I denna redogör vi för fakta och gjord forskning som knyter an till syftet med vårt arbete. Vi ger läsaren en bild av olika svårigheter som våra elever har, och tar upp olika typer av stöd som de eventuellt kan tänkas behöva. Vi gör också en kort beskrivning av det vi idag vet om hur barn i allmänhet lär matematik och redogör för några olika utvecklingsfaser från konkret tänkande till abstrakt och från förståelse för analoga representationer till förståelse för symboliska representationer. En annan viktig del som vi studerar är vikten av transfer, det vill säga förmågan att kunna använda sina erfarenheter, kunskaper och förmågor i nya situationer.

Sedan följer teoridelen. I detta kapitel försöker vi tydliggöra vilka teorier vi tagit fasta på i just denna studie och vilka tankegångar som ligger bakom våra inledande frågeställningar.

Därefter följer metoddelen där vi inleder med att redovisa några utgångspunkter för vår valda metod. Här finns också en diskussion om hur vi resonerat med för- och nackdelar med just vår metod. Vidare presenterar vi de frågor som kommer att användas vid intervjutillfällena och nämner i korthet den pilotstudie vi utfört för att bland annat prova hur frågorna fungerade. Slutligen redogör vi i metoddelen för vår undersökningsgrupp, hur vi bearbetat vårt material och avslutningsvis diskuterar vi några etiska överväganden och studiens tillförlitlighet.

Uppsatsens största del utgörs av kapitel 5, där vi presenterar våra resultat. Här presenterar vi en elevintervju i taget med efterföljande analys där vi försöker se på eleven ur ett utvecklingsperspektiv. Resultatdelen avslutas med en sammanfattande analys där vi ser över resultaten i sin helhet och undersöker om vi fått svar på våra frågeställningar.

Vi avslutar vårt arbete med en diskussion, där vi reflekterar över vårt syfte och våra inledande frågeställningar i anknytning till våra resultat, vår teori och den litteratur vi gått igenom.

Uppsatsen avslutas sedan med en sammanfattning där vi i korthet åter presenterar syfte, frågeställningar, metod, teori samt lägger fram de viktigaste resultaten av vår studie.



## 2 LITTERATURGENOMGÅNG

Svårigheter vid problemlösning kan finnas i många olika former och förklaringarna till dessa kan vara många. Det är inte alltid lätt att avgöra vad som ställer till svårigheter för eleverna. Är det svårt för eleven att hitta en logisk lösning av problemet och strukturera sina tankar, eller har eleven svårt att tolka texten och förstå frågan? Kanske beror svårigheterna bara på att de missförstår något matematiskt begrepp i frågan?

I detta kapitel presenterar vi olika svårigheter som kan förekomma vid problemlösning. Vi betonar då matematiksvårigheter och svårigheter som vi på förhand vet att våra elever handskas med, som läs- och skrivsvårigheter och/eller dövhet/hörselskada.

Vi gör också en kort beskrivning av det vi idag vet om hur barn i allmänhet lär matematik.

### 2.1 Matematiksvårigheter

Adler (2007) beskriver några orsaker till varför elever hamnar i svårigheter. Eleven kan ha fått en bristande undervisning eller kan det vara brister i undervisningen, sådana exempel kan vara sjukdom, skolk, avstängning, lärare som saknar kompetens eller helt enkelt fel typ av undervisning för just den eleven. Eleven kan också av olika orsaker utveckla känslomässiga blockeringar som kan ha sin grund i tidigare misslyckanden. Adler diskuterar också en viss typ av svårigheter som han kallar allmänna respektive specifika kognitiva svårigheter. De allmänna kognitiva svårigheterna visar sig som allmänna matematiksvårigheter, eleven har inte bara svårt med någon del av matematiken utan med flera områden. Eleven har svårt att tänka snabbt, effektivt och flexibelt. De elever som har specifika kognitiva svårigheterna har problem med delar av de kognitiva processerna som t.ex. perception, minne, tankeprocess eller språk. Dessa elever är ofta normalbegåvade, men uppvisar en ojämnhet i sina prestationer. Problem med matematiken kan också bero på oförmåga att räkna som följd av en språkstörning. Språkstörningen berör förståelse och förmåga att ersätta konkret mängd med siffror och tal. Adler nämner också familje- och kulturell tradition som en av orsakerna till att det kan uppstå svårigheter. Han menar att alla dessa nämnda orsaker kan ligga bakom matematiksvårigheter, antingen är det en av dem, eller en kombination av flera. Adler skriver också att känslomässiga blockeringar i kombination med brister i undervisningen nog är den vanligaste orsaken till varför elever hamnar i svårigheter.

Lundberg & Sterner (2009) tar också upp olika orsaker till varför elever hamnar i svårigheter. De skriver:

”Att en elev har svårt att följa med är inte svårt att se. Men vad beror det på? Har undervisningen varit bristfällig med alltför snabba genomgångar, för mycket abstraktion eller med dåliga förklaringar som bottnar i lärarens egna brister i matematik? Saknar eleven uthållighet och koncentrationsförmåga? Blir eleven uttråkad och vill hellre göra något annat än att räkna? Har eleven särskilt stora svårigheter att läsa och därför inte kan klara testuppgifter? Har eleven bristfälligt arbetsminne? Har eleven fått för lite stimulans under förskoletiden? Är det fråga om en kraftig emotionell reaktion närmast av fobisk natur inför siffror? Är det konstitutionellt betingat

oförmåga att handskas med kvantiteter? Eller är det en kombination av många olika faktorer?”  
(Lundberg & Sterner, 2009, s. 36)

Lundberg & Sterner (2009) skriver också att det finns studier som visar att stökiga klassrum kan reducera den effektiva tiden för elevers matematikarbete (Time on task, TOT- principen) vilket kan vara förödande för många elever, särskilt de som redan från början har svårigheter.

I Sjöbergs avhandling (2006) framkom fler problem som orsakade svårigheter. Det främsta var kanske elevernas låga arbetsinsats. Eleverna använder alltför lite tid till matematikämnet. Eleverna i Sjöbergs studie lyfte också flera strukturella orsaker till sina inlärningsproblem, brist på arbetsro och möjlighet till koncentration pga. stora undervisningsgrupper, långa arbetspass som till största delen utnyttjades till ”tyst räkning” vilket inte eleverna var motiverade för. Kommunikationen i klassrummet fungerade inte heller problemfritt, eleverna hade ibland svårt att förstå lärarnas förklaringar och vände sig därför ofta till kamrater när de behövde hjälp. Och många kände en stor stress och oro inför proven vilket påverkade resultaten negativt.

Lundberg & Sterner (2009) redogör för hur de ser på de två begreppen matematiksvårigheter och räkningsvårigheter. Sammanfattningsvis menar de att matematiksvårigheter är ett generellt begrepp som i princip innebär att eleven har svårt att nå grundskolans mål, medan de med begreppet räkningsvårigheter menar elever som har svag taluppfattning, svårt att minnas talfakta och svårt att genomföra olika räkneoperationer. Dessa räkningsvårigheter kan variera – och i vissa fall kan det vara dyskalkyli. Lundberg & Sterner skriver att dyskalkyli är en term som används alltmer men det är svårt att definiera begreppet. Avgränsningarna är mer otydliga än när det gäller begreppet dyslexi. När det gäller dyskalkyli tar Lundberg & Sterner fasta på sådant som många av de ledande forskarna verkar vara eniga om. De vill då ge beteckningen dyskalkyli åt barn med en mera specifik svårighet med räkning, dvs. barn som har stora svårigheter att lära sig räkna, trots god undervisning och trots att barnen kanske inte har stora svårigheter att lära sig andra färdigheter.

## 2.2 Läs- och skrivsvårigheter

Sterner & Lundberg (2004) skriver att elever i läs- och skrivsvårigheter ofta upplever svårigheter i matematiken. Den allmänna läsnivån för matematiska textuppgifter och det matematiska språket ställer särskilda krav på läsaren. En sådan kombination gör naturligtvis problemet än större. Språkliga svårigheter bidrar till att elever kan ha problem med att lära sig matematiska symbolers innebörd. Detta belyser även Dowker (2005) och menar att ett fattigt språk gör det svårt att få kontroll i matematiken och få förståelse i de olika strategierna. För elever med språksvårighet är orden i texten ett bekymmer när de löser problemlösningssuppgifterna. Vidare uttrycker Sterner & Lundberg (2004) att lärarna i välmening låter elever i läs- och skrivsvårigheter undvika svårigheter genom att låta dem arbeta med uppgifter där de språkliga kraven är minimerade vilket de inte rekommenderar. De anser också att det laborativa materialets funktion är att lyfta fram det matematiska tänkandet och stödja språkliga förklaringar. De betonar vikten av att lägga undan det laborativa materialet så fort eleverna förstått en ny tankeform i olika situationer.

Malmer & Adler (1996) belyser den specifika läs- och skrivsvårigheten, dyslexi. En definition är:

”Ordet ”dyslexi” är sammansatt av ”dys” och ”lexi” och betyder svårighet med ord. Begreppet kan betraktas som synonymt till ”specifika läs- och skrivsvårigheter, som inte kan förklaras av den

allmänna begåvningsnivån, funktionshinder eller bristande social och pedagogisk stimulans.”  
(Malmer & Adler, 1996, s 17)

De tar upp tecken som elever kan ha svårigheter med just inom matematiken. Eleven har svårt med att:

- uppfatta tid och lära sig klockan,
- lära sig ordningsföljder (månader)
- lära sig utantill (multiplikationstabell)
- strukturera och förstå struktur, få ner det på papper
- minnas långa instruktioner, planera, koncentrera sig.

Sterner & Lundberg (2004) skriver att Vygotsky har hävdad språkets stora betydelse för allt lärande. Han menar att språket leder barnets utveckling framåt och att språk och tanke utvecklas i ett socialt samspel. Läraren har en central roll för elevens lärande med kommunikation och reflekterande samspel, enligt våra läroplaner. Får eleverna använda sitt eget muntliga språk, rita bilder och skapa egna symboler för att uttrycka tankar och idéer om matematik i samspel med kamrater och lärare, sker en språkutveckling. Vidare skriver de om begrepps innehåll och begreppsuttryck. Begrepps innehåll är t.ex. tankar och uppfattningar som vi har om omvärlden. Begreppsuttryck är det språk med vilket vi kan uttrycka dessa tankar och idéer. Sådant samspel och kommunikation mellan elever och elever och lärare sker t.ex. när elever löser problem i par eller grupper där de diskuterar fram förslag på lösningar och val av strategier.

Ett problem för elever med läs- och skrivsvårigheter är kontrasten mellan precisa ord och deras innebörd och allmänna vardagliga ord. Det finns stor risk för förvirring när man använder matematiska ord som har andra vardagliga betydelser ord som t.ex. volym, funktion, axel och likhet.

I den grundläggande inläring i matematik speglar inte barnens förmåga att använda matematiska symboler deras verkliga förståelse situationer som har att göra med matematik. Genom att kommunicera med sitt eget talade språk, använda sina egna uttrycksformer, rita bilder och handskas med verkliga objekt, skaffar sig barnen erfarenhet som kan utvecklas till formella kunskaper och förståelse. Ett viktigt steg mellan elevernas laborerande med objekt och abstrakt arbete med tal är ett steg där de får föreställa sig objekt och utveckla förmåga att kunna skapa en inre föreställning klargör Sterner & Lundberg (2004).

Malmer (1999) påpekar att hade vi inom matematiken väntat med symbolerna, hade vi kanske långt tidigare haft bättre fokusering på matematikens innehåll än på dess form. En större förtroenhet med laborativt material skulle framförallt gagna elever som har svårigheter med symboltolkning . Om dessa elever under inledande övningar fick tillfälle att bevisa sin kompetens på andra sätt som t ex genom att konkret utföra övningar, genom att rita bilder skulle de slippa att känna sig så ”dumma”.

Vidare menar hon att det är lärarens ansvar att planlägga arbete så att det skapas bästa möjliga miljö för lärande. Detta innebär att det ges utrymme för reflekterande samtal, där det sker ett utbyte av tankar och erfarenheter och idéer.

Malmer (1999) lyfter också att matematiken har olika inlärningsnivåer. Först börjar vi med att tänka och tala om det som bygger på erfarenheter, ordförrådet och associationer som utgår ifrån att känna igen och ha varit med om. Nästa nivå är det konkreta handlande genom att laborera med konkreta material som t ex klossar och stavar, där man prövar sig fram. Nästa steg är att synliggöra genom att använda olika representationsformer som t ex rita bilder, figurer, diagram och mönster. Nästa nivå blir sen det abstrakta symbolspråket här det gäller att formulera och förstå där man använder matematiska uttryck, ekvationer mm. Därefter blir

nästa steg att tillämpa de nya kunskaperna genom att veta hur och när de nya kunskaperna kan användas. Sista steget är att kunna reflektera, beskriva, förklara och analysera och argumentera för matematiska tankar.

Språket är ett instrument enligt Malmer (1999) att nå kunskap där det inte är bara det verbala och det skrivna språket som man kan uttrycka sig med utan det finns andra representationsformer som laborationer, dramatiseringar, bildframställningar mm.

Läraren behöver utöver ämneskunskap också goda kunskaper om elevens inlärningsvillkor och som lärare försöka förstå det individuella sätt eleven reagerar på. Det är som att leta rätt på den nyckel som kan öppna dörren till elevens individuella matteverkstad. En mycket viktig och angelägen fråga är hur vi ska kunna tydliggöra och visualisera de matematiska processerna. För många är matematiken alldeles för abstrakt, men som lärare bör vi så långt möjligt göra den både begriplig och attraktiv för eleverna klargör Malmer (1999) .

Nunes (2004) skriver att man tidigare påstod att det första eleven bör göra när han eller hon ska lösa ett problem är att tolka texten och sedan identifiera och utföra den rätta räkneoperationen. Nunes (2004) menar att detta inte verkar stämma. Hon skriver att det är ingen tvekan om att barnen först måste skapa sig en mental representation av problemet men idén att man sedan ska hitta den rätta räknemetoden stöds inte av någon forskning. Nunes menar att det i många matematiska problem i stället finns många logiska sätt att hitta svaret. Barnen måste förstå problemet och sedan finna en procedur som fungerar logiskt i situationen. I multiplikationsuppgifter kan detta vara att räkna i enheter, räkna i större enheter, eller använda upprepad addition eller multiplicera.

Vidare skriver Nunes att denna idé att eleverna först måste göra en verbal tolkning av problemet resulterat i fel undervisningsmetoder. Ett exempel som hon ger är då eleverna tränas i att identifiera så kallade nyckelord i räknesor, och sedan genom dessa lista ut vilken räknemetod som ska utföras. Hon skriver att lärarna gör listor med ord som till exempel ”tillsammans” som då skulle betyda addition, eller ”mindre” och ”färre” som skulle betyda subtraktion. Hon betonar att det finns situationer då detta inte stämmer.

### 2.3 Dövhet/hörselskada

Det är det svenska språket som används för att förmedla kunskap i Sverige, detta gäller även för de döva. Foisack (2003) berättar att man inte började undervisa på teckenspråk förrän på 70-talet och det är relativt ovanligt att döva personer studerar på akademisk nivå men i och med rättigheten att använda teckenspråkstolk har möjligheterna ökat för döva.

Att kommunicera med teckenspråk kan vara både en fördel och en nackdel när man lär matematik. Det är en fördel på så sätt att språkets struktur visar hur något ser ut med en handrörelse och vad som sker med en rörelse men det diskuteras huruvida teckenspråket möjligen avslöjar för mycket i matematikundervisning då man till exempel ställer frågor till eleverna om ett objekts egenskaper. Foisack poängterar att så gott som alla prov ges skriftligt. Detta försvårar provtillfällena för döva eftersom deras modersmål är teckenspråk och svenska skriftspråket är det språk de döva lär sig i samband med att de lär sig läsa och skriva.

Många döva har svårt att lära sig matematik, men man kan inte riktigt förklara varför. Internationell forskning visar att döva elever genomgående presterar lägre på matematikprov än hörande elever. Foisack refererar till en svensk forskning, vilket visar att elever med grav hörselnedsättning presterar sämre på matematikprov än andra grupper av funktionshindrade.

Detta visar att elevernas kunskaper är bristfälliga men det förklarar inte varför det är så. Det kan handla om hur proven utformas, hur proven presenteras för eleverna eller hur lång provtiden varit. Det kan också bero på otillräcklig undervisning och att eleverna faktiskt inte lärt sig det som krävs för att klara provet. (Foisack, 2003)

Nunes (2004) diskuterar hur test gjorda på döva och hörselskadade elever visar en försening av deras utveckling. Under ett test som gjordes ville man undvika att ge för svåra test som skulle vara frustrerande för eleverna. De fick därför inte åldersadekvata frågor utan frågor som bedömdes passande efter en inledande kunskapsscreening. Bland elever som var 9 år eller äldre var det mer än hälften som fick test som var avsedda för barn med en lägre ålder, och bland 15-åringarna var det så många som 90 procent. Nunes spekulerar om hur det finns de som tror att kopplingen mellan matematik och språk är så stark att den i sig förklarar döva barns svårigheter. Hon skriver att somliga rent av menar att matematik är ett språk. Sedan finns det andra som tvärtom tror att matematik handlar om logiska och spatiala resonemang, och de menar att enda anledningen till att döva barn kommer efter är att de får för snäv läroplan med för lite matematikundervisning, dvs att för mycket tid läggs på att lära barnen läsa och skriva.

Nunes själv argumenterar att matematik inte enbart är ett språk. Matematik är ett sätt att representera världen och kommunicera med hjälp av tal och rum. På så sätt är det ett språk! Däremot, resonerar hon, att lära matematik innebär att lära specifika sätt att tänka om tal och rum, och att sedan använda dessa för att bearbeta information. Författaren argumenterar också att det inte är sant att döva har svårt att lära språk, men hon skriver att det däremot kan finnas en indirekt koppling mellan dövhet och svårigheter att lära matematik, kanske pga att talat språk är en stor del av hur matematik idag undervisas. Nunes föreslår att döva och hörande har olika preferenser för att representera tal, och de döva lyckas bättre när de får använda sina egna metoder och representationsformer. Hon betonar att hur man representerar matematik involverar kopplingen mellan logik och matematiska konventioner. Med detta menar hon att det är av stor vikt att man försäkras om att barnen koordinerar logiskt resonemang med räkning, rita diagram, använder tallinjen osv. Hon menar att barnen ofta löser problem utan att göra kopplingar mellan logiskt resonemang och matematiska representationer.

