HÖGSKOLAN KRISTIANSTAD

EXAMENSARBETE

Våren 2010

Lärarutbildningen

Matematik för alla

- Öppna uppgifters potential för ett inkluderande arbete i matematik

Författare
Torbjörn Fridolin
Martina Martinsson

Handledare
Ingemar Holgersson

www.hkr.se

HÖGSKOLAN KRISTIANSTAD

Sektionen för lärarutbildning

Specialpedagogutbildningen

VT 2010

Matematik för alla

– Öppna uppgifters potential för ett inkluderande arbete i matematik

Mathematics for all

– The potential of open ended tasks for included teaching in mathematics

Författare:

Torbjörn Fridolin

Martina Martinsson

Handledare:

Ingemar Holgersson

Abstract

I vårt examensarbete undersöker vi hur matematiklektioner ser ut med öppna uppgifter, vad matematiklärarna anser om öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat samt hur matematiklärarna arbetar med öppna uppgifter utifrån mål och syfte, planering och genomförande. Metoderna vi använder oss av är observationer av tre matematiklektioner med öppna uppgifter samt intervjuer med de tre matematiklärarna.

Enligt matematiklärarna är alla elever med när de har öppna uppgifter i matematiken, men under observationerna och intervjuerna framkommer det att två av lärarna anser att elever med för få förkunskaper inte kan vara med. En lärare menar också att elever som behöver struktur hellre vill arbeta i en bok, istället för att vara med vid öppna uppgifter. Vi anser, att öppna uppgifter inkluderar fler än vad traditionell matematikundervisning gör. Eleverna arbetar aktivt med öppna uppgifter vilket kan medföra att ljudnivån höjs.

Matematiklärarna planerar för att alla elever ska kunna vara med. Det innebär att det ska vara en lättförståelig ingång i problemet. Det ska även finnas stödfrågor till de svagaste och utmaningar till de starkare eleverna.

Författarnas tack

Vi vill rikta vårt tack till de personer som gjort denna examensuppsats möjlig. Utan er skulle vi inte haft möjlighet att genomföra den.

Först och främst vill vi tacka vår handledare Ingemar Holgersson. Ditt intresse och ditt engagemang har verkligen inspirerat oss under arbetets gång.

Vi riktar även ett tack till de lärare som ställt upp på intervjuer och som även gett oss möjlighet att närvara vid deras matematiklektioner. Tack vare Er har arbetet fått en verklighetsförankring.

Slutligen tackar vi Lena Jensen, som funnits för oss under hela utbildningens gång.

Torbjörn Fridolin

Martina Martinsson

Innehåll

1 Inledning

Att välja ämne att skriva om kan i vissa fall vara svårt. Ämnet ska framförallt intressera en själv men givetvis är det en fördel om även läsarna finner det skrivna intressant. När ett examensarbete skrivs blir kombinationen mellan både intresset och de tänkta läsarna svårare att förena. Skribenten vet att tiden kommer springa fram samtidigt som examensdagen närmar sig snabbare än tänkt. Det ämne som är intressant i början behöver smalnas av och få en mer bestämd distinktion. Avsmalningen gör inte ämnet mindre intressant i sig utan fördjupar en del av intresset. Det svåra är att våga släppa det som utesluts för att göra arbetet möjligt i förhållande till den tid som finns till förfogande och det krav som följer ett akademiskt skrivande. Då det gäller tilltänkta läsare hoppas vi att vårt ämne upplevs intressant och berikande då det gäller matematikundervisning ur ett specialpedagogiskt synsätt.