All forskning idag enligt Foisack visar att döva elevers kognitiva potential är densamma som hörandes och därför är det naturligt att fråga sig varför döva elever presterar så mycket sämre än hörande. Hur är det möjligt att inte fler elever i specialskolan klarar att nå målen i matematik? Kanske kan man göra undervisningen mer effektiv, med alternativa arbetssätt, alternativa sätt att bedöma elevernas kunskaper och mer kunskap om hur döva elever lär och tänker så att lärarna kan möta eleverna i kommunikation på ett mer meningsfullt sätt. (Foisack, 2003)

Några av eleverna som deltar i sen här studien är döva eller hörselskadade och använder hörseltekniska hjälpmedel. En del av dem har hörapparat och del har cochleaimplantat. Cochleaimplantat brukar förkortas CI och är ett inopererat tekniskt hjälpmedel som stimulerar hörselnerven till att uppfatta ljud. De flesta barn med CI lär sig tala, uppfatta tal och andra viktiga ljud i omgivningen. Döva barn som har CI i Sverige erbjuds att lära sig teckenspråk parallellt med svenska då detta har visat sig effektivt för språkutvecklingen. (Hallberg m.fl, 2008)

## 2.4 Lärandeprocessen

Anghileri (2007) skriver att det är viktigt att eleven arbetar tillsammans med läraren, diskuterar olika lösningar, förklarar, provar olika strategier och redovisningsmöjligheter. Detta ger eleverna erfarenheter och de börjar se mönster. En god matematisk förståelse kommer genom undersökningar av olika problem, snarare än genom en mängd abstrakta procedurer. Att engagera eleverna i undersökande aktiviteter med fokuserade diskussioner skapar en mer värdefull lärandemiljö än om läraren står och förmedlar all kunskap. Det är också bra att skapa visuella illustrationer till stöd för elevernas tankar, till exempel i form av en onummerad tallinje. Vidare är det av stor vikt att bygga på elevernas informella kunskap och efter hand introducera mer effektiva räknemetoder, men att då göra det på ett sådant sätt att eleverna inte förlorar förståelsen för metoden. Det finns en fara med att lära ut standardmetoder då man ska lösa olika uppgifter eftersom man riskerar att eleverna lägger mer värde i själva metoden än på tänkandet i sig, just för att de vet att läraren förväntar sig en viss metod. När eleverna använder standardmetoder rutinmässigt hämmar det nya idéer och tankar. Däremot är det viktigt att eleverna får lära sig organisera och redovisa sina uppgifter på ett rätt och riktigt sätt. Men även denna utveckling bör ske successivt och bygga på elevens tankar så att de inte tappar förståelsen för de gör, eller agerar på rutin. (Anghileri, 2007)

Kilpatrick (2001) belyser lärandeprocessen vilket bör vara en samverkan mellan läraren, eleverna och matematiken. Läraren kan inte ensam stå för en envägskommunikation eftersom man då riskerar att eleverna sitter och drömmer sig bort. Eleverna bör inte heller sitta och arbeta sig igenom böckerna på egen hand utan samverkan och interaktion med andra eftersom kunskapen behöver sättas in i ett sammanhang. Eleverna behöver en tydlig presentation av vad som ska läras och guidning på vägen. Läraren bör också ha en viss känslighet för att kunna sätta sig in i elevernas kunskap, tänkande och hur dessa kan utvecklas. Lärandet är en process som sker under lång tid, inte under en lektion. Lärare vill "hinna med" så mycket att man i det långa loppet förlorar i stället, för att kunskapen inte hinner befästas. (Kilpatrick, 2001)

Vidare skriver författaren att lärare och elever bör analysera tillsammans, jämföra och utvärdera de metoder som används. Eleverna behöver få en chans att upptäcka nya sätt till lösningar, men också möjlighet att undersöka och testa olika strategier. Dessutom, om det görs på ett lämpligt sätt, kan man bygga på elevernas tidigare kunskap och därmed få en bättre grundad förståelse. Om man inte gör detta, är risken att eleverna alltid väljer den säkraste modellen, ett sätt som de lärt och känner sig trygga med och de undviker att utveckla sin fulla potential. (Kilpatrick, 2001)

Om man arbetar mycket med att lära och öva olika procedurer, är det viktigt att veta när de ska användas, kunna vara flexibel med procedurerna och använda dem rätt och effektivt. För att få goda färdigheter med dessa procedurer, måste man ha en god förståelse, och för att få en god förståelse måste man jobba mer med olika procedurer. Dessa kunskaper behöver man arbeta med och utveckla tillsammans. När eleverna väl lärt sig en procedur utan förståelse kan det vara svårt att engagera dem i aktiviteter som skulle kunna hjälpa dem att förstå grunden till proceduren. De skriver att det är viktigt att eleverna har en positiv attityd till matematik, att de kan se nyttan med det de lär, och att de kan se att de själva utvecklas och lyckas. (Kilpatrick, 2001)

## 3 TEORI

I detta kapitel försöker vi tydliggöra vilka teorier vi tagit fasta på och utgått från i denna studie. Vår studie har två teoretiska perspektiv, det matematikdidaktiska och det kognitiva.

I det matematikdidaktiska perspektivet ser vi förmågan att kunna hantera symboler som en avgörande betydelse för att utveckla matematisk kunskap. Likaså har språklig förmåga, förmåga att lösa problem och begreppsförståelse stor betydelse.

I det kognitiva perspektivet utgår vi från elevens kognitiva utveckling, det vill säga elevernas tänkande och lärande. I detta sammanhang diskuterar vi bland annat lösningsfenomenet.

### 3.1 Bilder som stöd i matematikundervisningen

Vårt syfte med denna studie är bland annat att undersöka om elever i behov av specialundervisning kan vara hjälpta av bilder i matematikundervisningen. Vi kommer därför att göra ett test för att se om eleverna är hjälpta av bildstöd då de arbetar med problemlösning. Eleven kommer först att få läsa och försöka svara på en uppgift på egen hand. Om eleven inte lyckas och behöver vidare stöd vill vi se om det hjälper med en bild som förklarar texten. Sedan kommer eleven att få visa hur de tänkt, antingen genom att berätta, rita, använda symboler eller skriva. Eleven får själv välja, och detta kan ge oss en möjlighet att bedöma hur långt eleven nått i sin utveckling.

Vygotskij anser att alla människor är kreativa. Reproduktion hör ihop med minnet och är en nödvändig förutsättning för tänkandet. Det är den kreativa aktiviteten som gör att människan kan skapa något nytt. Barnets ritande utgör den främsta formen av skapande i tidig ålder. När barnet blir äldre går det över i en ny utvecklingsfas, ritandet hamnar i bakgrunden av ett nytt skapande, det språkliga. (Vygotskij, 2003)

Nunes (2004) föreslår att döva och hörande har olika preferenser för att representera tal, och på grund av att de tänker mer visuellt kan de döva lyckas bättre när de får använda sina egna metoder och representationsformer. Det betyder att om barn, och föräldrar lär hur man representerar tal och numerisk information på sätt som stämmer bättre med de sätt som barnen föredrar skulle barnen lättare utveckla en bra taluppfattning. Vi resonerar därför så, att om eleverna själva får rita eller skriva och förklara hur de tänker tränar de på att representera sina tankar, och vi lärare kan samtidigt få en förståelse för hur eleven tänkt när de löst ett problem.

Sterner (1998) skriver om att visualisera tankar i bild och berättar hur att skapa egna symboler är viktiga steg i symbolutvecklingen. I ett senare skede skall barnen utforska vårt gemensamma symbolsystem, nämligen det matematiska språket. I samtal om sina bilder och symboler får barnen många föreställningar om hur de genom att rita och göra olika symboler, till exempel genom att visa hur många tänder var och en har, och då avbilda tänder med prickar, streck eller siffror.

Emanuelsson (1991) menar att när vuxna löser problem använder de ofta spontant sig av metoden att rita en bild. Enligt vår erfarenhet har denna metod varit ganska bortglömd vid

problemlösning i skolan. Det gäller inte att kunna rita exakt geometriska figurer utan enkla skisser som hjälp för att lösa problem. Direkt använd eller kombinerad med andra metoder hjälper den eleven på grundskolans olika stadier att finna enkla lösningar på många problem.

Vidare ger han ett exempel på när man kan använda strategin att rita en bild

”Krabban hade varit hela dagen vid stranden och solat. När eftermiddagen kom skulle den bege sig hemåt. Krabban bodde 35 m ut i havet. På 1 minut förflyttade den sig 10 m . Då kom en våg, och hon spolades tillbaka 5 m. Krabban blev då så trött att hon måste vila 1 minut. Detta upprepades med en regelbundenhet. Hur lång tid tog det för krabban att ta sig hem?” (Emanuelsson, 1991, s.102)

I ovanstående exempel om krabbans vandring hemåt kan man få en klarare bild över vad som sker om man ritar en bild.

Lundberg & Sterner (2009) belyser den visuella representationen som en undervisningsmetod. De skriver att den har större effekt när läraren lyfte fram den och när den är en tydlig del i en undervisningsstrategi. Den fungerade också bättre när läraren och eleven arbetade med den tillsammans, jämfört med om endast eleven använde den.

Om eleven inte klarar att lösa uppgiften på egen hand, även om de får bildstöd, kommer vi därför tillsammans med eleven att rita och förklara en lösning av problemet.

## 3.2 Elevernas utveckling till goda problemlösare

En annan del av vårt syfte är att belysa elevernas utvecklingsväg till att bli goda problemlösare. Möjligen skulle denna studie kunna smaltas av och vi kunde valt att bara studera bara ett utvecklingsperspektiv men problemlösning i matematik är ett komplext område och i detta arbete vill vi anta en mångsidig syn på elevernas utveckling. Vi har därför valt att studera eleverna ur tre olika utvecklingsperspektiv.

### 3.2.1 Elevernas förmåga att läsa och förstå texten.

Ett av de utvecklingsperspektiv vi valt att titta på är elevernas förmåga att läsa och förstå texten i problemlösningssuppgifter. Vi frågar oss om eleven klarar att tolka texten till frågorna utan stöd. Vi undrar om elevernas läsförståelse och begreppsförståelse räcker till för att de ska kunna skapa sig en mental bild av situationen.

Sterner & Lundberg (2004) skriver att det ställer stora krav på elevens läsförståelse att läsa matematiska textuppgifter. För många elever är läsningen den allvarligaste stötestenen vid problemlösning, eftersom avkodningen går långsamt och inte är automatiserad. Eleven vet inte vad han har läst och textens betydelse går förlorad. Symbolerna blir svårtolkade krumelurer. Texten i matematikuppgifterna är ofta komprimerad och varje ord är meningsbärande. Det kan handla om att meningsbyggnaden är komplicerad, att eleverna möter nya ord och begrepp som är svåra att tolka och att de förväntas kunna generalisera idéer ur enstaka exempel. Förklaringar skall ofta bearbetas i flera steg och eleven ska kanske gå tillbaka till tidigare avsnitt i boken för att förstå det nya vilket kräver en strategisk form av läsning. En sådan flexibel, målstyrd läsning brukar inte barn klara. I undervisningen kan läraren hjälpa eleven att läsa mer aktivt, att tänka framåt och fundera på vad som skall hända härnäst. Stanna upp vid lämpliga punkter i en framställning och formulera hypoteser om vad



som kan hända härnäst. Många elever med svårigheter i att läsa kan emellertid ha en mycket god förmåga att lösa uppgifter om de presenteras för dem i annan form.

Vidare poängterar Sterner & Lundberg (2004) att en vanlig orsak till att elever gör fel när de löser textuppgifter är att de inte förstår innebörden i texten vilket i sin tur leder till att de väljer fel räknesätt. En orsak kan vara att eleverna inte förstår de olika delarna i texten och deras inbördes sammanhang. Många elever gör också fel som beror på att de inte kan skilja räknesätten från varandra. Matematikläraren ska hjälpa eleven utveckla förståelse för räknesättens innebörd. Det finns flera steg när elever med läs- och skrivsvårigheter ska lära sig operationer kopplade till olika matematiska begrepp. De olika stegen är att gå från det konkreta till det illustrerande, vidare till symboler och därefter det abstrakta.

*"Konkret representation genom handling att använda laborativt material. Detta hjälper eleven att bygga upp minnet, samtidigt som visualisering är ett stöd när minnet sviktar.*

*Illustration av problemet, t ex genom att eleven ritat bilder. Det här steget kan för vissa elever vara kort inom olika moment, men är viktigt för att börja överföringen från den konkreta till den abstrakta nivån.*

*Symboler introduceras när eleven förstår det grundläggande begreppet och kan göra kopplingar mellan den begreppsliga kunskapen och operationen.*

*Den abstrakta nivån innebär att eleven kan reflektera över begrepp utan att använda laborativt material, bilder eller symboler."*(Sterner & Lundberg, 2004, s 76-77)

Vidare betonar Sterner & Lundberg (2004) de sju tydliga och strategiska stegen som är användbara vid textuppgifter.

- Läs texten högt
- Översätt till egna ord
- Visualisera innehållet
- Gör en hypotes
- Uppskatta
- Beräkna
- Kontrollera lösningen

Att utveckla god förmåga att tala och skriva matematik kräver tydlig undervisning kring den språkliga aspekten av matematiken. Detta kan innebära, att öva läsförståelse i samband med matematik, att eleverna reflekterar över matematikens innehåll, att man för matematiska samtal, att eleverna får erfarenhet och hjälp att utveckla skrivandet som ett redskap, att elever ur ett metakognitivt perspektiv skriver om matematiken. Dessa punkter är kritiska för flertalet av eleverna men särskilt för elever med dyslexi. (Sterner & Lundberg 2004)

En form av stöd som vi kommer att ge eleverna vid behov är att läsa upp frågan, högt på svenska eller på teckenspråk. Det kan vara en svårighet för våra elever att få frågan enbart i skrift. Foisack (2003) skriver om motsvarande situation då döva elever får göra skriftliga matematikprov. Hon menar att detta är till nackdel för döva elever eftersom de då inte får göra provet på sitt modersmål. Dövas modersmål är teckenspråk och svenska skriftspråket är det språk de lär sig i samband med att de lär sig läsa och skriva. Om eleverna har svårigheter med läsförmågan påverkar detta provresultatet. De arbetar mer långsamt och hinner inte med, och de missförstår kanske innehållet. Det kan också hända att de har svårt att redovisa hur de löst uppgiften.

Även för hörande kan det vara till hjälp att få frågan uppläst eller att eleven själv läser frågan. Lundberg & Sterner (2009) redogör för begreppet verbalisering. En del elever arbetar impulsivt i stället för metodiskt, och kan slumpartat slänga ihop tal som ingår i uppgiften. Det har visat sig vara en användbar strategi att eleven får hjälp och stöd att ”tänka högt” eller att skriva och illustrera sina tankar. Detta hjälper eleven att tänka mer strategiskt. Man kan också be eleverna att göra tankekartor eller på annat sätt grafiskt illustrera problemet. De menar att tala och skriva matematik är en väg mot att bli medveten om sitt tänkande. Det tydliggör det underförstådda och framtvingar sammanhang och logik.

### 3.2.2 Elevernas utveckling från analoga representationer till symboliska representationer.

Matematikinläring ser vi som en ständigt pågående process där eleverna efterhand lär allt fler och mer stimulerande och avancerade representationssätt och uttrycksformer. Ett av de utvecklingsperspektiv vi valt att titta på är därför hur långt eleven kommit i sin utveckling från att använda analoga representationer till att använda symboliska representationer.

Nunes (2004) beskriver en räkneseja:

Mary köper 8 chokladbitar. Varje bit kostar 9 kr. Vad kostar alla bitarna tillsammans?

Detta multiplikationsproblem kan representeras i ord, eller kan man presentera problemet i visuell form, till exempel med små lappar med priset fäst på varje chokladbit. Informationen skulle också kunna presenteras i en tabell, där antalet chokladbitar skulle placeras i förhållande till kostnaden. Nunes betonar att sättet informationen presenteras på påverkar hur väl barnen klarar att lösa problemet. Hon skriver att barnen måste kunna representera numerisk information och manipulera dessa representationer för att kunna lösa problem och nå framgångar i matematik.

Nunes (2004) berättar om en undersökning som gjorts på lite yngre barn (4 och 5 år gamla). Barnen fick en uppgift där de skulle mata två björnar med godis. En björn ville ha godiset en i taget, den andra björnen ville ha godisbitarna dubbla, två och två. Godiset representerades i form av legobitar i samma färg. Barnens uppgift var att de skulle ge björnarna lika många bitar. Barnen använde metoden ”en-till-dig-och-en-till-dig”. De såg att det blev orättvist men kunde inte fixa det.

För att hjälpa eleverna ändrade intervjuaren färg på legobitarna. Tidigare hade de dubbla bitarna samma färg, nu ändrades de och så att en del blev gul och en blå. Även de enkla bitarna var blandade gula och blå. Med denna visuella hjälp gjorde man barnen uppmärksamma på att bitarna var dubbla och de lyckades med uppdraget. Efter att de gjort denna upptäckt klarade de även den ursprungliga uppgiften då alla bitarna hade samma färg.

I denna uppgift med björnarna var representationen av godisbitarna analog, dvs en godisbit representeras av en bit, och två godisbitar representeras av två bitar. En liknande studie har genomförts då man också införde symboliskt tänkande (Nunes, 2004).

Man lät i detta fall barnen dela ut mynt till dockor. En docka ville bara ha 1-p-mynt (1 penny) och den andra ville bara ha 2-p-mynt (2 pence), men dockorna skulle få lika mycket i slutändan. I denna uppgift är representationen symbolisk, det är talet 2 på myntet som representerar dess värde 2 p.

Barnen lyckades bättre i björnuppgiften än med dockorna. Slutsatsen var att det är lättare för barnen att använda sig av analoga representationer, men att öva med analoga representationer gjorde att barnen lyckades bättre i övningen med symboliska representationer. (Nunes, 2004)

Detta har lett oss till att fundera över hur man med bilder, visuellt kan göra eleverna uppmärksamma på detaljer, ge dem en bättre förståelse och leda dem framåt i utvecklingen från analogt tänkande, till mer symboliskt. I vår studie har vi försökt efterlikna försöken med björnar och dockor ovan men vi har använt problemlösningssuppgifter och bilder. Eleven får en problemlösningssuppgift med bildstöd, sedan får de direkt därefter en liknande uppgift utan bildstöd.

### 3.2.3 Elevernas utveckling från konkreta strategier till abstrakta strategier.

Det tredje utvecklingsperspektivet vi tittar på är elevernas utveckling från att använda sig av konkreta strategier till att använda mer abstrakta strategier.

Lundberg & Sterner (2009) skriver om metodik i fyra faser och menar på att förståelsen i matematik är en ständigt pågående process, där man stegvis får tillgång till fler uttrycksformer och representationer. Det är betydelsefullt speciellt för elever med inlärningssvårigheter att undervisningen går från det konkreta till det abstrakta. De beskriver processen i fyra faser; den laborativa fasen, den representativa fasen, den abstrakta fasen och återkopplingsfasen.

I den laborativa fasen arbetar man muntligt och i en kombination med instruktivt material som t ex knappar”, ”plockisar” och tiobas-material. Det ger kinestetiska (rörelse) och taktila (röra vid) erfarenheter som underlättar vid arbetsminnesproblem. När eleven med egna ord kan berätta om det aktuella begreppet går man över till den representativa fasen.

I den representativa fasen arbetar eleverna med att rita bilder eller göra representationer av de matematiska begreppen vid lösningar av textuppgifter. Även detta bör ske i kombination med ett matematiskt resonemang. Genom att rita lösningar får eleverna tillgång till tre viktiga redskap för sitt lärande.

- De kan utvidga den konkreta förståelsen till en nivå som är mer abstrakt, men inte så abstrakt så den blir meningslös.
- Rita lösningar är en utomordentlig problemlösningstrategi som kan förenkla och användas i många situationer.
- En strategi som eleven kan gå tillbaks till om hon fastnar i den abstrakta nivån

I den abstrakta fasen har eleverna en klar och konkret representativ förståelse för begreppen där de utvidgar sin förståelse till en abstrakt nivå och använder det matematiska symbolspråket. I denna fas börjar eleverna lösa problem och utföra operationerna ”i huvudet”. I återkopplingsfasen är det lärarens roll att hjälpa eleverna att återkoppla och befästa färdigheterna som sedan kan lyftas fram i samband med andra begrepp som eleven arbetar med. Detta är grunden för fortsatt lärande.

Foisack (2003) berättar om studier på döva och hörselskadades problemlösningssvårigheter och diskuterar hur döva elevers begränsade språkliga utveckling och erfarenhet medför svårigheter att organisera information och att välja lämpliga strategier vid problemlösning. Hon skriver att man idag vet en hel del om hur barn i allmänhet lär matematik, men att man

däremot vet mycket lite om döva barns lärande. Själv utgår Foisack i sina studier från hur barn i allmänhet tillägnar sig begrepp. Hon menar att man på detta sätt kan man se om döva barns begreppsbyggnad skiljer sig från hörandes. Foisack skriver att man bör ta tillvara den kunskap som finns om hur barn lär sig nya begrepp och att elevers sätt att tänka avspeglar sig i de strategier de använder för att lösa problem. Hon skriver också att det är genom att studera dessa strategier vi kan sätta oss in i elevens tankegång och därmed hjälpa dem till förståelse. I hennes studie visade det sig att de strategier barnen använde varierade mycket och speglade var i utvecklingen eleverna befann sig på sin väg mot begreppsbyggnad.

Vi kommer med detta som utgångspunkt att välja ut frågor där vi testar elevernas begreppsbyggnad och vi hoppas kunna utläsa något om hur de tänker och hur vi kan hjälpa dem att komma vidare.

Elevers svaga arbetsminne kan vara en orsak till att eleverna inte lyckas. Lundberg & Sterner (2006) skriver att arbetsminnets kapacitet varierar hos eleverna. Ett väl fungerande arbetsminne krävs när det gäller att hålla information i huvudet medan man utför andra operationer. I matematiken är detta ofta ett krav, särskilt vid huvudräkning men också vid uppgifter som inrymmer krav på flera olika operationer. Även om man skriver upp de olika stegen efterhand, kan kravet på att hålla reda på flera olika saker samtidigt vara stort.

Vi kommer att ta med ett par uppgifter där vi kan se om eleverna använder sig av strategier där de antecknar de olika stegen för att memorera fakta, eller om de försöker hålla fakta i huvudet och eventuellt villar bort sig.

Dowker (2005) beskriver att många svaga matematiker använder strategier där man skriver upp olika steg för att minnas. En strategi som kan användas är att eleven lär ”dubblerna”, till exempel  $6+6 = 12$ . Detta underlättar sedan vid beräkning av  $6+8$  genom att man tänker  $6+6+2$ . Eleverna måste förstå strategin för att kunna använda den och välja rätt strategi vid rätt tillfälle.

Lundberg & Sterner (2009) diskuterar hur många barn räknar på räkning på fingrarna. De skriver att barns benägenhet att räkna på fingrarna verkar vara en mycket naturlig tendens som man nog inte ska undertrycka. Dels ger fingrarna den spatiala (rumsliga) utspridningen av talen, och dels blir kopplingen till 10-bassystemet naturlig. Fingrarna blir konkreta representationer av talens storlek. Efter hand utvecklar barn de i flesta fall en mer abstrakt symbolisk representation av talen, och beroendet av fingerstöd minskar.

### 3.3 Elevernas förmåga att generalisera

En del av vårt syfte med detta arbete var att göra en undersökning för att se om eleverna generaliserar sina nyvunna kunskaper.

Lundberg & Sterner, (2009) skriver att lärare bör göra eleverna uppmärksamma på textuppgifternas struktur. Eleverna behöver träna på att sortera ut relevant information i uppgifterna och en uppgift kan innehålla flera frågor. Eleverna behöver också tid att upptäcka att många uppgifter som formuleras på olika sätt tillhör egentligen samma problemtyp. Man talar i detta sammanhang om scheman. Till exempel:

”Johan har 50 kronor mer än Katia”

är samma typ av uppgift som,

”Katia är 15 cm längre än Jan.”

Att bli uppmärksam på detta kan hjälpa eleverna att känna igen olika typer av problem. Om man möter fler problemtyper av samma schema, så är möjligheten större att man upptäcker och lär sig känna igen olika problemtyper. I denna teori talar man ofta om transfer. Detta är förmågan att kunna använda sina erfarenheter, kunskaper och förmågor i nya situationer. Eleverna behöver i undervisningen få möjlighet att utveckla medvetenheten om dessa problemtyper för att på så sätt förbättra sin förmåga till transfer. (Lundberg & Sterner, 2009)

Vi vill se om eleverna lär något, upptäcker något i en problemlösningssituation tillsammans med oss sedan kan använda sig av denna nya kunskap om de får ett liknande problem direkt efter. Vi kommer därför att konstruera en följdfråga till varje uppgift som påminner om den första. Dels vill vi med detta kontrollera om vår metod att visualisera problemet har hjälpt eleven till mer förståelse, detta har vi gjort med "björnuppgiften" i åtanke (se ovan), dels vill vi se om eleven generaliserar sina nyförvärvade kunskaper och kan klara en liknande uppgift direkt efter på egen hand.

### 3.4 Lotsning

Strandberg (2006) skriver om hur det logiska tänkandet utvecklas vid problemlösning. Han berättar också att Vygotskij var intresserad av att lärande skulle bidra till att elever lärde sig tänka, och Vygotskij menade, att detta med att tänka inte är en isolerad och inre mental tilldragelse. Det är ett hantverk med rötter i gemensamma aktiviteter. Tänkandet är en färdighet där man lär sig bemästra tänkandets och resonandets kulturella metod. Steg för steg övar sig eleven i att hantera och bemästra de verktyg och de intellektuella operationer som läraren använder sig av. Vygotskijs teori om de sociala relationerna är ovillkorlig. Han menade att samspel är lärande och utvecklande. Strandberg, (2006) skriver vidare att vid olika tillfällen erbjuds eleven det exklusiva tillfälle att tillsammans med sin lärare få föra en dialog kring de läraaktiviteter som eleven är engagerad i. Syftet med dessa sittningar är att skapa en utvecklingszon där elevens hittillsvarande arbete får möta den vuxnas respons och utmaning. Utvecklingszonen handlar om att det enskilda barnet överskrider sin aktuella förmåga genom att lösa problem med hjälp av den vuxnas vägledning eller i samarbete med en kamrat. Själva zonen är ett rum, en vidare värld, som skapas genom samarbete.

Foisack (2003) skriver om scaffolding, vilket på svenska skulle kunna översättas med "stöttning". Detta innebär att läraren tillfälligt stöttar upp elevens lärande tills dess att eleven klarar det själv. Begreppet kallas också "kommunikativa stöttor" och innebär att eleven får hjälp att strukturera problemet genom att man visar hur denne kan komma igång och ger tips på hur man kan komma vidare. Det är bra om läraren kan ge eleven insikt i hur uppgiften definieras och hur den tolkas. Läraren frågar på ett sådant sätt att elevens uppmärksamhet riktas mot väsentligheterna i problemet och eleven ges möjlighet att själv pröva och ge ord åt handlingen. Lärare tvingas ofta visa på genvägar för att utveckla begreppsuppfattningen och här talar man oftast om lotsningsfenomenet. Lotsning innebär att eleven kompletterar ett uttalande som läraren inlett. Läraren avgränsar stegvis en uppgift och hjälper eleven att lösa uppgiften med allt mer avgränsade frågor. Eleven vägleds och det är egentligen läraren som tar hand om tankeverksamheten och eleven besvarar enkla delfrågor.

Vi kommer i vår intervju att ge eleverna viss stöttning. Vi har valt att kalla vår stöttning av eleven för lotsning. Foisack (2003) förklarar att eleven får vägledning och att det i dessa fall egentligen är läraren som tar hand om tankeverksamheten. På så sätt tycks det inte vara en ultimat undervisningsmetod, men som Foisack också skriver, verkar det i praktiken

oundvikligt att lotsning förekommer. Foisack betonar dock att det är lärarens medvetenhet och förhållningssätt som har betydelse för att lotsningen ska leda framåt på ett positivt sätt.

## 4 METOD

### 4.1 Val av metod

Vi har valt att genomföra våra intervjuer i formen av kvalitativa forskningsintervjuer. I denna form av intervjuer försöker man förstå världen ur den intervjuades eget perspektiv. Vi kan se på intervjuerna som halvstrukturerade, det vill säga att de varken är strängt strukturerade eller helt utan styrning. Detta ger oss möjlighet att göra förändringar t.ex. vad avser frågornas form och ordningsföljd, och vi kan på så sätt följa upp den intervjuades svar. (Kvale & Brinkman, 2009).

Ginsburg, Jacobs & Lopez (1998) skriver om de lästrättade testerna som är lika för alla elever. Problemet med dessa tester är att vi inte får fram hur eleven tänker. Finns det många fel är det svårt att veta var problemet finns liksom att ett bra resultat inte alltid är detsamma som att eleven har en bra förståelse. Vidare menar författarna att för att få insikt i hur eleven tänker, behöver det göras ett komplement där en flexibel intervju är nödvändig. Då eleven i intervjun svarar fel är det viktigt att inte rätta eleven utan istället vidareutveckla elevens tankegång genom att ställa följdfrågor. Exempel på följdfrågor kan vara: Hur fick du fram det svaret? Hur gjorde du? Hur kom du fram till det svaret? Hur vet du det? Oavsett vilken fråga du ställer är det viktigt att eleven får förklara hur han tänker. Här kan intervjuaren få veta vilken strategi eleven använder. Det är kanske en bra strategi och bara ett enklare matematisk fel. Kanske har eleven bara gissat. Därför är det vid problemlösningsuppgifter viktigare att se hur eleven har löst uppgiften och om den är rätt eller fel kan i detta läge var mindre viktigt. Det viktiga är om eleven förstått. I en intervju går man in för att undersöka tanken, detta är inte ett undervisningstillfälle. Därför är det viktigt att man inte går in och rättar när tanken analyseras, eleven får lov att tänka galet. Det viktiga i intervjun är att tolka elevens svar. Intervjun visar för läraren hur eleven tänker. Intervjun kan visa vilken strategi som den individuella eleven är bäst förtrogen med.

Kullberg (2004) beskriver djupintervjuerna som en fortsättning på ett samtal. Den formella intervjun har i likhet med samtalet, inte några förutbestämda frågor. Däremot har intervjuaren med sig i tankarna några områden som ska beröras. Djupintervjuerna spelas lämpligen in på band och skrivs sedan snarast ut i textform. Texten används fortsättningsvis i den kontinuerliga analysen.

Vi har valt denna metod för att vi tidigare under vår utbildning arbetat med denna typ av intervjuer. Vi gjorde då en kartläggning av några elevers matematikkunskaper. Vi anser att det är en bra metod eftersom att dessa intervjuer gjorde oss uppmärksamma på vad eleven kan sedan tidigare, vilka kunskaper de saknar och eventuella missförstånd som eleven byggt upp.

Under pågående intervjuer ställde vi hela tiden följdfrågor av typen: Hur tänkte du? Kan du berätta mer? Förklara hur du kom fram till ditt svar? Vi försökte utnyttja samspelet till att få så fullig information som möjligt. Denna fria interaktion kändes lämplig då den avslöjar och på många sätt kompenserar eventuella språkliga svårigheter. (Stukat, 2005)

## 4.2 Val av uppgifter

Vår grundtanke när vi valde frågor till eleverna var att det skulle vara uppgifter där eleverna först tvingades göra en mental representation av situationen. Om eleverna inte klarade detta skulle de få se en bild som helt eller delvis representerade situationen. Från detta hoppades vi kunna utläsa om eleverna förstått frågan då den enbart presenterats i text eller med talat språk/teckenspråk, eller om de behövde visuellt stöd för att skapa en mental representation av situationen.

Vi fick också ta med i beräkningarna att eleverna faktiskt skulle klara och förstå textfrågan. Om så var fallet, skulle vi ta reda på om eleverna redan hade en mental representation av situationen genom att be dem rita och/eller förklara hur de tänkt. Dessa elever skulle sedan få se vår bild och kommentera den. Sedan skulle de också få göra följdfrågan och rita och berätta om sina tankar. I dessa fall skulle vi få en uppfattning av hur barnens mentala representationer såg ut.

En annan eventuell situation som vi övervägde var att eleven skulle ha svårigheter genom hela intervjun, att de inte skulle förstå situationen ens med det visuella stödet. Vi beslöt att i dessa fall, i samverkan med barnet, rita upp en visuell bild av situationen, lotsa och diskutera för att se om vi kunde nå fram till någon grad av förståelse. I dessa fall skulle vi bortse från följdfrågorna.

Vi tyckte det skulle vara intressant att se om eleverna upptäcker något eller lär något i våra uppgifter, kanske med hjälp av lotsning från oss. Och vi undrar vidare om de vid tillfällen som dessa tar till sig sådan ny kunskap. Det vill säga, vi frågar oss om eleverna skulle använda denna nya kunskap om de i direkt anslutning till den första uppgiften får en liknande följdfråga. Givetvis inser vi att eleverna vid varje given fråga bara har ett försök på sig, och att de i rimlighetens namn borde få öva mer. Vi måste på grund av tidsbrist begränsa oss i denna studie.

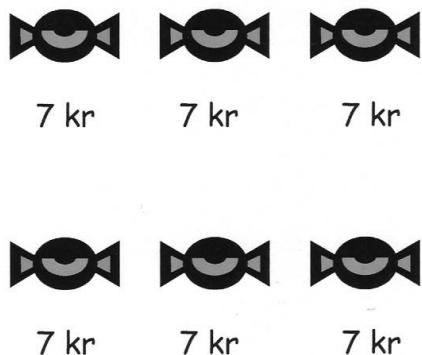
Uppgifterna konstruerade vi själva. Till hjälp och inspiration använde vi ALP-test 4, av Malmer, som riktar sig till elever i årskurs 4-6, Mattecirkeln – diagnos material, och Diamant, skolverkets diagnosmaterial samt boken ”Teaching mathematics to Deaf children” som vi tidigare nämnt av Nunes (2004).

Nedan presenteras våra fem frågor och bilder, samt de fem följdfrågorna. Vi ger en kort förklaring till varför vi tyckte dessa frågor var passande och några tankar om bilderna.

Fråga 1:

*”Lisa köper 6 chokladbitar. Varje bit kostar 7 kr. Hur mycket kostar bitarna tillsammans?”*





*Bild till fråga 1.*

Följdfråga till fråga 1:

*"Kalle har 4 kulor som han har köpt för 8 kronor styck.  
Hur mycket har han betalt?"*

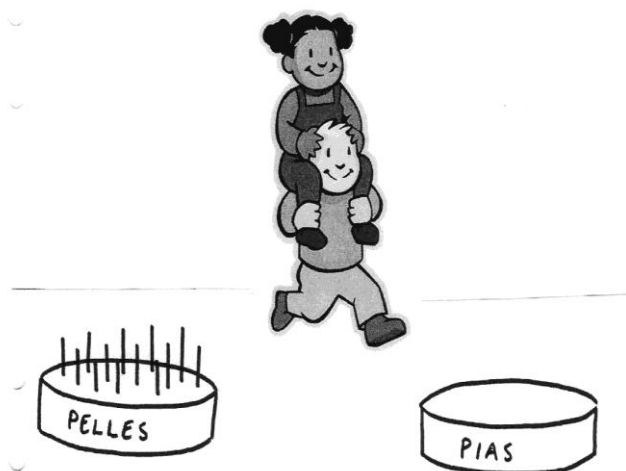
Denna fråga ansåg vi var en ganska typisk textuppgift som rör multiplikation och den har en svårighetsgrad som passar vår åldersgrupp. Vi tycker att bilden är informationsgivande och tydlig. För att lösa den här frågan behöver eleven först skapa sig en mental representation av situationen, sedan eventuellt identifiera vilken räkneoperation man ska använda, addition, subtraktion, multiplikation eller division. Sedan behöver de kunna räkna ut vad  $6 \cdot 7$  är.

Bilden är i detta fall konkret och representativ.

Fråga 2:

*"Pelle och Pia fyller år samma dag. Pelle är 13 år och har 13 ljus i sin tårta. Pia är 5 år yngre.*

*Hur många ljus har Pia i sin tårta?"*



*Bild till fråga 2.*

Följdfråga till fråga 2:

*"Knut är 11 år och hans bror är 5 år äldre.  
Hur gammal är Knuts bror?"*

Här ansåg vi också att uppgiften var i någorlunda rätt svårighetsgrad. Vi valde medvetet låga tal för de skulle kännas vardagsnära. Eleven får visa om de kan subtraktion och addition. Det är också av avgörande att eleverna förstår begreppen "yngre" och "äldre" för att lyckas lösa uppgiften.

Bilden som vi valde i denna uppgift ger inte mycket logisk ledning till att lösa uppgiften. Den visar helt enkelt att Pelle och Pia har var sin tårta och att Pelle har 13 ljus i sin. Vi kunde valt att hjälpa eleverna mer genom att t.ex. ha med en tallinje för eleverna att markera åldrarna på, men vi valde att inte ha med en sådan. Orsaken var att vi ville se om eleverna på egen hand klarar att göra denna koordination mellan en analog representation (ljusen i tårtan) och en symbolisk representation (tallinje eller ställa upp en subtraktion).

Fråga 3:

*"1 kg äpplen kostar 6 kr. 1 kg bananer kostar dubbelt så mycket.  
Vad kostar 3 kg bananer?"*

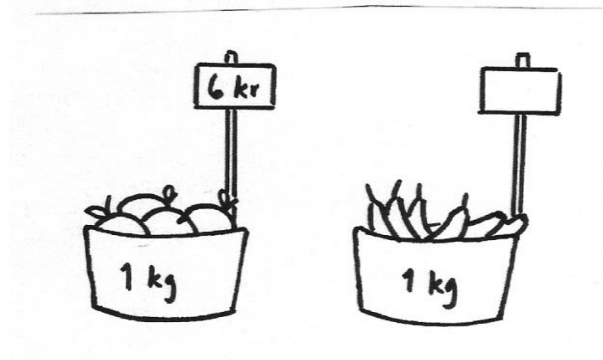


Bild till fråga 3

Följdfråga till fråga 3:

*"En påse kanelbullar kostar 12 kronor. Ett paket kex kostar hälften så mycket.  
Vad kostar kexen?"*

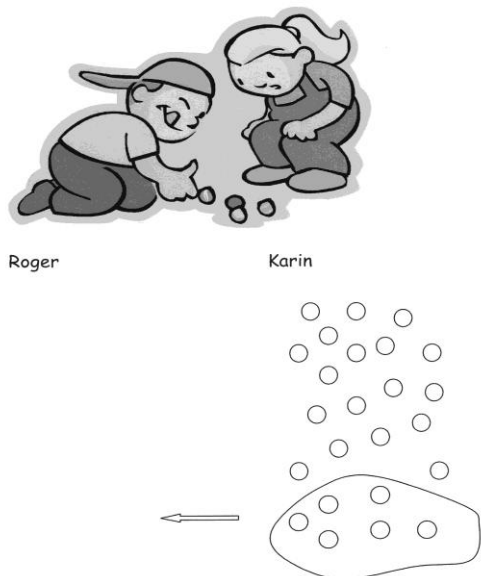
*"Du köper 2 påsar bullar, hur många paket kex kan du få för samma summa?"*

Här testas vi proportionalitet, det vill säga, eleverna får visa om de kan göra en multiplikativ jämförelse. Uppgiften har flera steg vilket kan vara utmanande för många elever. Det är därför intressant för oss att se hur eleven resonerar och väljer att representera sina tankar.

Bilden i denna fråga är möjligen svår för eleverna att förstå utan en verbal förklaring men kan vara ett bra stöd vid lotsning av eleverna. Vi funderade på att tydliggöra bilden mer genom att rita ytterligare två 1-kg-korgar med bananer, men vi beslöt att inte göra det.

Fråga 4:

*”Karin hade 24 kulor. Hon spelade med Roger och förlorade 6 kulor. Sedan hade de lika många kulor. Hur många kulor hade Roger från början?”*



*Bild till fråga 4*

Följdfråga till fråga 4:

*”Stina har 15 bokmärken. Hon ger bort några av sina bokmärken till Klara som har 9 bokmärken.*

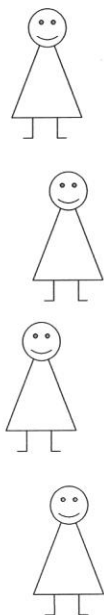
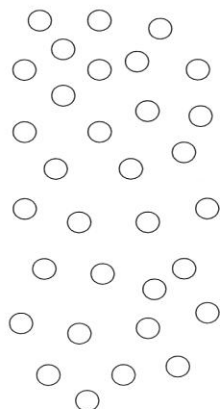
*Hur många ska hon ge bort för att de ska ha lika många? ”*

I fråga 4 testar vi om eleven kan kontrollera en additativ förändring av två mängder. Detta är också en uppgift i flera steg och den kräver att man kan hålla ordning på en del fakta.

Bilden är liksom i fråga 3 ett bra stöd vid lotsning av eleverna, den kan inleda en diskussion av händelseförloppet. Även här hade vi möjlighet att förklara situationen ytterligare. Vi kunde då eventuellt ritat händelserna i form av en serie i tre bilder, först hade personerna si och så många, sedan förlorade Karin 6 stycken, och slutligen hade de...osv. Detta kunde på ett konkret sätt förklarat texten. Vi valde även i detta fall att inte hjälpa för mycket.

Fråga 5:

*”Julia har 32 småkakor i en burk. En dag kommer tre kompisar på besök. Om alla flickor ska få lika många kakor, hur många får var och en?”*



### *Bild till fråga 5*

Följdfråga till fråga 5:

*”Per har 42 godisbitar. Han vill vara snäll och dela med sig till sina 5 kompisar.*

*Hur många godisbitar får de var?”*

I fråga 5 testar vi om eleven har förståelse för delningsdivision. En klurighet i denna uppgift som kan ställa till problem är att eleverna inte uppfattar antalet personer som ska dela på kakorna/godisbitarna. Huvudpersonen glöms ofta bort.

Vi tycker bilden är konkret och representativ.

## 4.3 Pilotstudie

För att vi skulle få svar på våra frågeställningar var det av stor betydelse att våra testfrågor var lagom utmanande för eleverna. De elevgrupper vi ville intervjua bestod av några få elever och kunskapsnivån varierande inom gruppen. En pilotstudie på en elev i denna grupp skulle göra att vi förlorade en elev till själva undersökningen och dessutom skulle vi inte få ett svar på om på om frågorna var på rätt nivå eftersom kunskapsnivån var så varierande.

Några av eleverna kände vi sedan tidigare och vi visste att frågorna skulle passa dem. När det gällde övriga elever beslöt vi att fråga deras lärare om de trodde att eleverna skulle klara frågorna.