Vi som skriver detta arbete är båda matematiklärare och blivande specialpedagoger med erfarenhet från att arbeta i förskoleklass ända upp till gymnasiet. När barn och ungdomar lyckas med sina uppgifter eller visar att de utvecklat sin kunskap inom undervisning upplevs det tillfredsställande. Tyvärr visar sig motsatsen också. Vissa elever uppvisar ett dåligt självförtroende och ger upp när det tar emot. Vårt jobb som matematiklärare och blivande specialpedagoger blir att skapa en inlärningsmiljö där alla elever får och kan ta plats. Vi är intresserade av att fördjupa oss i ett arbetssätt där eleverna i klassrummet utvecklar sitt matematiska kunnande i interaktion med lärare och andra elever. Enligt Skidmore (2004) ska specialpedagogen observera, analysera och handleda lärarna för att alla elever ska kunna ingå i klassrumsundervisningen. En arbetsform för att uppnå det målet, inom matematik, kan vara att arbeta med öppna uppgifter. Sullivan, Mousley och Zevenbergen (2005) definierar en öppen uppgift som en uppgift med flera möjliga svar samt flera vägar till svaren. Till exempel kan det vara att hitta olika rektanglar som har arean 24 cm^2. Diskussion mellan elever, elev och lärare är viktig för att utveckla det matematiska kunnandet. Vårt huvudsyfte med examensarbetet är att se vilken potential det finns i öppna uppgifter för ett inkluderande arbete i matematik.

1.1 Bakgrund

Eftersom vi båda alltid har varit intresserade av matematik och undervisning känns det tråkigt när den nationella utvärderingen av grundskolan 2003 (Skolverket, 2003a) pekar på att kunskapsutvecklingen har blivit sämre inom matematik. Arbetsformerna är mer individualiserade och isolerade jämfört med 1992, fastän Lpo94 (Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet) lägger tonvikt på muntliga kompetenser (Skolverket, 2010). I ett pressmeddelande på Skolverkets (Skolverket, 2003b) hemsida den 9 december 2009 om TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study), som undersöker ämneskunskaper på internationell nivå, står det att kunskapen kring matematik har sjunkit även på gymnasial nivå sedan förra undersökningen från TIMSS, 1995. Däremot känns det bra att regeringen har gett Skolverket ett uppdrag (U2009/914/G), som innebär att de ska fördela projektmedel till skolhuvudmän. Det ska ses som en komplettering till övriga insatser som görs.

> *Bidraget syftar till att stimulera och stärka skolornas eget utvecklingsarbete med att höja kvaliteten i matematikundervisningen/…/Ytterst ska fler elever lämna grundskolan med minst godkänt betyg i matematik.*
>
> (Skolverket, 2009b).

Med tanke på vårt intresse för matematik och undervisning samt den negativa trend som har visat sig gällande matematikkunskaper tillsammans med regeringens uppdrag till Skolverket har vår förhoppning av att fördjupa oss i ett arbetssätt, där eleverna i klassrummet utvecklar sitt matematiska kunnande i interaktion med lärare och andra elever, ökat. Sullivan, Mousley och Zevenbergen (2004) skriver om två typer av normer kring matematikundervisning. Författarna härleder till Cobb & McClain som har forskat om sociokulturella- och matematiska normer som ingår i ett socio-matematiskt ramverk. Sociokulturella normer är organisatoriska rutiner och former av pedagogik som påverkar inlärning och hur inlärning sker tillsammans med andra i den miljö där eleven befinner sig. Matematiska normer är till exempel regler, processer och produkter som formar matematiska undervisningsplaner för inlärning. Dessa två typer av normer utgår från att eleverna lär tillsammans med andra elever och läraren. Sullivan m fl (2004) menar att om läraren har sociokulturella normer och matematiska normer som grund behövs det ingen nivåuppdelning av elever utan olika elever med varierad bakgrund och erfarenheter kan vara tillsammans i klassrummet och utvecklas utifrån sin nivå. Alltså Vygotskys socialkonstruktivism ligger som bakgrund. Öppna uppgifter, tydlig pedagogik och ett inlärningsklimat som utgår från eleverna kan härledas till det socio-matematiska ramverket. Det innebär att det socio-matematiska ramverket är en av våra teoretiska utgångspunkter då vi undersöker öppna uppgifters potential för inkludering i matematik.