Vi valde sedan i stället att prova frågorna på tre elever i en vanlig undervisningssituation och då gjorde vi frågorna på alla tre eleverna samtidigt. De fick skriva sina svar och sedan förde en gemensam diskussion. Dessa elever var äldre än de barn vi planerade att utföra

undersökningen på. De går i år 9-10, men kunskapsnivån i matematik är ganska svag. Alla tre eleverna har svårigheter när det gäller att tolka, förstå och förklara sina tankar då de löser problemlösningsuppgifter av den typen vi planerade att använda i intervjuerna. Vårt syfte med detta test var:

- Att testa och som intervjuare lära känna och bli medveten om frågorna.
  - Var det några särskilda svagheter/styrkor med frågorna eller något särskilt som vi senare borde uppmärksamma eller betona under intervjun.
  - Ger frågorna oss svar på det vi vill veta?
- Kontrollera hur upplägget av studien fungerade.
  - Var det lagom många frågor
  - Fungerade det bra med frågan, frågan med bild, och följdfrågan

Här följer en kort redovisning av hur det gick:

Fråga 1	Uppgiften fungerade bra. Alla elever klarade den och förklarade hur de tänkt med siffror. De tyckte bilden var bra men behövde inte den. Även följdfrågan gick bra.
Fråga 2	Eleverna klarade även denna uppgift. De ritade en tallinje och förklarade hur de tänkt, någon använde subtraktion direkt. De tyckte bilden förklarade situationen. Även följdfrågan gick bra.
Fråga 3	Ett par av eleverna klarade frågan. De förklarade hur de löst uppgiften för den tredje, och använde då bilden som hjälp. De ritade slarvigt ytterligare två korgar med bananer och skrev dit priset för varje korg. Sedan summerade de. Följdfrågan var svår att förstå. De behövde hjälp.
Fråga 4	I fråga 4 upptäckte vi att namnen på frågan inte stämde med frågan på bilden. Fråga 4 var svår. Eleverna förstod inte utan både bildhjälp och min hjälp. Följdfrågan klarade två av eleverna.
Fråga 5	Gruppen har nyligen arbetat med division och skrev direkt med siffror hur man löste uppgiften. De tyckte bilden var bra, men behövde inte den. De klarade även följdfrågan.

Vi ändrade givetvis felskrivningen av namnet. Det tog ganska lång tid att utföra alla frågorna men vi beslöt ändå att behålla alla och eventuellt i stället att hoppa över någon av följdfrågorna med de elever som hade alltför stora svårigheter och tog god tid på sig. Den fjärde frågan var svår för eleverna att förstå, men vi beslöt att behålla den för att få en utmaning för de elever som behövde det.

#### 4.4 Undersökningsgrupp

I detta arbete har vi valt att göra intervjuer med elever i två olika skolor. En av skolorna är en tvåspråkig specialskola (svenska och teckenspråk) som vi kallar skola A och den andra är en grundskola som vi här kallar skola B. De elever vi valt går i årskurs 4-6 i ålderblandade klasser och har någon form av specialundervisning. Vi har bland annat valt ut elever med

matematiksvårigheter och/eller språksvårigheter. I skola B föll det sig in att alla dessa elever går i årskurs fem. Eleverna har därför nyligen skrivit nationella prov som var till hjälp vid urvalet.

Nedan presenteras eleverna i korthet. Observera att namnen är fingerade.

### Skola A

Elever som följer specialskolans kursplan:

Elev 1, Anna 12 år

Anna har läs- och skrivsvårigheter och svagt arbetsminne. Hon har hörapparat och använder talad svenska med teckenspråk som stöd.

Elev 2, Victor 12 år.

Victor har koncentrationssvårigheter, svagt arbetsminne och läs- och skrivsvårigheter. Han har dubbelsidig CI och använder talad svenska/teckenspråk.

Elev 3, Sara 13 år.

Sara har koncentrationssvårigheter. Hon har hörapparat på båda öronen och använder talad svenska med teckenspråk som stöd.

Elev 4, Petter 12 år.

Petter har svagt arbetsminne och läs- och skrivsvårigheter. Han använder hörapparat på båda öronen och talad svenska men behöver stöd av teckenspråk.

Elev 5, Elias 12 år.

Elias har svagt arbetsminne och språkstörning. Han har CI och hörapparat och använder talad svenska och teckenspråk som stöd.

Elev 6, Lukas 12 år.

Lukas har koncentrationssvårigheter. Han är döv på ena örat och använder hörapparat på andra. Lukas använder talad svenska.

### Skola B

Elever som följer grundskolans kursplan:

Elev 7, Tina 12 år.

Utredning visar på dyslexi och brister i ordförråd och begrepp.

Elev 8, Sonja 12 år.

Utredning visar på dyslexi

Elev 9, Jane.

Ingen utredning är gjord.

Elev 10, Aron 12 år.

Utredning visar på ouppmärksamhet.

## 4.5 Genomförande

Intervjuerna tog mellan 30 och 40 minuter.

På skola A intervjuades flera elever med olika grader av hörselnedsättning. Intervjuerna genomfördes på talspråk med tecken som stöd, eller helt på teckenspråk, beroende på vad eleven själv föredrog. För att på bästa sätt kunna analysera vad som sagts och gjorts i efterhand, filmades intervjuerna.

På skola B intervjuades elever med olika svårigheter som dyslexi och koncentrationssvårigheter. Intervjuerna bandinspelades för i efterhand kunna analyseras.

Förutom inspelningarna gjordes vi också anteckningar om saker vi kom att tänka på under intervjun. Eleverna fick svara på frågorna både skriftligt och muntligt/på teckenspråk. Även elevernas anteckningar sparades för vidare analys.

## 4.6 Bearbetning

Vid bearbetningen av intervjuerna skrev vi först ner vad som sagts i dialogform. När det gällde de hörande eleverna skrevs allt ner ordagrant. För de döva/hörselskadade eleverna som ibland använde teckenspråk har det krävts en översättning till skriven svenska. Vi har själva stått för denna översättning. Vid något tillfälle uppstod tveksamhet i tolkningen och då konsulterades en teckenspråkstolk.

Vi sammanställde sedan elevernas svar på uppgifterna och våra anteckningar från intervjun. Först valde vi att presentera materialet med en uppgift i taget, och varje elevs svar till denna uppgift. Efterhand fick vi en bättre inblick i vad vi ville tydliggöra och beslöt i stället att presentera varje elev och dennes svar var för sig.

För att tydliggöra arbetet för oss själva och läsaren sammanställde vi resultaten i en tabell där vi presenterade elevens svar på varje uppgift i relation till de perspektiv vi ville tydliggöra. Denna tabell uppvisar i bland tomma rutor, till exempel under rubriken ”Vilken typ av stöd behövde eleven?”. Här har vi valt att inte fylla i något eftersom eleven inte behövde något stöd.

Slutligen analyserade vi varje elevintervju, sammanfattade, diskuterade och jämförde med tidigare forskning.

## 4.7 Tillförlitlighet

Våra intervjuer är kvalitativa forskningsintervjuer och därmed måste vi ta hänsyn till subjektiva intryck. Däremot har vi fått ett relativt rikligt material att arbeta med från eleverna. De har gett oss uttömmande svar på frågorna och våra frågor har formulerats så att vi fått svar på det vi vill. Dessutom har validiteten ökat något genom att vi undvikit att ställa ledande

frågor och vi har försökt göra analysen av elevernas svar så objektiv som möjligt. (Kvale & Brinkman, 2009)

Vi har endast intervjuat 10 elever vilket begränsar möjligheten att dra några större generella slutsatser. Vi gör intervjuer med elever som har olika diagnoser och svårigheter. Detta medför ett dilemma när vi sammanställer och gör en analys av materialet. Det är svårt att dra några slutsatser som gäller för en viss typ av svårigheter.

Vi har endast träffat eleven vid ett tillfälle och intervjun varade i ca 40 minuter. Vi är medvetna om att eleven inte har mer ett försök på sig vid varje given fråga. I rimlighetens namn borde eleverna få mer tid och eventuellt öva mer för att vi ska kunna dra några bestämda slutsatser till en del av de frågeställningar vi försöker finna svar på.

Det skulle varit en fördel om översättningarna av de döva elevernas svar kunde översättas av en professionell tolk. I detta arbete har vi i stort sett fått lita till att vi förstått eleverna rätt med hjälp av våra egna översättningar och elevernas skriftliga förklaringar.

#### 4.8 Etik

Vi började med att söka tillåtelse från skolans rektor. Därefter frågade vi lärarna om de kände att det var lämpligt att vi plockade ut eleverna under den ordinarie lektionstiden för att genomföra våra intervjuer. Enligt Stukat (2005) ska de som berörs av studien informeras om studiens syfte, om att deltagandet är frivilligt och om att de när som helst har rätt att bryta sin medverkan. Dessutom ska deltagarna i en undersökning ha rätt att själva bestämma över om de vill medverka och om de undersökta är under 15 år bör samtycke också inhämtas från vårdnadshavare. Vi frågade därför eleverna om de ville delta och informerade dem om studiens syfte och innehåll. Sedan skickade vi hem ett brev till berörda föräldrar där vi bad om deras samtycke. (Se bilaga 1)

Bell (2006) belyser etiska frågor på följande sätt. Forskningsetik handlar om att man är tydlig när det gäller vilken form av överenskommelse man gör med sina undersökningspersoner eller kontaktpersoner. Detta är en anledning till varför ett skriftligt kontrakt kan fungera bra. Ur etiska aspekter fordras ett samtycke från dem man intervjuar, observera eller hämta material från. Det handlar också om att man kommer överens om hur detta material ska användas och hur resultaten kommer att spridas. När man väl kommit överens om sådant, ska man också se till att hålla sig till detta.

Även om man inte är tvingad att följa vissa etniska regler eller rekommendationer, behöver man ändå vara övertygad om man gjort allt som står i ens makt för att säkerställa att undersökningen är gjord på så sätt att den stämmer överens med egna etiska principer.



I detta kapitel presenterar vi våra elevintervjuer, en i taget. För att läsaren lättare ska få en överblick av intervjuerna och vår analys av dem, har vi först valt att göra en översiktlig tabell där vi i korthet presenterar hur det gick och elevernas svar på de fem problemlösningsuppgifterna. Därefter följer en analys där vi ger våra synpunkter på varje enskild elev.

Vi studerar i analysen elevens utveckling ur tre perspektiv.

Först tittar vi på hur väl eleverna förstår frågan. Vi försöker tydliggöra om eleven klarar detta på egen hand eller om de behöver mycket stöd, i form av tolkning till teckenspråk, bilder, lotsning osv.

Sedan studerar vi hur långt eleven kommit i utvecklingsperspektivet analoga representationer till symboliska representationer. Detta gör vi genom att titta på hur de väljer att representera sina tankar.

Vi tittar också på vilken strategi eleven använder och hur långt de nått i denna utveckling. Räknar de till exempel på fingrarna på ett väldigt konkret sätt eller har de en mer abstrakt förståelse och klarar att utföra operationerna i huvudet.

Slutligen undersöker vi om vi kan se i fall eleven upptäckt något, eller lärt sig något i första frågan som de sedan använder sig av i följdfrågan. Vi är i detta fall nyfikna på om eleverna generaliserar eventuella nya kunskaper.

### 5.1 Intervju med Anna

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Anna skrev först $6+7=11$	Anna fick se bilden och kom då fram till rätt svar.	Anna skrev i stället $7 \cdot 6 =$ och med upprepad addition kom hon fram till svaret 42.	Efter att ha funderat en stund gav Anna upp.

<b>Fråga 2</b>	Anna sa att Pia är 5 år.	Anna fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk men höll fast vid sitt svar, 5 år, och hon ritade 5 ljus i tårtan.		Anna räknade och svarade 16 år. Hon förklarade att hon tänkt $11+5=16$ .
<b>Fråga 3</b>	Anna kom fram till svaret 9 kr.	Anna fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk . Hon ändrade inte sitt svar.		
<b>Fråga 4</b>	Anna sa att Karin hade 24 kulor men sa att Roger inte hade några kulor alls när de började.	Anna fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Det hjälpte henne inte.		
<b>Fråga 5</b>	Anna svarade att det fanns 32 kakor och att de var tre personer. Sedan suckade hon och gav upp.	Anna fick se bilden.	Anna drog streck från varje kaka till en flicka, så att flickorna fick lika många kakor. Hon kom fram till 8 kakor var. (Se figur 1)	Anna tappade koncentrationen, och gav upp.

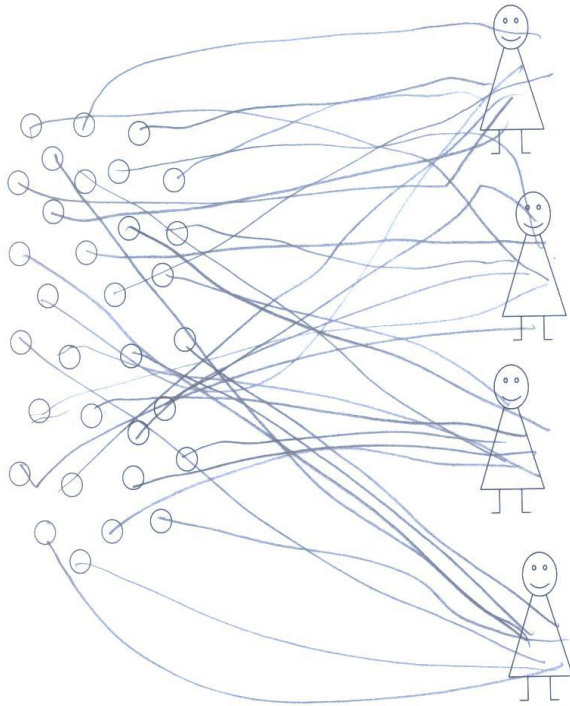


Fig. 1. Annas lösning av fråga 5.

## 5.2 Analys av intervju med Anna

Anna har inte kommit så långt när det gäller att tolka texten i problemlösningssuppgifterna. Hon fick ha hjälp att översätta texten till teckenspråk på flera uppgifter. Vi kan se att i första frågan slängde hon sig över uppgiften utan att först försöka skapa sig en mental bild av situationen. Hon förstod texten här men gav sig inte tid att tänka logiskt. I andra uppgiften var det svårt för att hon saknade förståelse för begreppet yngre. I fråga 3 och 4 blev Anna mest orolig och förvirrad och det var svårt att avgöra om det var texten som var för svår eller om det var svårt för henne att hitta en logisk lösning.

Anna har heller inte kommit så långt i utvecklingsperspektivet analogt tänkande till symboliskt tänkande. Anna ville se vår bild som stöd i alla uppgifterna och vi kunde tydligt se i fråga 1 och fråga 5 att Anna var hjälpt av visuellt stöd. Hon verkade inte på egen hand fundera och försöka skapa sig en mental bild av situationen innan hon tog itu med uppgiften.

Vi kunde se att Anna klarade att använda sig av addition och subtraktion. När hon multiplicerade använde hon sig av upprepad addition. Vi såg inga tecken på att Anna kunde division, men hon hade grundläggande förståelse för division, då hon i fråga 5 använde sig av metoden "en till dig och en till dig" och ritade streck mellan flickorna och kakorna. (Se figur 1)

Det var i princip bara i två av uppgifterna vi fick se Annas problemlösningstrategier, dvs. i fråga 1 och 5. Anna var i båda fallen i behov av bildstöd. Anna behövde bilder både för att förstå situationen. och åtminstone i fråga 5, behövde hon även bilden för att lösa uppgiften.

Anna klarar ännu inte att utvidga den konkreta förståelsen i svårare problem till en mer abstrakt nivå, Vi tror Anna skulle vara hjälpt av att jobba mer med att rita bilder och göra representationer av de matematiska begreppen.

Anna fick något av en aha upplevelse då hon fick se bilden i fråga ett. Hon lyckades med hjälp av denna lösa uppgiften. Trots visade hon inget igenkännande då hon sedan fick följdfrågan utan hon gav upp när hon inte fick bildstöd.

### 5.3 Intervju med Victor

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Victor skrev $6 \cdot 7 = 48$	Läraren bad Victor förklara hur han tänkt.	När Victor tänkt efter ändrade han sig till 42. Han skrev och förklarade hur han tänkt. (se figur 2)	Victor svarade 32. Sedan ritade han en bild, och förklarade hur han tänkt. (se figur 3)
<b>Fråga 2</b>	Victor svarade 5 ljus.	Victor fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Victor trodde fortfarande på 5 ljus. Intervjuaren förklarade begreppet yngre.	Victor skrev $13 - 5 = 8$ .	Victor skrev $11 + 5 = 16$
<b>Fråga 3</b>	Victor satte genast igång och fick fram rätt svar.	Intervjuaren bad Victor förklara hur han tänkte. Intervjuaren diskuterade begreppet kilogram med Victor.	Victor sa att dubbelt 6 blir 12. Sedan skrev han $3 \cdot 12 = 36$ Victor ritade och förklarade. (se figur 4) När han förklarade sa han att en banan kostade 12 kr.	Victor sa att kexen kostar 6 kr. Sedan sa han att köpet blir $6 + 24 + 12 = 44$ kr Intervjuaren förklarade uppgiften på teckenspråk. Victor sa "jaså" och så skrev han $4 \cdot 6 = 24$ och sa "4".

Fråga 4	Victor tyckte det var svårt.	Victor fick uppgiften förklarad på teckenspråk och fick se bilden.  Bilden hjälpte inte, men han förstod uppgiften bättre på teckenspråk.	Victor skrev $24-6=18$ Efter en stund skrev han $12+6=18$ Sedan sa han att Roger hade 12 kulor från början.	Victor funderade ett tag, sedan skrev han $6-15=9$ $3+6=9$ Han svarade ”6 st”.
Fråga 5	Victor läste frågan, funderade, och sedan sa han ”jag vet inte”.	Victor fick se bilden.	Victor ringade in några kakor, suddade, försökte igen, suddade och försökte igen. Han höll på ett tag. Till slut fick han 8 kakor i varje ring och var nöjd.	Victor funderade. Sedan skrev han $42/5=$ Han började räkna i huvudet... Intervjuaren hjälpte till och frågade hur många personer som skulle dela på godiset. Victor ändrade och skrev $42/6=$ Efter att han räknat i huvudet ett tag skrev han 7.

$$6 \cdot 7 = 42$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ \hline 21 + 21 \end{array}$$

$$7+7+7 \mid 7+7+7$$

Fig. 2. Victors lösning av fråga 1.

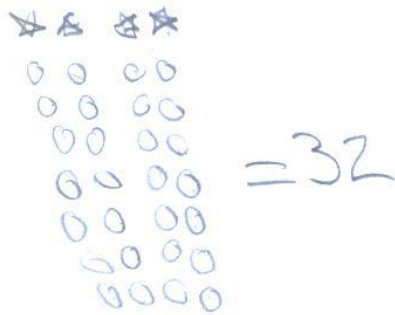


Fig. 3. Victors lösning av följdfråga 1.

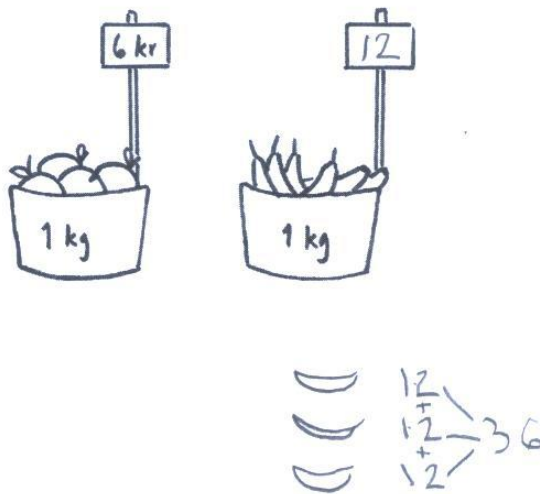


Fig. 4. Victors lösning av fråga 3.

#### 5.4 Analys av intervju med Victor

Victor behövde relativt mycket stöd för att tolka frågorna. Han klarade läsförståelsen i huvudsak bra, det var bara den fjärde frågan som han verkade ha svårt att skapa ett sammanhang i och därför fick han den tolkad till teckenspråk. Däremot snubblade han, både i fråga 2 och 3 för att han hade svårt med begreppsförståelsen. Han hade svårt med begrepp som yngre och kilogram. Han tänkte på 1 kilogram som en banan (Se figur 4).

I fråga 1 fick Victor först fel svar, men då han ombads förklara, skrev han ner sina siffror, funderade och upptäckte sitt fel. Det hjälpte honom att tvingas strukturera och ordna tankarna till en förklaring. Victor representerar sina tankar både analogt och symboliskt. (Se exempel figur 2 och 3).

När han fastnar i mer abstrakta tankar kan han gå tillbaks till att rita lite mer enkla lösningsstrategier.

Vi ser att Victor har förståelse för alla fyra räknesätten. I fråga 5 var han först tveksam och fick ha hjälp av vår bild. Han visar sedan att han förstår delningsdivision när han med ringar delar in helheten i ett givet antal delar (kakorna och flickorna) och i följdfrågan ställer han upp en division som han räknar ut i huvudet. Detta tolkar vi som att han kan utvidga den konkreta förståelsen till en mer abstrakt nivå.

Fråga 5 är intressant! Victor behövde hjälp av bilden med att komma i gång. När han väl använt bilden, genom att på ett analogt sätt med lite besvär ringat in kakorna i fyra ringar (till fyra personer), verkade han minnas tidigare kunskap. När han sedan skulle lösa följdfrågan föredrog han att på symbolisk väg ställa upp talen till en division.

En sak som kan vara värd att nämna är Victor sätt att lösa fråga 1 och dess följdfråga. Victor valde att representera sina tankar symboliskt och skrev upp multiplikationen med tal i fråga 1. Han såg sedan vår bild där vi representerade situationen på ett mer analogt sätt med en bild och han verkade bli påverkad av det. När Victor fick följdfrågan valde han denna gång att representera sina tankar i bild. (Se figur 2 och 3) Först valde han alltså en mer symbolisk redovisning, men efter att ha sett vår bild, valde han att redovisa följdfrågan på analog väg. Kanske trodde han att vi ville ha det så? Vi kan i alla fall dra slutsatsen att Victor kan göra en koppling mellan, och har förståelse för symbolisk och analog representation av multiplikation och kan redovisa sina tankar på båda sätten.

## 5.5 Intervju med Sara

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Sara läste frågan på egen hand och satte igång att räkna.		Hon skrev $6 \cdot 7 =$ Sara funderade och räknade i huvudet. Sedan skrev hon 42.	Sara skrev $4 \cdot 8 =$ Hon funderade en bra stund och skrev till sist 34.

Fråga 2	Sara suckade när hon läste frågan.	Sara fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Hon sa att bilden inte vartill någon hjälp. Intervjuaren förklarade begreppet yngre.	Först sa Sara att Pia får 18 ljus. Vi diskuterade ordet ”yngre” och Sara skrev då $13-5=8$	Sara svarade direkt att han är 16 år. Hon skrev $11+5=16$
Fråga 3	Sara ville ha bildhjälp.	Sara fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Sara fick slutligen lite lotsning.	Sara kom fram till att 3 kg äpple kostade 24 kr, Hon fick sedan ha hjälp för att räkna ut 3 kg bananer.	Sara fick texten översatt till teckenspråk. Det var svårt och Sara gav upp.
Fråga 4	Sara läste frågan och sa sedan att hon inte kunde.	Sara fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Sara fick lite lotsning.	Sara kom fram själv fram till att Karin hade 18 kulor efter att ha förlorat 6. Hon fick sedan hjälp att komma fram till ett svar på frågan.	Sara läste och förstod frågan, men hade svårt att komma vidare. Sara uppmuntrades till att rita en bild. Hon kom då fram till svaret på egen hand. (se figur 5)



Fråga 5	Sara läste texten, sedan började hon rita en bild. Hon förstod vad frågan gällde men trodde att bara tre av flickorna skulle ha kakor.	Sara fick se bilden. Sara fick också lite lotsning mot slutet.	Sara ritade en bild. Hon insåg att något inte stämde och att hennes resultat var orättvist. (se figur 6) När hon såg vår bild förstod hon att hon glömt Julia. Sara gjorde några försök att göra 4 ringar runt kakorna, så att alla ringar innehöll lika många. Det var svårt. Intervjuaren tipsade Sara om att hon kunde tänka på 4:ans tabell. Det hjälpte och Sara ritade 4 ringar med 8 kakor i varje. Hon skrev också $4 \cdot 8 = 32$ .	Sara sa att de är 6 stycken. Sedan skrev hon $6 \cdot \_ = 42$ Sedan sa hon 7.
---------	--	--	--	---

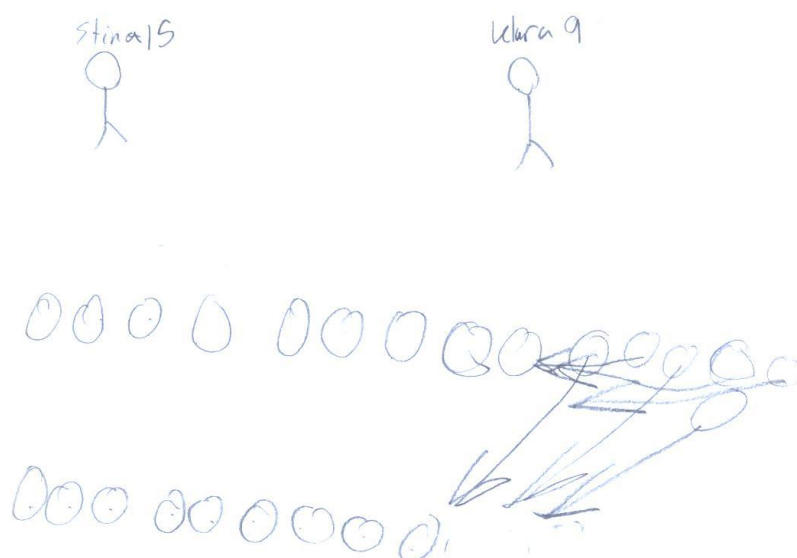


Fig. 5. Saras lösning av följdfråga 4.

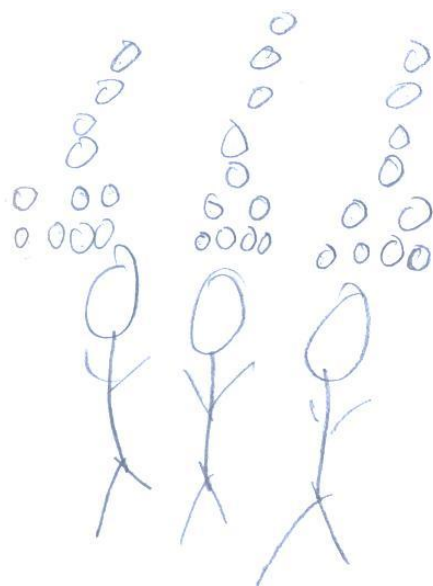


Fig. 6. Saras lösning av fråga 5.

## 5.6 Analys av intervju med Sara

Sara behövde också en hel del stöd för att förstå texten. Fråga 1 och 5 gick bra. Till de andra frågorna fick hon texten översatt till teckenspråk. Hon hade svårigheter med begreppen yngre och kilogram.

I fråga 3 och 4 är det svårt att säga vad som var det egentliga problemet. Det kan delvis ha varit texten, men det hjälpte inte med bilden eller att översätta till teckenspråk. Sara behövde ändå lotsning för att lösa uppgiften. Det kan ha varit så att Sara förstod texten, men hade svårigheter med hur hon skulle lösa uppgiften.

Sara använde sig av både symboliska och analoga representationer.

Hon lyckades med följdfråga 4 genom att hon uppmuntrades till att rita och tydliggöra situationen. (Se figur 5) I fråga 5 valde Sara själv att rita en bild för att lösa uppgiften. Det skulle hon lyckats med om hon fått rätt på antalet personer. Hon använde sig sedan i stället delvis av vår bild för att lösa fråga 5.

Vi ser att Sara kan använda sig av addition, subtraktion och multiplikation. Vi såg inga tecken på att Sara använde sig av division, men hon hade grundläggande förståelse för delningsdivision, då hon i fråga 5 visste att helheten skulle fördelas i ett givet antal delar (kakorna och flickorna).

I fråga 3 och 4, där problemet måste lösas i flera steg hade Sara svårigheter. Hon behövde här hjälp att strukturera sina tankar, men hon verkade ha svårigheter att utveckla konkreta tankar till en mer abstrakt nivå. När hon fastnade i mer abstrakta tankar var hon dock hjälpt av att "gå tillbaks" till att rita lite mer enkla lösningsstrategier som i följdfråga 4.

I fråga 5 läste Sara frågan och hade genast en idé om hur hon kunde lösa uppgiften. Hon ritade en bild, (se figur 6) men insåg att det inte blev en jämn fördelning av kakorna. (Vi anser

att detta är en lätt misstolkning av texten.) När Sara fick se vår bild förstod hon att kakorna skulle fördelas på fyra flickor. Hon började då istället ringa in kakorna i fyra cirklar och försökte få en jämn fördelning. Det var svårt och Sara var beredd att ge upp. När hon blev tipsad om att använda sig av multiplikationstabellen, fick hon ny energi. Hon förstod hur hon skulle tänka och funderade ett tag. Sedan lyckades hon. På följdfrågan hade hon tagit fasta på att hon kunde använda multiplikation och klarade uppgiften på egen hand. Hon skrev  $6 \cdot 7 = 42$ . Det skulle vara intressant att se om Sara fortsättningsvis kom ihåg att använda sig av denna metod i den här typen av uppgifter.

## 5.7 Intervju med Petter

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Petter förstod texten utan problem.		Han sa man kunde ta $7 \cdot 6$ eller $7+7+7+7+7+7$ . Han räknade också ut 42 utan problem och använde då upprepad addition.	Petter missförstod först frågan. (Se figur 7) När han sedan fick texten förklarad på teckenspråk var det inga problem. Han sa att han inte förstod ordet ”styck” och därför blivit förvirrad. Han förklarade sedan att han tänkte $8+8+8+8$ .
<b>Fråga 2</b>	Petter läste frågan och svarade genast 8 ljus.		Han skrev och sa att han tänkt $13-5=8$	Petter läste frågan och sa sedan 16. Han skrev $11+5=16$ .

Fråga 3	<p>Petter läste och verkade förstå frågan.</p>		<p>Petter sa att 1 kg bananer kostar 12 kr. Intervjuaren frågade vad 3 kg bananer kostade. Petter sa att han tänkte 12,12,12 och räknade tyst och fick svaret 36 kr.</p>	<p>Petter läste första halvan av frågan och sa att kexen kostar 6 kr.</p> <p>Petter sa sedan att två påsar med bullar – det blir 24 kr. Sedan tänkte han att <math>6+6+6+6=24</math>.</p> <p>Det blir 4 paket kex.</p>
Fråga 4	<p>Petter läste och funderade.</p> <p>Han tyckte den var svår.</p>	<p>Petter fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk.</p> <p>Petter fick också vidare lotsning.</p>	<p>Petter sa först 19 kulor. Han sa att 24 minus 6 är 19.</p> <p>Petter fick se bilden och fick texten översatt.</p> <p>Han kom då på egen hand fram till att Karin hade 18 kulor när hon förlorat 6, men han lyckades inte komma fram till svaret utan att därefter få en hel del ledning.</p>	<p>Petter tänkte, sedan sa han 3 st. Han förklarade att han provade med en, det gick inte det skulle bli 10 och 14, sedan provade han med två, och det skulle bli 13 och 11, det måste vara 3 st. Intervjuaren bad honom skriva och förklara, men han sa att han inte visste hur.</p>

Fråga 5	Petter förstod texten, men antog att bara tre av flickorna skulle få kakor.	Petter fick se bilden.	<p>Petter funderade och efter en stund frågade han om man kan dela 32 med tre.</p> <p>Han fick se bilden och förstod då att det var fyra personer som skulle dela på kakorna.</p> <p>Petter räknade i huvudet och försökte först med 7 kakor åt 4 personer, sedan insåg han att det inte stämde. Han provade med 8, och sa ”ja, det är 8”.</p>	<p>Petter insåg denna gång att det nu var 6 personer som skulle vara med och dela. Han satt länge och räknade i huvudet.</p> <p>Intervjuaren bad honom rita och förklara hur han tänkte. Han sa att det inte behövs. Till sist sa han 7. Han förklarade sedan att <math>7 \cdot 3 = 21</math> och så igen <math>7 \cdot 3 = 21</math>. Det blir 42.</p>
---------	---	------------------------	--	---

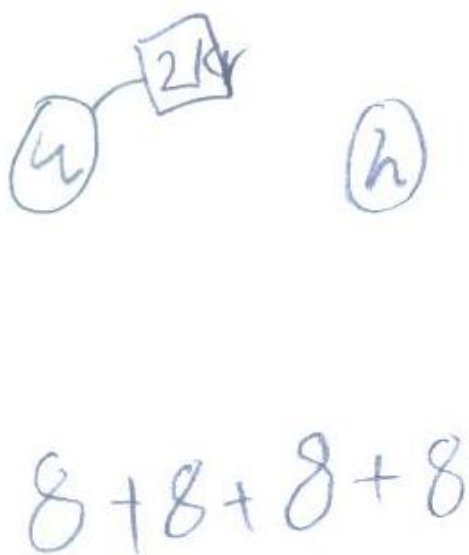


Fig. 7. Petters lösning av följdfråga 1.

## 5.8 Analys av intervju med Petter

Petter verkade ha kommit relativt långt när det gällde läsförståelsen av de här uppgifterna. Han tvekade lite och upplevde fråga 4 som svår, men troligen berodde detta på att han inte visste hur han skulle komma fram till svaret.

I följdfråga 1 hade han svårt att förstå ordet ”styck”, och missförstod därför hela situationen. (se figur 7)

Petter använder sig i första hand av symboliska representationer. Vi ser inte honom rita och förklara mer än någon enstaka uppgift. Han räknar mycket i huvudet och verkar föredra symboler när han ombeds förklara hur han tänkt. När han fick våra bilder till hjälp använde han sig inte mycket av dem.

I följdfråga 1 skulle Petter möjligen varit hjälpt av en bild som förklarade situationen och gav honom förståelse för uttrycket ”styck”, men det räckte att han fick frågan förklarad på teckenspråk.

I följdfråga 4 satt Petter länge och funderade över en lösning. Han klarade det bra och förklarade verbalt hur han tänkt. Han hade däremot svårt att representera sina tankar i skrift. Vi tror att det skulle kunna hjälpa Petter att träna bokföra sina tankar i mer komplicerade uppgifter. Det kan vara till stor nytta när man behöver hålla ordning på fakta i uppgifter med flera steg.

Vi ser att Petter kan addition, subtraktion och multiplikation.

I fråga 5 insåg Petter att division skulle vara den smidigaste strategin. Han funderade först tyst och frågade sedan om man kan dela 32 med 3. När han såg bilden förstod han att det var fyra personer som skulle dela på kakorna. Han funderade ett tag och räknade i huvudet. Han provade först med 7 kakor åt varje person, men räknade och kom fram till att det inte stämde. Sedan provade han med 8 och blev nöjd med resultatet. Han visar tecken på att han förstår att man kan använda division i fråga 5, men föredrar sedan multiplikation (med upprepad addition).

Petter fick svårigheter när han skulle räkna uppgift 4. Detta är en uppgift där det gäller att tänka i mer än ett steg och där man behöver hålla en del fakta i huvudet. Det blev svårt för Petter och han fick ha hjälp. I följdfråga 4 klarade Petter detta bra.

Petter verkar ha en klar och konkret representativ förståelse för begreppen. Han kan utvidga sin förståelse till en mer abstrakt nivå och han kan använda det matematiska symbolspråket. Han utför gärna operationerna ”i huvudet”.

Det är svårt att se om Petter lär något eller upptäcker något i första frågan som han sedan har nytta av i följdfrågan. I fråga 5 upptäckte Petter sitt misstag att räkna fel på antalet personer, han gör inte om detta misstag i följdfrågan.

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Elias läste frågan, sedan svarade han 13. Han förklarade att det står "tillsammans" och 6 och 7 blir tillsammans 13.	Intervjuaren uppmuntrade Elias att rita och förklara hur han tänkt.	Elias adderade först 6 och 7. Intervjuaren bad honom rita och förklara hur han tänkte. Elias kom då på att han tänkt fel. Elias sa sedan "7·6 - det blir 42 kr! Det var fel med plus. Det ska vara gånger."	Elias sa först 16 kr. Intervjuaren bad honom förklara. Han skrev och förklarade hur han tänkt. Han skrev 8 8 8 8, sedan 16+16, och så sa han att det blir 32 kr.
<b>Fråga 2</b>	Elias läste, sedan sa han att det blir 18 ljus. Intervjuaren översatte uppgiften till teckenspråk. Elias svarade sedan att Pia har 5 ljus.	Elias fick se bilden och fick texten översatt till teckenspråk. Bilden hjälpte inte. Intervjuaren förklarade begreppet yngre.	Elias adderade först 5 och 13. Elias fick se bilden, och ritade fem ljus i tårtan. Intervjuaren diskuterade begreppet yngre med Elias, och efter det skrev han 5-13=8.	Elias skrev genast 11+5=16.

<p style="text-align: center;"><b>Fråga 3</b></p>	<p>Elias läste texten och verkade förstå. Han satte igång att lösa uppgiften.</p>	<p>Elias fick se bilden med det hjälpte inte.</p> <p>Intervjuaren lotsade Elias lite med frågor.</p>	<p>Elias läste texten, sedan sa han att bananerna kostar 12 kr. Han skrev <math>6+6=12</math>. Sedan sa han att 3 kg bananer kostar 18 kr, och han skrev <math>6+6+6=18</math> kr.</p> <p>När han fick se på bilden sa han att ”ja, det blir 18 kr”.</p> <p>Intervjuaren hjälpte till och betonade att 1kg bananer kostar 12 kr. Elias räknade ut vad 2 kg skulle kosta. Sedan bad intervjuaren Elias att räkna ut vad 3 kg skulle kosta. Han sa 36 kr.</p>	<p>Elias skrev att kexen skulle kosta 6 kr. Sedan läste han vidare och behövde texten översatt till teckenspråk. Elias förklarade att bullarna skulle kosta 24 kr, för 12 och 12 blir 24. Då skulle han kunna köpa 4 kex för samma pris.</p> <p>(Se figur 8.)</p>
<p style="text-align: center;"><b>Fråga 4</b></p>	<p>Elias läste frågan och satte i gång att arbeta.</p>	<p>Elias fick titta på bilden och fick texten översatt till teckenspråk.</p> <p>Det hjälpte att få texten översatt.</p>	<p>Elias ritade först 24 kulor och strök över 6 st. Han sa att Karin hade 18 kulor kvar.</p> <p>Efter att han fått se bilden och fått texten översatt räknade Elias i huvudet en stund, sedan svarade han 12. Han förklarade att han tänkte <math>12+6=18</math></p>	<p>Elias läste texten, skrev och förklarade hur han tänkt.</p> <p>(Se figur 9.)</p> <p>Sedan sa han att Stina ska ge bort tre stycken.</p>



<b>Fråga 5</b>	Elias läste frågan och svarade nästan genast 8 st.		<p>Elias funderade och svarade 8 st.</p> <p>Intervjuaren bad honom förklara hur han tänkt.</p> <p>Han ritade en bild som beskrev situationen.</p> <p>Under bilden skrev han <math>8 \cdot 4 = 32</math>.</p>	<p>Elias ritade en adekvat bild med 42 kakor och 6 streckgubbar. Han ringade in kakorna i 6 grupper drog streck till respektive gubbe.</p> <p>Sedan skrev han <math>7 \cdot 6 = 42</math>.</p> <p>Slutligen förklarade han att varje pojke får 7 godisbitar.</p>
----------------	--	--	--	--

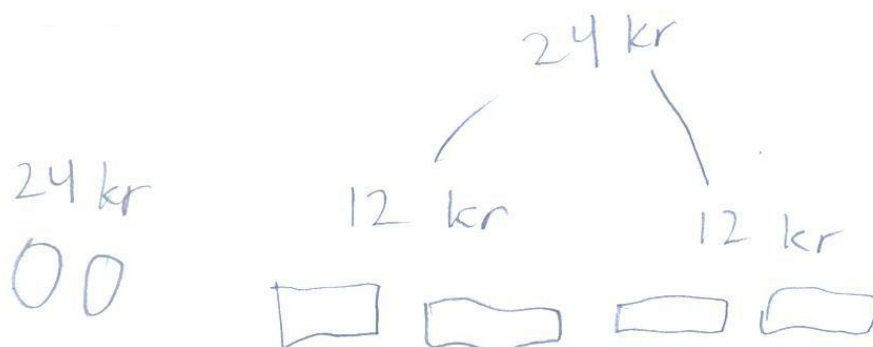


Fig. 8. Elias lösning av följdfråga 3.

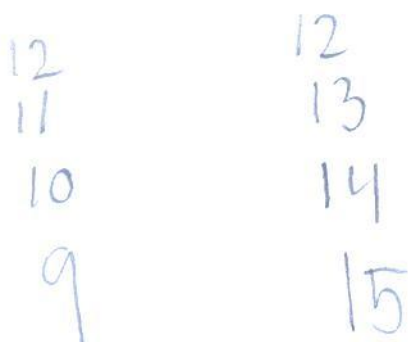


Fig. 9. Elias lösning av följdfråga 4.

## 5.10 Analys av intervju med Elias

Elias behövde få begreppet yngre förklarad. Han behövde teckenspråket på flera av uppgifterna för att kunna skapa sig en bild av situationen.

I fråga 1 såg vi tecken på att Elias letade efter nyckelord då han skulle lösa uppgiften. När han såg ordet ”tillsammans” drog han slutsatsen att han skulle lägga ihop talen. Elias försökte inte alls skapa sig en mental bild av situationen förrän intervjuaren bad honom rita och förklara hur han tänkte. När han började rita, tvingades han tänka efter vad det egentligen stod i texten och först då förstod han.

Elias ritar gärna och förklarar sina tankar, men använder sig lika gärna av symboliska uttrycksätt. (Se exempel figur 8)

Elias fick stöd av våra bilder i uppgift 2,3 och 4, men de verkade inte vara till mycket hjälp för honom. Däremot var det tydligt att Elias var hjälpt av att strukturera sina egna tankar när han gjorde redovisningar i skrift eller bild. Han blev hjälpt genom att han kom fram till en lösning och han upptäckte sina fel.

Elias använder addition, subtraktion och multiplikation. I fråga 5 där Elias skulle kunnat använda division, föredrar han att använda sig av multiplikation.

I fråga 1 och 2 var det tydligt att Elias inte riktigt fått situationen klart för sig innan han började räkna. Han verkade nästan chansa på att han använde rätt metod och han hade lite bråttom.

I fråga 3 var han på god väg, men tappade han bort sig när det blev för många steg och fakta att hålla reda på. Däremot tycker vi att han lyckades bra och gjorde tydliga redovisningar i både följdfråga 3 och 4. (Se figur 8 och 9.)

Fråga 4 är en relativt komplicerad fråga och Elias klarade denna på egen hand när han väl fått den översatt till teckenspråk.

När Elias väl förstått vad situationen handlar om klarar han jobba på en abstrakt nivå, han använder också det matematiska symbolspråket utan större svårigheter.

Vi kan inte utläsa om Elias har lärt sig något eller upptäckt något i första frågan som han sedan har haft nytta av i följdfrågan.

5.11 Intervju med Lukas

	Klarar eleven att tolka texten utan stöd?	Vilken typ av stöd behöver eleven?	Hur tänker eleven?	Klarar eleven följdfrågan?
<b>Fråga 1</b>	Lukas förstod frågan utan problem.	(Möjligen skulle man diskutera med Lukas vilken typ av redovisning som passar bäst i just denna situation och varför.)	Lukas förklarade att man kan tänka $6 \cdot 7$ eller $7 \cdot 6$ . Lukas tillade sedan att man kan också ta $7+7+7+7\dots$ eller $6+6+6+6\dots$ Intervjuaren frågade vad svaret skulle bli. Lukas funderade en stund, sedan sa han 36.	Lukas läste och förstod utan problem. Han sa att man kan ta $4 \cdot 8$ eller $8 \cdot 4$ . Svaret blir 32. (Se figur 10)
<b>Fråga 2</b>	Lukas läste frågan utan problem.		Lukas sa att man kan tänka $13-5$ . Det blir...8!	Lukas läste frågan. Han svarade 16 år. Sedan skrev han och förklarade hur han tänkt.

<p style="text-align: center;"><b>Fråga 3</b></p>	<p>Lukas läste texten och satte sedan i gång med att skriva och förklara.</p>	<p>Intervjuaren diskuterade begreppet kilogram med Lukas.</p>	<p>Lukas sa att det betyder att en banan kostar 12 kr, så <math>12 \cdot 3</math>!</p> <p>Han skrev <math>12 \cdot 3 = 36</math>.</p>	<p>Lukas sa att man kan tänka att <math>6+6</math> är 12. Då är svaret 6.</p> <p>Sedan läste Lukas fortsättningen och sa:</p> <p>”det är 4, dubbelt så mycket”.</p> <p>Intervjuaren bad honom skriva och förklara vad han menade.</p> <p>Lukas skrev:</p> $6+6+6+6=24$
<p style="text-align: center;"><b>Fråga 4</b></p>	<p>Lukas läste frågan och funderade. Han verkade förstå texten.</p>	<p>Lukas fick titta på bilden och förklara situationen samtidigt som han förklarade sin tankegång.</p>	<p>Lukas förklarade och skrev <math>24-6=18</math></p> <p>”sedan tar man 6 upp till 18, så han hade...eller...?”</p> <p>Vi tittade tillsammans på bilden och Lukas fick förklara vad den visade. Sedan sa han</p> <p>”så 18 minus 6? Då blir svaret 6!”</p> <p>När intervjuaren bad honom förklara, funderade han och ändrade svaret till 12.</p>	<p>Lukas läste frågan och förklarade på teckenspråk</p> <p>”Jag har 15 och du har 9. Sedan ger jag ett till dig. Då har vi 14 och 10. Ett till så har vi 13 och 11. Om jag ger dig 3 så har vi 12 och 12.”</p>

Fråga 5	Lukas läste frågan och sa att han förstod.		Sedan skrev han $32/3$ , funderade och sa: ”Jag är dålig på division.” Lukas upptäckte sedan med hjälp av intervjuaren att det var 4 personer som skulle dela på kakorna. Han ändrade divisionen till $32/4$ . Lukas funderade en stund, och kom fram till 8.	Lukas läste frågan och skrev $42/6$ . Han funderade en stund. Lukas sa att han behövde öva på 6:ans tabell. Han började räkna upprepad addition, men kom av sig. Intervjuaren hjälpte till och frågade om $5 \cdot 6$ , $6 \cdot 6$ och $6 \cdot 7$ . Lukas kom på så sätt fram till svaret.
---------	--	--	--	---

Handwritten work showing the calculation  $4 \cdot 8 = 32$  and  $8 \cdot 4 = 32$ .

Fig. 10. Lukas lösning av följdfråga 1.

## 5.12 Analys av intervju med Lukas

Lukas visade inga tecken på att ha några problem med att förstå texterna.

Han verkade (liksom Victor) att tänka på ett kilogram bananer som en enda banan och intervjuaren diskuterade begreppet med honom.

Lukas klarade de flesta begreppen, men var inte helt klar över begreppet kilogram. I hans redovisning syntes inte detta eftersom han kom fram till rätt svar. Men i intervjun blev det tydligt. Vi vill med detta peka på betydelsen och vikten av att diskutera matte, hålla enskilda samtal med eleverna och kanske också ibland ha muntliga test.

Lukas föredrog genom alla uppgifterna att redovisa sina tankar symboliskt med tal och uppställningar. Han ritade inga bilder. Även uppgifterna som var lite mer komplicerade och

krävde tankearbete i flera steg, uppgift 3 och 4 med följdfrågor, redovisade Lukas kortfattat med tal eller på teckenspråk.

I uppgift 4 var Lukas hjälpt av att få titta på bilden och förklara sin tankegång för intervjuaren.

Lukas visade att han hade förståelse för alla fyra räknesätten. Lukas funderade länge och väl då han skulle räkna ut multiplikationer. Vid något tillfälle fick han ha stöd för att komma fram till svaret. Även om det tog tid för honom att utföra multiplikationerna, tyder hans redovisningar på att han har en mer tvådimensionell bild av multiplikation och inte enbart ser det som en upprepad addition. (se figur 10)

I fråga 4 klarade Lukas att räkna så långt som att Karin hade 18 kulor kvar, men sedan blev han tveksam. Något han sa fick intervjuaren att tro att han var på rätt väg, men han stannade upp och sa att han var osäker. Troligen tappade han bort sig i tankarna. Intervjuaren visade bilden och lät Lukas förklara genom att tänka högt (Lukas använde teckenspråk) vad den visade och samtidigt förklara sin tankegång. Detta hjälpte Lukas att hålla ordning på tankarna och efter att ha funderat och efter något snedsteg, lyckades han komma fram till svaret.

I fråga 5 insåg Lukas att division skulle vara en bra strategi, men han gjorde liksom många andra misstaget att endast räkna tre personer. När han insåg att det var fyra personer klarade han uppgiften. I följdfrågan tolkade han situationen rätt och visste att han skulle räkna  $42/6$ , men han hade lite problem då han skulle utföra divisionen.

Lukas har också kommit relativt långt i sin utveckling, han har en klar och konkret representativ förståelse för begreppen och han utvidgar förståelsen till en abstrakt nivå. Han använder också det matematiska symbolspråket på ett bra sätt och klarar att, med lite tid, utföra operationerna i huvudet.

Det är svårt att utläsa om Lukas har lärt sig något eller upptäckt något i första frågan som han sedan har haft nytta av i följdfrågan.

### 5.13 Intervju med Tina

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Tina klarade att tolka texten och får svaret 42		Tina skrev $7+7=14$ . Detta gjorde hon 3 gånger som hon lade ihop och fick 42. Hon använde upprepad addition	Tina ritade, lade ihop och fick svaret 32. (Se fig. 11)

<b>Fråga 2</b>	Tina löste uppgiften genom att rita. (Se fig. 12)		Tina ritade upp ljusen på rad och adderar talen.	Följdfrågan löste Tina likadant, hon ritade först upp 11 ljus och sedan 5 till och skrev $11+5=16$ .
<b>Fråga 3</b>	Tina löste uppgiften genom att skriva $12 \cdot 3 = 36$		Tina visste att det var multiplikation men löst uppgiften med hjälp av upprepad addition.	Följdfrågan löste hon genom att skriva 12 delat med 2 och fick 6. Detta gjorde hon två gånger därefter skrev hon $6+6$ under båda talen och fick fram 4 paket.
<b>Fråga 4</b>	Tina skrev $24-6=18$ , därefter skrev hon $18-6=12$ och svaret blir 12.		Tina löste uppgiften symboliskt.	Tina tog mellanskillnaden mellan 15 och 9 som blev 6 och delade med 2. Hon ställde upp uträkningen $15-3=12$ . Därefter skrev hon $9+3=12$ .
<b>Fråga 5</b>	Tina löste uppgiften och fick svaret 8.		Tina visste att det var delningsdivision men löste uppgiften genom att skriva en mer komplicerad uträkning i flera led. Använde upprepad addition.	Tina skrev $42/6$ och började skriva 6 6 6 6 6 6 därefter skrev hon $12+12+12$ . Efter detta började en lång serie med uträkningar som gör att hon inte löser uppgiften. Intervjuaren avbröt och visade genom att rita upp 6 flickor delar ut alla 42 bitarna. Tina såg att lösningen var 7.

$$\begin{array}{r} 0000 \\ 8888 \\ \hline 1614 \end{array}$$

$$16+14$$

$$20$$

$$72$$

$$32$$

Fig. 11 Tinas lösning av följdfråga 1



$$13 - 5 = 8$$

Fig 12 Tinas lösning av fråga 2

## 5.14 Analys av intervju med Tina

Tina har inga problem att tolka texten. Tina läser uppgifterna högt och löser uppgifterna.

Tina representerar sina uträkningar symboliskt. Vid någon uppgift illustrerar hon sina tankegångar. Genom att läsa högt och verbalisera sina tankar kommer Tina fram till en lösning. Hon använder utrymmet under uppgiften där hon tydligt visar sina tankar. Här kan man följa vilken strategi hon använder och därmed se vad hon behöver utveckla och träna på inom matematiken framöver.

Tina använder i flera uppgifter upprepad addition. I hennes sätt och tänka använder hon sig av "dubblerna". Vi får nästan uppfattningen att "dubblerna" ställer till det för Tina eftersom hon inte lyckas lösa följdfrågan till uppgift fem när lösningen var ett udda tal. Tina har inte befäst



multiplikationstabellen. Tina har inga problem med flerstegsuppgifterna och löser dem symboliskt. I fråga fyra visar hon hur det lånas vid en subtraktion i uträkningen. Hon använder uppställningen som ett komihåg och uppställningen är inte helt rätt matematiskt, vilket skulle kunnat förvilla henne. I uppgiften med delningsdivision, kan hon skriva det symboliskt men använder upprepad addition i uträkningen. Ur utvecklingssynpunkt skulle Tina behövt hoppa ifrån det symboliska till det illustrerande i uppgifter med delningsdivision.

Det är svårt att utläsa om Tina har lärt sig något eftersom hon har löst alla uppgifterna. Däremot har vi fått intrycket att hon efter första frågan tagit till sig representationsättet att illustrera i några uppgifter.

### 5.15 Intervju med Sonja

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Sonja läste uppgiften högt och skrev $7 \times 6 = 42$		Sonja löste uppgiften symboliskt.	Sonja skrev $8 \times 4 = 32$
<b>Fråga 2</b>	Sonja läste högt och skrev $13 - 5 = 8$ .		Sonja löste uppgiften symboliskt.	Sonja skrev $11 + 5 = 16$
<b>Fråga 3</b>	Sonja läser högt och skriver $12 \times 3 = 36$		Sonja löste uppgiften symboliskt.	Sonja löste uppgiften stegvis och skrev i första steget 6 kr och sedan 4 i nästa fas
<b>Fråga 4</b>	Sonja läste och skrev $12 + 12 = 24$ . Från detta tog hon 6 och får svaret 18.		Sonja löste uppgiften symboliskt.	Sonja skrev 3.

<b>Fråga 5</b>	Sonja skrev $32/3$ men vet inte hur hon ska lösa detta.	Sonja blev hjälp av bilden och ser att de är 4 i stället för 3.	Sonja använder sig av sifferspråket	Sonja skrev det som en multiplikation $6 \times 7 = 42$ .
----------------	---	---	-------------------------------------	---

## 5.16 Analys av intervju med Sonja

Sonja klarade att tolka alla uppgifterna.

Hon representerar alla uppgifterna symboliskt helt rätt. Sonja läser uppgifterna högt och påpekar efteråt att det var ett bra stöd för henne.

Hon är långt kommen i sitt logiska tänkande och klarar av de fyra räknesätten och väljer rätt. Sonja har också memorerat multiplikationstabellen. I uppgift fem ser hon att det är en delningsdivision men blir osäker på hur hon ska lösa uppgiften eftersom den inte gick jämt upp i hennes uppställning.

Eftersom Sonja löser alla uppgifterna kan vi inte utläsa något om hon kan generalisera. I följdfråga fem har Sonja blivit uppmärksam på antalet som ska dela på bitarna och har därmed inget problem att lösa den.

## 5.17 Intervju med Jane

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Jane kunde tolka uppgiften och skrev $7+7+7+7+7+7+7$		Jane använde upprepad addition, dubblerna och räknar på fingrarna.	Jane löste följdfrågan på samma sätt med upprepad addition.
<b>Fråga 2</b>	Jane kunde tolka texten och skriver: Hon får 8 ljus.	Ansåg att bilden förvirrade.	Jane löste uppgiften genom att räkna på fingrarna.	Jane svarade direkt 16 eftersom det är 5 år som skiljer mellan henne och hennes syster.

<b>Fråga 3</b>	Jane visste inte hur hon ska lösa uppgiften.		Jane löste uppgiften med hjälp av lotsning.	Löste delar av uppgiften med hjälp. Vet att hälften av 12 är 6. Kommer också fram till att 2 påsar bullar kostar 24 kr. Jane gör inte uppgiften klar.
<b>Fråga 4</b>	Jane kunde inte lösa uppgiften.		Intervjuaren diskuterade uppgiften med Jane men är inte mottaglig för lotsning.	Jane försökte men kunde inte. Intervjuaren visade genom att rita upp den. Förstod när intervjuaren hade ritat upp och förklarat.
<b>Fråga 5</b>	Jane visst inte hur hon skulle lösa uppgiften.	Jane blev hjälpt av bilden och löser uppgiften.	Jane löste uppgiften genom att rita kakor vid varje flicka och stryker kakorna efter hand. (Se fig. 13)	Jane läste uppgiften och säger 9. Uppgiften löstes inte.

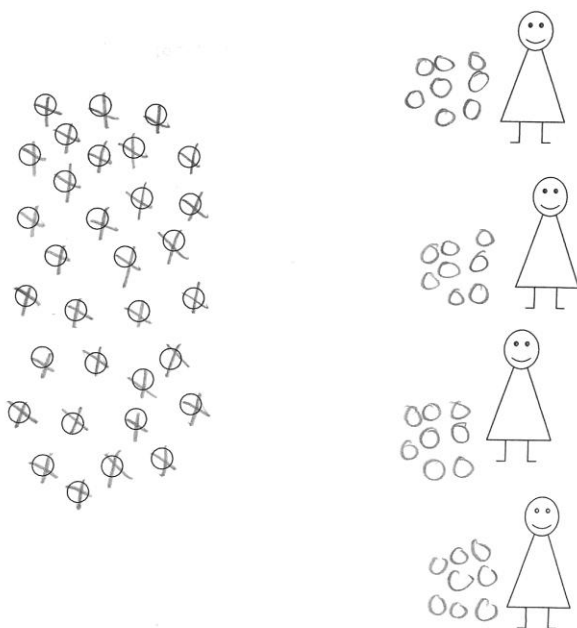


Fig. 13 Janes lösning av fråga 5

## 5.18 Analys av intervju med Jane

Jane klarar att tolka uppgifterna 1 och 2 utan stöd. I de övriga uppgifter behövde Jane någon form av stöd

Jane använder symboliskt representation i de två första uppgifterna. Uppgift 3 och 4 vilket är flerstegsuppgift förstår hon inte och blir lotsad till lösningar.

Jane löser uppgift 1 genom upprepad addition och dubbler. Jane räknar på fingrarna när hon löser uppgifter och får stöttning när hon tappar bort sig. Jane löser inte fråga 4. Under samtalet kommer det fram att Jane inte är hjälpt av bilden och den rör till det ännu mer för henne. I detta läge är inte Jane mottaglig för att lösa uppgiften och den avslutas utan någon lösning. Här skulle Jane behöva konkret material för att förstå och bygga upp minnet. I uppgift 5 delar hon ut en i taget när hon har fått anvisningar hur hon kan göra. Jane har inte memorerat multiplikationstabellen och behöver träna på denna, detta gör att hon inte klarar av lösa en divisionsuppgift symboliskt.

Vi kan inte utläsa om Jane har lärt sig något eller upptäckt något i första frågan som hon sedan har haft nytta av i följdfrågan. Jane ger gärna upp när hon stöter på motstånd och är inte mottaglig för att gå vidare.

## 5.19 Intervju med Aron

	<b>Klarar eleven att tolka texten utan stöd?</b>	<b>Vilken typ av stöd behöver eleven?</b>	<b>Hur tänker eleven?</b>	<b>Klarar eleven följdfrågan?</b>
<b>Fråga 1</b>	Aron sa att det var gånger och skriver $6 \times 7 = 62$ som han gissade.	Aron ansåg att bilden hade varit till hjälp. Kom på att det kunde lösas med upprepad addition.	Aron visste att det var multiplikation men såg först vid bilden den kunde lösas upprepad addition.	Aron löste denna uppgift med upprepad addition och räknade på fingrarna och fick det till 32.
<b>Fråga 2</b>	Aron kunde tolka uppgiften och svarade 7 som han ändrade till 8.		Aron försökte räkna i huvudet men kontrollräknade på fingrarna för att få fram rätt svar.	Aron läste följdfrågan och räknade på fingrarna, svarade 16.

<b>Fråga 3</b>	Aron löste första delen av uppgiften och skriver 12. Lotsas igenom uppgiften eftersom han gissar.		Aron kunde begreppen hälften/dubbelt. Behövde stöd för att komma vidare och räknade multiplikationen som en upprepad addition. Använde fingrarna.	Aron löste uppgiften genom samtal med intervjuaren.
<b>Fråga 4</b>	Aron visste inte hur uppgiften ska lösas.	Aron blev delvis hjälpt av bilden men kunde inte lösa den utan stöttning.	Uppgiften löstes genom lotsning.	Aron löste uppgiften tillsammans med intervjuaren. ( Se fig. 14)
<b>Fråga 5</b>	Arons förslag var att rita. Han svarar att man delar 32 med 3	Aron fick hjälp av bilden och ser att det är 4 istället. Löste bilduppgiften med stöd av intervjuare.	Aron var inne på att rita men gjorde det inte i första uppgiften. Han visste att det var division och hur det tecknas symboliskt men kunde inte räkna ut det.	Gissade först. Försökte med att rita upp 5 gubbar. Fick hjälp med att de är 6 och ritar. (Se fig. 15)

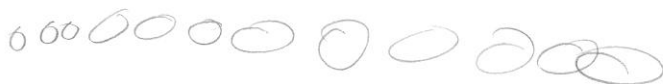


Fig. 14 Arons lösning av följdfråga 4

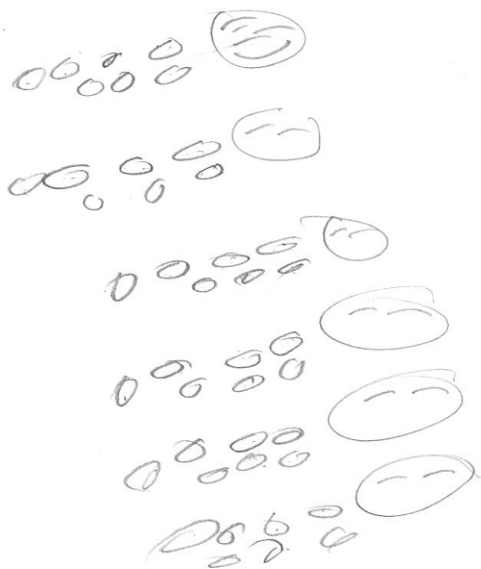


Fig. 15 Arons lösning av följdfråga 5

## 5.20 Analys av intervju med Aron

Aron förstår frågorna 1, 2 och 5, men uppgifterna i flera steg förstod han inte helt, utan löste bara första delen i uppgiften.

Aron representerar uppgifterna symboliskt. Får tankar på att rita när han ser bilder men tar inget initiativ till att göra det, förutom i sista uppgiften när intervjuaren har uppmanat honom att rita.

Aron känner till att det är multiplikation i uppgift 1 och vet hur man hur han symboliskt ska skriva det. Därefter gissar han eftersom han inte kan multiplikationstabellerna. Inser när han ser bilden att man kan lös uppgiften med upprepad addition.

I fråga 2 ser han direkt att det är addition och svarar snabbt men kommer på att det inte var helt rätt och kontrollräknar på fingrarna.

I fråga 3 med flera led får Aron svårigheter. Aron kan dubbelt och svarar att bananerna kostar 12 kr och tror att uppgiften är klar här. Aron resonerar och säger tre kilo, då får man ta det gånger 3 och då går det att använda addition. Aron vet att det är multiplikation i andra delen av uppgiften men löser den med upprepad addition. Han har svårigheter att hålla reda på var i uträkningen är. Aron räknar på fingrarna och har inget system i hur han ska ha koll på hur långt han är i uträkningen. Aron har inte någon hjälp av bilden eftersom han missuppfattar den och tror att han kan räkna bananerna i korgen.

Aron kan inte tolka uppgiften 4 och får se bilden. Detta hjälper honom inte speciellt utan intervjuaren förklarar hur den kan lösas. Uppgiften löses i små delmoment men det är svårt att utläsa om Aron förstod, eftersom han inte kan lösa följdfrågan drar vi den slutsatsen att han inte har förstått.

I fråga 5 ser Aron att det är en division och är inne på att rita 32 kakor som ska delas på 3. Aron är tveksam och säger att det inte går, gissar flera gånger. När bilden visas upptäcker

Aron efter en stund att de är 4 och börjar gissar igen. Intervjuaren visar att det går att rita en bit vid varje gubbe och stryka en. Aron ritar men behöver stöd för att inte tappa bort sig. Aron pendlar i flertalet uppgifter mellan den konkreta nivån och den illustrerande nivån. Eftersom Aron löser följdfrågan 5 genom att rita skulle han säkert blivit hjälp i att använda denna representation.

I uppgifterna 1 och 5 ser vi att Aron kan generalisera, medan de andra uppgifterna kan vi inte utläsa om Aron har lärt sig något eller upptäckt något i första frågan som han sedan har haft nytta av i följdfrågan.

## 5.21 Sammanfattande analys

Vi gör nedan en sammanfattande analys där vi ser över resultaten i sin helhet och undersöker om vi fått svar på våra frågeställningar. För att tydliggöra våra resultat tittar vi på en elev i taget och försöker svara på frågorna.

Vi frågade oss i inledningen till detta arbete om vi under intervjuerna kunde skapa oss en bild av var eleverna befinner sig i sin utveckling? Det gällde elevernas förmåga att förstå texten, hur långt de kommit i utvecklingsperspektivet från analoga representationer till symboliska representationer samt deras utveckling från konkreta strategier till mer abstrakta strategier. Vi ville också veta om eleverna var hjälpta av våra bilder, eller bilder som de själva konstruerar. Slutligen ville vi se om eleverna generaliserar sina kunskaper. Vi vill här åter påminna läsaren om att mötet med eleverna var kort och att vi i denna analys enbart tittar på och bedömer elevernas efter vad vi fått fram i denna intervju.

Vi fick veta att Anna har läs- och skrivsvårigheter och svagt arbetsminne. Hon använder hörapparat och talad svenska med teckenspråk som stöd. Under vår intervju med Anna blev hennes svårigheter tydliga. Hon har inte kommit så långt vare sig det gäller att tolka texter till problemlösningssuppgifter, sin förmåga att använda symboliska representationer eller abstrakt tänkande. Anna behöver teckenspråkshjälp och bildhjälp för att förstå texterna. Och hon klarar ännu inte att utvidga sin konkreta förståelse i svårare problem till en abstrakt nivå. Hon hade stor hjälp av våra bilder, men ritade inte mycket själv för att beskriva sina tankar. Vi såg också att Anna förstod till slut uppgift ett, men kände inte igen strukturen av denna när den återkom i följdfrågan. Hon gav upp utan bildhjälp.

Victor har koncentrationssvårigheter, svagt arbetsminne och läs- och skrivsvårigheter. Han har dubbelsidig CI och använder talad svenska/teckenspråk. Vi kunde också se att Victor behövde mycket stöd för att tolka texten. Han läste bra men snubblade på begreppsförståelsen och hade svårt att skapa ett sammanhang i några av de svårare frågorna. Victor behövde inte vårt bildstöd, men var hjälpt av att själv strukturera och rita sina tankar. Han representerade ibland sina tankar analogt och ibland symboliskt. Han kan utveckla sin konkreta förståelse till en mer abstrakt nivå. När han fastnade i lite svårare abstrakta tankar kunde han gå tillbaka till lite enklare och mer konkreta tankar. Victor verkade också kunna transferera det han upptäckte och kände igen i fråga 5 till följdfrågan. Vi såg också att Victor var påverkad av våra bilder och gärna härmade vårt sätt att presentera situationen.

Sara är en elev med koncentrationssvårigheter. Hon har hörapparat på båda öronen och använder talad svenska med teckenspråk som stöd. Sara visade också svårigheter på att förstå texterna, ett par av de lättare gick bra, men i de svårare texterna behövde hon tolkning till

teckenspråk. Sara använde sig av både analoga och symboliska representationssätt. Hon ritade egna bilder som hjälpte henne att komma fram till en lösning. Sara behövde ibland hjälp med att strukturera sina tankar, men visade vissa svårigheter att utvidga sina konkreta tankar till en mer abstrakt nivå, men när hon fastnade i svårare uppgifter gick det ibland bra att "gå tillbaks" till att rita och använda lite mer enkla lösningsstrategier. Sara visade, liksom Victor, att det hon upptäckte och kände igen i fråga 5 tog hon till sig och använde sig av i följdfrågan.

Petter har svagt arbetsminne och läs- och skrivsvårigheter. Han använder hörapparat på båda öronen och talad svenska men behöver stöd av teckenspråk. Petter verkade ha en relativt god förståelse för texten i uppgifterna, men vi såg att även han hade svårt för något begrepp och därför missförstod hela frågan. Petter hade god förståelse för det matematiska symbolspråket och visade att han kunde använda det i de flera situationer. Han använde sig inte av våra bilder och ritade inget på egen hand. Petter visade att han kan utvidga sin förståelse till en mer abstrakt nivå och han utför gärna operationerna i huvudet. Vid någon av de mer svåra frågorna löste Petter uppgiften i huvudet, och förklarade verbalt hur han gjort, men han hade svårt att skriftligt redovisa sina tankar. På Petter hade vi svårt utläsa om han generaliserade sina kunskaper i problemlösningsuppgifterna. Vi såg i fråga 5 att han först tog miste på antalet personer, och detta misstag lärde han sig av och gjorde inte om i följdfrågan.

Elias har svagt arbetsminne och språkstörning. Han har CI och hörapparat och använder talad svenska och teckenspråk som stöd. Elias behövde också stöd för att förstå frågorna. Han snubblade över något begrepp och behövde tolkning till teckenspråk på flera av uppgifterna. I fråga 1 såg vi tecken på att Elias använde sig av nyckelord då han skulle lösa uppgiften. Elias ritade gärna och förklarade sina tankar, men han visade också att han hade god förståelse för symbolspråket. Han verkade inte vara hjälpt av våra bilder men hade stort stöd av att själv rita och strukturera sina tankar. Elias verkade klara av att arbeta på en relativt abstrakt nivå när han väl förstätt uppgiften och han kunde också redovisa sina tankar på ett klart och tydligt sätt.

Lukas har koncentrationssvårigheter. Han är döv på ena örat och använder hörapparat på andra. Lukas använder talad svenska. Lukas hade inga problem med läsförståelsen. Vi upptäckte dock i intervjun att han inte förstod begreppet kilogram. Lukas föredrog genom hela testet att beskriva sina tankar symboliskt och ritade inga bilder. Han hanterade symbolspråket på ett bra sätt. Lukas har kommit relativt långt i sin utveckling. Han har i de flesta fall en klar och konkret bild av begreppen och han kan utvidga denna förståelse till en mer abstrakt nivå.

Tina har dyslexi och brister i ordförråd och begrepp. Trots detta lyckades Tina bra med uppgifterna. Hon resonerade och ritade när hon löste uppgifterna och hade detta som sitt stöd. Tina har inte memorerat multiplikationstabellen vilket kan vara en svårighet vid dyslexi. Däremot lyckas hon få ner sina tankar på papper om än kanske inte helt strukturerad. Svårigheterna kom i sista uppgiften med division, när strategin att använda dubblerna inte fungerade fullt ut. Här hade Tina varit i behov av att redovisa det visuellt. Vi ser att Tina tänker symboliskt men tar hjälp av att rita ibland.

Sonja har dyslexi och hon anser att det bästa för henne är att läsa uppgifterna högt, vilket är en strategi som är användbar vid textuppgifter. Sonja har inga problem att resonera logiskt och tänker symboliskt. Ända uppgiften som Sonja hade svårigheter med var i delningsdivisionen när antalet inte stämde med det som sägs rakt ut. I detta fall fick bilden henne att tänka till och läsa uppgiften en gång till. Vi ser att Sonja generaliserar i denna uppgift.

Jane har koncentrationssvårigheter och ger lätt upp. Det fanns också emellanåt en motvilja att lösa uppgifterna när hon inte kunde tolka texten. Detta var framförallt i flerstegsuppgifterna. Hon skriver multiplikationerna symboliskt med upprepad addition men löser dem konkret



med hjälp av fingrarna. Delningsdivision är väldigt främmande för henne och här skulle Jane behöva använda laborativt material men lyckades bra när hon fick en bild och stöd i hur hon kunde lösa den. Det är svårt att se hur hon anammade detta eftersom hon inte valde att rita utan bara gissade och gav upp i följdfrågan.

Aron har koncentrationssvårigheter som gör att han har svårigheter med uppmärksamhet. De uppgifter han klarar av att tolka skriver han symboliskt men är konkret i sina uträkningar och använder fingrarna. I flerstegsuppgifterna behöver Aron kommunikativa stöttor för att lösa. Aron tar ingen hjälp av bilderna och skulle behöva arbeta mer visuellt för att nå den abstrakta nivån.

I presentationen av eleverna ovan har vi redogjort vilka svårigheter eleverna har. Eleverna är åldershomogena och utefter detta skulle vi kunna dra en slutsats om vad som skiljer mellan de hörande respektive döva elever som deltagit i denna studie. Vi vill dock betona att detta gäller endast tio elever och att det är svårt att dra några generella slutsatser av studien.

Vi har inte uppfattat någon nämnvärd skillnad när det gäller att tolka texten beroende på om eleven är hörande eller döva. Skillnaden vi kan se är deras begreppsuppfattning. Här har vi sett att hörande elever har en klarare uppfattning av en del begrepp som vi har använt i våra uppgifter som t ex styck, yngre och kilogram.

Generellt ser vi att de döva eleverna har större hjälp av bilder än hörande. En av orsakerna till detta kan vara att döva elever har ett mer visuellt sätt att tänka och tolka saker. Vi kan inte dra några entydiga slutsatser av våra tio intervjuer men av de hörande eleverna var det endast en elev som valde att lösa uppgifterna med hjälp av att rita utan att bli uppmanad av intervjuaren att använda denna representation. Detta kan vara intressant! Finns det någon skillnad i elevernas sätt att tänka eller beror det på undervisningsätt och olika metoder som används i respektive skolor?

I vår undersökning ville vi också se om vi kunde skapa oss en bild av var eleverna befinner sig i sin utveckling. Om detta är det svårt att dra en slutsats eftersom eleverna är olika långt komna i de tre olika utvecklingsperspektiven som vi tittat på. Vi ser ingen direkt skillnad mellan eleverna som är döva/hörselskadade och hörande. Utan vi konstaterar bara att eleverna är på olika faser i sin utveckling och behöver stöd i den fas de befinner sig i för att utvecklas vidare.

## 6 DISKUSSION

Vi avslutar vårt arbete med en diskussion, där vi reflekterar över vårt syfte och våra inledande frågeställningar i anknytning till våra resultat, vår teori och den litteratur vi gått igenom.

### 6.1 Diskussion

Vårt syfte med den här studien är att undersöka om eleverna kan vara hjälpta av bilder i matematikundervisningen. Vi vill också belysa elevernas utvecklingsväg till att bli goda problemlösare, då vi tror att kunskap om elevernas utveckling kan ge oss den insyn vi behöver för att hjälpa eleverna till bättre förståelse. Slutligen ville vi undersöka om eleverna har en förmåga att generaliserar sina nya kunskaper.

Vi börjar med att fråga oss om vi fått svar på vår första frågeställning. Är eleverna hjälpta av bilder i matematiken? Bilder som de ritar själva, eller bilder som läraren konstruerar.

Eftersom eleverna alla är olika individer såg det mycket olika ut. Det fanns exempel på elever som var hjälpta av att se vår bild för att de inte förstått texten, till exempel Anna i fråga 1. Det fanns elever som var hjälpta av att se på bilden medan de förklarade sina egna tankar, till exempel Lukas i fråga 4. Sedan var det flera elever som var hjälpta av bilden på grund av att de då upptäckte detaljer som de missat, som till exempel Petter och Sara i fråga 5 då de upptäckte att de tagit fel på antalet personer. I vissa fall använde sig eleverna av bilderna för komma fram till en lösning. Ett exempel på detta är Jane när hon delar ut kakor till flickorna i uppgift 5.

Några av eleverna använde sig mindre av våra bilder. Vi har till exempel Petter, Lukas och Sonja. De är elever som vi kunde se hade kommit lite längre i sin utveckling vad gäller analoga representationer till symboliska representationer. Eftersom de mentalt hade en klar och representativ förståelse för problemen verkade de inte känna något behov av bildstöd. De föredrog symboliskt språk.

Aron är också ett intressant exempel. Han använder heller inte heller bilder men i hans fall misstänker vi att han inte kommit så långt i utvecklingen. Vi ser honom använda väldigt konkreta medel när han tänker och räknar på fingrarna. Lundberg & Sterner (2009) skriver om metodik i fyra faser. De säger att i den laborativa fasen arbetar man muntligt och i en kombination med instruktivt material som t ex knappar. Aron har behov av en väldigt konkret nivå och kanske är det nästa steg för honom, att utveckla den representativa fasen. Han behöver då träna på att rita bilder och göra representationer av de matematiska begreppen vid lösningar av textuppgifter.

Flera av eleverna var hjälpta av att rita egna bilder och på så sätt strukturera sina tankar. Detta ser vi hos till exempel Elias. Att rita är en strategi som vi tror är underskattad och man borde uppmuntra användandet av bilder när eleverna löser sina uppgifter. Vår förhoppning i detta arbete är att visa på att visuella uppgifter bygga upp ett annat tänkande där bilden på ett bra sätt kan visa hur man löser en uppgift. Genom att det finns mer bilduppgifter i elevernas läromedel och att läraren använder den illustrerande representationen ger en tillåtande attityd så att eleverna själva ska ta detta till sig och kunna använda denna representation innan de nått

den mer abstrakta nivån. Aron och Tina är också exempel på elever som lyckades lösa uppgifter genom att rita.

En tanke som vi kommit fram till är att eftersom elevernas behov är så pass varierande spelar det en roll hur bilden är konstruerad och i vilket syfte den ska användas. Eleven kanske behöver bilden för att förklara textinnehållet, eller behöver den för att ha hjälp att strategiskt lösa uppgiften. Det kan också vara så som i Nunes (2004) bok, att man vill stötta eleven i utvecklingen från analog representation till symbolisk, och därför vill ha en bild som tar upp båda representationssätten. Det är här lärarens roll blir viktig. Läraren måste ha en medvetenhet om elevens behov och veta var i utvecklingen eleven befinner sig.

Vår andra frågeställning i detta arbete var om vi vid våra intervjuer kan skapa oss en bild av var eleverna befinner sig i sin utveckling. Vi har i detta arbete valt att titta på elevens utveckling ur tre perspektiv som vi finner betydelsefulla för elevens problemlösningsförmåga, deras läsförståelse av problemlösningsuppgifterna, deras utveckling från analoga representationer till symboliska representationer och deras utveckling från konkreta strategier till abstrakta strategier. I vår sammanfattande analys kan man läsa och får en bättre insyn av vår bild av varje enskild elev. Det vi kan se är att det finns elever som kan ha stora svårigheter inom ett utvecklingsområde, men kan vara långt utvecklad inom ett annat. Som exempel kan vi titta på Elias. Han hade stora svårigheter att förstå texten, men han kunde arbeta på en relativt hög nivå vad gällde abstrakt tänkande.

Vi vill med detta uppmärksamma att det är viktigt att se matematisk kompetens ut ett helhetsperspektiv. I inledningen refererar vi till Kilpatrick m.fl. (2001), de förklarar hur matematik är ett ämne som innehåller flera komponenter och för att bli matematiskt kompetent behöver man utvecklas inom flera områden samtidigt. De flätar samman de fem områdena begreppsförståelse, förmåga att resonera logiskt, goda färdigheter, problemlösningskompetens och förtrogenhet.

Vår sista fråga i detta arbete handlade om elevernas förmåga att generalisera sina kunskaper? Vi ville se om eleverna upptäcker något, lär något i våra uppgifter, och sedan använder sig av denna kunskap då de får en liknande uppgift.

Det var i stort sett bara i uppgift 1 och 5 vi kunde utläsa något gällande denna fråga. I dessa fall kan vi säga att uppgifterna tillhörde samma schema. De andra frågorna var svåra för flera elever och liknade inte varandra på samma sätt.

Vi kunde se att några elever kände igen elevernas struktur och använde sig av det de lärt i första frågan i följdfrågan. Elever som visade detta var Sara, som först hade svårigheter att lösa uppgift 5. Hon fick hjälp på vägen och kom på hur hon kunde använda sina kunskaper i multiplikation för att ta reda på hur hon skulle fördela kakorna. När hon sedan skulle lösa följdfrågan kände hon igen strukturen av uppgiften och klarade att lösa uppgiften med samma strategi. Även Victor visade att han kände igen uppgiftstypen i fråga 5 och dess följdfråga. Han kom på att han kunde ställa upp en division. Anna hade på samma sätt en aha-upplevelse i fråga 1, men hon kunde inte känna igen uppgiftens struktur i följdfrågan. Det var tydligt att hon behövde mer träning.

Vi vill här betona det Lundberg & Sterner (2009) skriver om att lärare bör göra eleverna uppmärksamma på textuppgifternas struktur. Detta kan hjälpa eleverna att känna igen olika typer av problem. Om de tränar upp denna förmåga kan de använda sina erfarenheter, kunskaper och förmågor i nya situationer och bli bättre problemlösare.

## 6.2 Övriga upptäckter värda att diskuteras

En intressant iakttagelse som vi gjort i vår undersökning är att det endast är de döva/hörselskadade eleverna som har problem med begreppsförståelsen. De har svårigheter att förstå ord som ”styck”, ”yngre” och ”kilogram”. Foisack (2003) nämner döva elevers begränsade språkliga utveckling och erfarenhet och hur dessa medför svårigheter att organisera information och att välja lämpliga strategier vid problemlösning. Vi tror att det kan vara dessa språkliga svårigheter och brist på erfarenheter som påverkat deras begreppsutveckling.

I vår undersökning såg vi att flertalet elever hade svårt med läsförståelsen i uppgifterna som innehåller flera steg och kräver att man håller en del fakta i huvudet under problemlösningen. Sterner & Lundberg (2004) menar att det matematiska språket ställer stora krav på läsaren. Det finns svåra ord och meningsbyggnaden kan vara komplicerad. De menar att läraren kan hjälpa eleven att läsa mer aktivt, och tänka framåt. Eleverna fick möjlighet att verbalisera sina tankar och det var en elev som påpekade speciellt att läsa högt hade hjälp henne till lösningar. Detta tar författarna också upp i de sju stegen som är användbara vid problemlösningssuppgifter.

Foisack (2003) tar upp lotsningsfenomenet. Vi kände i flera fall att vi som hon beskriver var de ”kommunikativa stöttorna ” men sedan övergick till att lotsa en del elever fram till en lösning, vilket som Foisack påpekar är näst intill oundvikligt. Vi var medvetna att vi lotsade elever men vi hoppades ändå på att vi under dessa tillfällen har tillfört någon kunskap som de kan utveckla vidare.

Det fanns även elever som räknade på fingrarna vilket Lundberg & Sterner (2009) anser inte ska undertryckas. Det är en naturlig koppling till 10-bassystemet. Dessa elever behöver hjälp att komma vidare till nästa fas, den representativa fasen. Genom att träna på att rita lösningar kan eleverna utveckla användbara problemlösningstrategier som kan förenkla många situationer.

Vi vill också tydliggöra det faktum att vi rekommenderar att eleverna får öva sig på att känna igen olika uppgiftstyper. Vår tanke är inte att eleven ska få upprepad erfarenhet av att lösa samma slags problem med samma teknik. Målet är snarare att eleven både ska lära sig lösa olika problem med samma slags teknik, och använda olika slags teknik för att lösa samma problem. Men vi tror det är viktigt att eleverna får tillräckligt med tid för att upptäcka, känna igen och reflektera över mönster och strategier, och för vissa elever kan det då behövas en viss upprepning.

Vi såg elever som kastade sig över problemen. De använde mycket kort tid åt att analysera och söka efter passande strategi för att lösa uppgifterna. Om problemet inte kunde lösas på kort tid, upplevdes det som en svår uppgift och eleverna bad då gärna om hjälp. Det är viktigt att eleven får ett förhållningssätt till problemlösning där de inte ser själva beräkningen eller genomförandet som det viktigaste.

En del av detta problem, att eleverna inte tar sig tid att analysera uppgifterna, leder till att eleverna letar efter nyckelord, eller signalord, som kan ge dem en ledtråd om vilket räknesätt som är aktuellt. Sådana strategier är vanskliga eftersom de kan leda till fel slutsatser. Vi ser ett exempel på detta med Elias i fråga 1. Han förklarar att 6 och 7 blir ”tillsammans” 13, och har helt missat logiken i frågan. Nunes (2004) tar också upp detta problem och menar att det förekommer som undervisningsmetod och att lärare tränar eleverna att känna igen nyckelord.

Vi tror inte det är så vanligt, de flesta lärare idag är nog medvetna om bristerna i en sådan metod. Däremot kan det vara nog så vanligt att elever själva upptäcker och använder sig av sådana här strategier.

Vi tror det har väldigt stor betydelse hur en elev sätter i hop sin kunskap och representerar denna mentalt, hur de organiserar sina tankar och kopplar i hop dem. Det är ofta svårt för en lärare att nå fram på detta plan och förstå vad som händer, men man har också som lärare många gånger en känsla av att det är här det brister, när eleverna inte lyckas.

Det är viktigt att uppmuntra eleverna till att uppskatta och se värdet i det de lär. Jag tror också det är viktigt att läraren ger eleverna uppgifter som är utmanande men som de kan klara av med lagom ansträngning. Läraren måste också tänka på att eleverna har de byggstenar som behövs för att klara av nya moment, det vill säga att man bygger på tidigare erfarenheter.

### 6.3 Metoddiskussion

Vi valde att genomföra våra intervjuer i formen av kvalitativa forskningsintervjuer och det fungerade bra liksom vi förväntat oss. När vi gjorde undersökningen satt vi enskilt med varje elev och hade verklig möjlighet att kommunicera och stödja eleven i deras tankegång. Detta är ett unikt tillfälle och hjälper läraren att förstå vilken abstraktionsnivå eleven har nått. Vi upptäckte elever som var i den konkreta fasen och skulle behövt laborativt hjälpmedel och vi såg elever som hade nått den representativa fasen och använde sig av att rita och glädjande nog såg vi elever som hade nått den abstrakta fasen och använde symboler. Detta ser vi som en av våra uppgifter i framtiden som speciallärare att analysera elever med språksvårigheter, var de befinner sig, för att stödja eleven att komma vidare till nästa fas.

En annan fördel med att sitta och ha enskilt samtal med eleven är att man under samtalet upptäcker missförstånd som inte nödvändigtvis framkommer vid skriftlig kommunikation. Som exempel kan vi här nämna Lukas. Hans skriftliga svar på fråga 3 var helt korrekt men när han förklarade hur han tänkte på teckenspråk kom det fram att han inte hade förstått begreppet kilogram. Vi vill därför poängtera vikten av att diskutera matematik med eleverna.

Har detta arbete gett oss svar på de frågor vi ville. Ja, vi har ovan diskuterat frågorna och besvarat dem, om än inte med entydiga svar. Många elever är hjälpta av bilder, men i olika situationer och på olika sätt. Lärares medvetenhet om elevens behov är av stor vikt. Vi har också skapat oss en bild av hur långt eleverna kommit i sin utveckling, sett utifrån de perspektiv vi var intresserade av. Slutsatsen vi drog av detta var att det är viktigt för oss lärare att ha en helhetsbild av elevens kunskaper. De kan ha kommit långt inom ett område medan de har stora svårigheter med ett annat. Vår sista fråga var om eleven generaliserar sina kunskaper. I vårt fall kunde vi inte se många exempel på detta. Delvis beror detta på vårt val av frågor, som gjorde det svårt att utläsa något. Det kan diskuteras här om vi inte borde haft fler liknande typuppgifter för att besvara denna fråga. Men även i de frågor där det fanns möjlighet att utläsa något såg vi väldigt få exempel på att eleverna transfererade sina kunskaper. Med detta i åtanke vill vi poängtera vikten av att läraren gör eleverna uppmärksamma på problemlösningssuppgifternas struktur, så eleverna när de känner igen en uppgift kan använda sina kunskaper och erfarenheter i den nya situationen.

## 6.4 Specialpedagogiska implikationer

Vi kommer i framtiden att fortsätta arbeta med elever som har olika typer av svårigheter. En del av vårt arbete som specialpedagoger kommer att vara att på olika sätt kartlägga dessa elevers svårigheter och styrkor. I denna studie har vi satt samman egna uppgifter till eleverna och genom intervjuer fått en uppfattning om elevens svårigheter och styrkor, men vi har också fått en bild av hur långt eleverna kommit i sin utveckling. Denna insyn och kunskap hos läraren tror vi är en förutsättning för att kunna hjälpa eleverna vidare till en bättre förståelse.

Foisack (2003) skriver att man bör ta tillvara den kunskap som finns om hur barn lär sig nya begrepp och att elevers sätt att tänka avspeglar sig i de strategier de använder för att lösa problem. Hon skriver också att det är genom att studera dessa strategier vi kan sätta oss in i elevens tankesätt och därmed hjälpa dem till en bättre förståelse. Vi fick en relativt god bild av elevernas utveckling och slutsatsen vi drog av detta var att det är viktigt för oss lärare att ha en helhetsbild av elevens kunskaper. De kan ha kommit långt inom ett område medan de har stora svårigheter med ett annat.

Många elever tycker att de är ”dåliga i matte” för att de ligger långt efter i matteboken, eller för att de inte är bra på multiplikationstabellen. Vi tycker det är viktigt att eleverna förstår att matematik är ett mångsidigt ämne, och att man kan till exempel vara en mycket skicklig problemlösare eller ha andra starka sidor även om man har svårt att memorera multiplikationstabellen. Vi hoppas att med denna medvetenhet kunna stärka självkänslan hos elever som anser sig ”dåliga” på matematik och få upp deras intresse och motivation för ämnet.

Vi har också sett att man på många sätt kan hjälpa eleverna mot en bättre förståelse med hjälp av bilder. Vi har sett exempel på elever som inte förstår texten men som har förstått problemet när de fått se en bild som förklarar situationen. Vi har också sett hur betydelsefullt det är att uppmuntra eleverna själva till att rita eller använda symboler för att strukturera sina tankar och på så sätt komma fram till en lösning. Ibland använde eleverna bilderna rent strategiskt, och ritade på bilden för att komma fram till en lösning.

Vi har också sett att många elever inte generaliserar sina kunskaper. Vi har låtit eleverna göra två liknande problem efter varandra för att se om de kände igen uppgiftens struktur och i den andra uppgiften använde sig av sådant som de lärde eller upptäckte i den första uppgiften. Vi hoppas vi i denna studie visat betydelsen av att eleverna känner igen olika typer av problem. Vi menar att om de tränar upp denna förmåga kan de använda sina erfarenheter, kunskaper och förmågor i nya situationer och bli bättre problemlösare.

## 6.5 Fortsatt forskning

I vårt arbete har vi fördjupat oss bland annat i den representativa fasen där vi tittat på hur eleven arbetat med färdigproducerade bilder eller ritat bilder de ritat själva. Detta har väckt ett intresse att undersöka hur lärare ser på bilder som ett verktyg i undervisningen. Hur arbetar lärarna med denna fas i sin undervisning, ritar lärarna under genomgångar? Hur ser lärarna på elevernas sätt att visuellt beskriva sina uträkningar och vilket stöd får dessa elever?

Vidare är det intressant att undersöka läromedel. Hur mycket stöd ger de genom att illustrera problem och hur mycket bilder finns det i läromedlen. Hur uppfattar och tolkar eleverna detta stöd?

En annan sak vi funderat mycket över är bedömning av elever. Vi har visat att många elever kan vara väldigt ojämna i sin utveckling, till exempel ha svårt att tolka textuppgifter men i övrigt klara matematiken bra? Vi vet att det finns många frågetecken ute på skolor kring detta ämne. Det vore intressant att titta närmre på hur det fungerar och hur lärare i allmänhet resonerar när de gör bedömningar i liknande situationer.

## SAMMANFATTNING

Eftersom vi bland annat undervisar elever med läs- och skrivsvårigheter och döva/hörselskadade elever valde vi att genomföra våra intervjuer i formen av kvalitativa forskningsintervjuer. Detta kändes som en lämplig metod då den till viss del avslöjar och kompenserar eventuella språkliga svårigheter. Dessa djupintervjuer har också gett oss en insyn i elevernas matematiska kunskaper, brister och visat oss en del missförstånd som eleverna gjort.

Vårt syfte med studien har varit att undersöka om eleverna kan vara hjälpta av bilder i matematikundervisningen. Med tanke på våra elevers svårigheter tror vi visuella hjälpmedel kan vara till stor hjälp. Nunes (2004) föreslår att döva och hörande har olika preferenser för att representera tal, och de döva lyckas bättre när de får använda sina egna metoder och representationsformer. Vi har kommit fram till att många elever är hjälpta av bilder, men i olika situationer och på olika sätt. Lärarens medvetenhet om elevens behov är av stor vikt.

Vi ville belysa elevernas utvecklingsväg till att bli goda problemlösare. Vi valde att studera deras utveckling ur tre perspektiv. Deras förmåga att läsa och förstå texten i problemlösningssuppgifter, deras utveckling från analoga representationer till symboliska representationer och deras utveckling från konkreta strategier till abstrakta strategier. Vi frågade oss om det var möjligt för oss att få en bild av var eleverna befinner sig i sin utveckling under våra intervjuer. Detta gjorde vi för att skapa oss en insyn och kunskap som i förlängningen kan hjälpa eleverna till bättre förståelse. Foisack (2003) skriver att man bör ta tillvara den kunskap som finns om hur barn lär sig nya begrepp och att elevers sätt att tänka avspeglar sig i de strategier de använder för att lösa problem. Hon skriver också att det är genom att studera dessa strategier vi kan sätta oss in i elevens tankesätt och därmed hjälpa dem till förståelse. Vi fick en relativt god bild av elevernas utveckling och slutsatsen vi drog av detta var att det är viktigt för oss lärare att ha en helhetsbild av elevens kunskaper. De kan ha kommit långt inom ett område medan de har stora svårigheter med ett annat.

Slutligen frågade vi oss om eleverna generaliserar sina kunskaper, vi ville ta reda på om eleverna upptäcker något, lär något i våra uppgifter, och sedan använder det då får en liknande uppgift. Lundberg & Sterner (2009) skriver att lärare bör göra eleverna uppmärksamma på textuppgifternas struktur. De menar bland annat att eleverna behöver tid att upptäcka att många uppgifter som formuleras på olika sätt tillhör egentligen samma problemtyp. Dessa upptäckter kan hjälpa eleverna att känna igen olika typer av problem, man pratar ofta om att transferera. Detta är förmågan att kunna använda sina erfarenheter, kunskaper och förmågor i nya situationer.

Vår studie har två teoretiska perspektiv, det matematikdidaktiska och det kognitiva. I det matematikdidaktiska perspektivet ser vi förmågan att kunna hantera symboler som en avgörande betydelse för att utveckla matematisk kunskap. Likaså har språklig förmåga, förmåga att lösa problem och begreppsförståelse stor betydelse. I det kognitiva perspektivet utgår vi från elevens kognitiva utveckling, det vill säga elevernas tänkande och lärande. I detta sammanhang tar vi upp bland annat lotsningsfenomenet.

Vi valde att göra vår undersökning i form av egen konstruerade uppgifter. I pilotstudien fick vi en uppfattning att uppgifterna var relevanta och därefter utförde vi våra intervjuer med



tio utvalda elever. Valet av eleverna gjorde vi tillsammans med kolleger på våra skolor. Varje elev intervjuades och spelades in på band/video. Efteråt bearbetade vi varje intervju och sammanställde våra resultat i tabellform. Vi analyserade varje elevs resultat och avslutade med en sammanfattande analys och slutsats.

I testen fick eleverna fem uppgifter, sedan konstruerade vi en följdfråga till varje uppgift som påminde om den första. Dels ville vi med detta kontrollera om vår metod att visualisera problemet i första uppgiften hjälpte eleven till mer förståelse i följdfrågan, dels vill vi se om eleven generaliserar sina nyförvärvade kunskaper och kan klara en liknande uppgift på egen hand.

I vårt test kunde vi endast se tre exempel på detta. Vi vill därför poängtera vikten av att läraren gör eleverna uppmärksamma på problemlösningssuppgifternas struktur, så att eleverna får möjlighet att utveckla en medvetenhet om olika problemtyper.

## REFERENSER

- Adler, B. (2007). *Dyskalkyli & Matematik*. Höllviken: NU-förlaget.
- Anghilleri, J. (2006). *Teaching number sense 2 uppl.* New York: Continuum.
- Bell, J. (2007). *Introduktion till forskningsmetodik*. Denmark: Studentlitteratur.
- Bjerstedt, Å. (1997). *Rapportens yttre dräkt*. Malmö: Studentlitteratur.
- Dowker, A. (2005). *Individual Differences in Arithmetic: Implications for Psychology, Neuroscience and Education*.
- Emanuelsson, G. (1991). *Problemlösning*. Lund: Studentlitteratur.
- Foisack, E. (2003). *Döva barns begreppsbildning i matematik*. Doktorsavhandling. Malmö: Malmö Högskola.
- Ginsburg, H. Jacobs, S. & Lopez, S. (1998). *The teacher's Guide to Flexible Interviewing in the classroom*. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data.
- Hallberg, A, Hendar, O & Vegerfors, K. (2008) *Elever i behov av särskilt stort stöd i skolan – Vad kan vi göra?* Specialpedagogiska institutet.
- Kilpatric, J, Swafford, J & Findell, B. (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, D C:National Academy.
- Kullberg,B. (2004). *Etnografi i klassrummet*. Malmö: Studentlitteratur
- Kvale, S & Brinkman, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. 2:a uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Lundberg, I & Sterner, G (2009). *Dyskalkyli – finns det?* Göteborg NCM.
- Lundberg, I & Sterner, G (2006). *Räknesvårigheter och lässvårigheter*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Malmer, G (2002). *Analys av Läsförståelse i Problemlösning ALP-test 1-8. Screeningtest från skolår 2 och upp till vuxna elever*. Lund: Firma Bok & Bild/Gudrun Malmer.
- Malmer, G (1999). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G & Adler, B. (1996). *Matematiksvårigheter och dyslexi*. Lund: Studentlitteratur.
- Nunes, T. (2004). *Teaching mathematics to Deaf children*. London: Whurr Publishers.

Sterner, G. mfl (red) (2000). *Matematik från början* (ss.215-231) Nämnaren Tema. Göteborg: NCM.

Sjöberg, G (2006). *Om det inte är dyskalkyli – vad är det då?* Doktorsavhandling. Umeå.

Skolverket.(2009). Diamant – diagnostiskt material i matematik.

<http://www.skolverket.se/2.3894/2.3906/publikationer>

Skolverket. (2011) *Läroplan för grundskolan, förskoleklass och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.

Sterner, G & Lundberg, I. (2004). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*. Göteborg NCM-rapport 2002:2.

Strandberg, L. (2006). *Vygotskij i praktiken – bland plugghästar och fusklappar*. Finland: Nordstedts Akademiska Förlag.

Stukat, S. (2005) *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Svensk författningssamling. SFS 2007:638. Högskoleförordning (1993:100)

<http://www.notisum.se/rnp/sls/lag/19930100.HTM>

Vygotskij, L, S. (2003) *Fantasi och kreativitet i barndomen*. Göteborg: Daidalos AB.

Österlund, M & Lindberg, C. (2003) *Mattecirkeln – diagnoser för individanpassad undervisning*. Stockholm: Natur & Kultur.

Brev till samtycke

7/2 2011

Till föräldrar till \_\_\_\_\_ på xxxxxx som vill ingå i en studie om begreppsvårigheter

Hej!

Vi är två studenter, Lotten Andersson och Anita Mårtensson som läser till speciallärare på högskolan i Kristianstad. Under våren skriver vi vårt examensarbete som ska handla om begreppsvårigheter inom matematiken och elevernas upplevelser och tankar om svårigheter och olika begrepp, och hur detta påverkar deras skolsituation och självbild. Vi skulle vilja göra ett test i matematik och samtidigt göra en intervju om hur de tänker kring uppgifterna. Intervjun och uppgifterna beräknas ta ca.40 min.

Den information som kommer fram vid intervjun är konfidentiell och vi garanterar ditt barns anonymitet genom att all personlig information kommer att avidentifieras. Skolans namn, ort och så vidare kommer i uppsatsen att förses med fiktiva namn. Intervjun kommer att spelas in på band samt anteckningar kommer att göras vid intervjutillfället. Dessa kommer endast att användas av oss vid data bearbetning och analys av vår uppsats. När examensarbetet är avslutat kommer anteckningar och inspelningar att förstöras.

Medverkan i studien är helt frivillig och kan när som helst avbrytas. Om ni önskar ta del av vår färdiga uppsats när den är godkänd, kan kontakta oss på nedanstående adress. Har ni funderingar eller undrar över något så kontakta oss gärna.

Tack på förhand!

Anita Mårtensson

Tfn hem:

Mobil:

Mail:

Lotten Andersson

Tfn hem:

Mobil:

Mail

Klipp ut nedan stående samtycke och lämna till oss senast den 16/2.

---

Jag tillåter att mitt barn är med i studien

---

Namnteckning

---

Namnteckning