Tillsammans har vi erfarenheter att arbeta som matematiklärare från förskolan till och med gymnasiet, under längre eller kortare perioder. Detta bidrar till vårt intresse. Tillsammans har vi fått uppleva de positiva och de negativa konsekvenserna som matematikundervisningen kan medföra. Det är en härlig känsla att uppleva att kunskaper har skapats hos eleven. Samtidigt är det frustrerande när eleverna inte utvecklar de matematiska färdigheterna som krävs för att de ska få en positiv upplevelse av matematiken. Vi har båda två arbetat i smågrupper, där vi har haft undervisning med två till sex elever som genom beteende eller svårigheter i matematik blivit placerade i dessa smågrupper. Alltså har någon form av kategorisering skett. Med kategorisering menas här att människor sätts i olika fack utifrån till exempel kunskaper och färdigheter. Tideman och Rosenqvist (2000) menar att skolorna strävar efter att utbildningen ska vara rättvis och innefatta alla elever. Det innebär inte att inkludering finns. Vissa elever är inskriva på särskola och vissa elever får sin utbildning i särskilda små undervisningsgrupper. Saloviita (2003) skriver att det inte är antalet elever i en grupp som är det avgörande för om elever kommer att lyckas med matematiken. Istället, menar Saloviita, att det beror på hur undervisningen är upplagd och att det finns ett positivt inlärningsklimat. Detta tyder på att det har marginell betydelse för kunskapsutvecklingen om elever är i smågrupper jämfört med klassrumsundervisning med helklass. Genom våra studier till specialpedagoger har inkludering, en skola för alla, varit ledord. I Salamancadeklarationen (Svenska Unescorådet, 2001) står det att alla skolor ska sträva mot att alla elever, oberoende av förutsättningar, kön, etnicitet, anlag etc, ska undervisas inom den ordinarie skolan. Detta gäller även, så klart, i ämnet matematik. Specialpedagogen kan verka för att undervisningen i matematik blir heterogen genom att arbeta tillsammans med matematiklärarna för att ett inkluderande klimat ska gälla.

Eftersom vi tycker att matematik är intressant, viktigt och roligt bränner det till när eleverna uttrycker sig illa om matematikens värld. Den negativa attityd som eleverna ger uttryck för, är enligt Magne (1998), att många elever upplever matematikundervisningen som ett misslyckande. Nilholm (2006) menar att attityden mot matematik är negativ, framförallt i de högre årskurserna i grundskolan. Innan årskurs fem är attityden mer positiv. När de elever som vi själva arbetar med har uppgifter som går utanför matematikboken, är mer verklighetsförankrade samt inbjuder till alternativa tillvägagångssätt, uppstår diskussioner och reflektion vilket synliggör det matematiska tänkandet mer. Därför undersöker vi öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat. Vår definition av öppna uppgifter förklaras i kapitlet tidigare forskning.

1.2 Syfte

I Examensförordningen för det specialpedagogiska programmet står det att specialpedagogen aktivt ska arbeta med elever i behov av särskilt stöd och utveckla lärandemiljöer för dessa (Högskolan Kristianstad, 2009). Enligt grundskoleförordningens 5 kap. 5 § skall skolan i första hand sträva efter att eleverna får undervisning i den klass eller grupp som de tillhör (Skolverket, 2009a). Den nationella utvärderingen av grundskolan 2003 tyder dock på att … *specialpedagogiskt stöd ges alltför sällan inom klassens ram* (Lärarförbundet, 2005, s. 12). Nilholm skriver att det är viktigt … *att öka kunskapen om hur konkreta arbetsformer i olika ämnen leder till inkluderande och segregerande processer* (Nilholm, 2006, s. 46). Detta leder oss in på vad vi vill undersöka. Huvudsyftet med examensarbetet är att se vilken potential det finns i öppna uppgifter för ett inkluderande arbete i matematik. För att kunna analysera den empiriska studien kommer vi att definiera vad öppna uppgifter är och ge en förklaring till begreppet inkludering.

Våra frågeställningar är:

- Hur ser matematiklektioner med öppna uppgifter ut?
- Vad anser matematiklärare om öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat?
- Hur arbetar matematiklärare med öppna uppgifter utifrån mål och syfte, planering och genomförande?

2 Tidigare studier

2.1 Teoretiska utgångspunkter

När vi ska förena teori och forskning finns det tre sätt att gå tillväga på, antingen genom deduktion eller också genom induktion eller en kombination av de båda (Rossman & Rallis, 2004). Vid deduktion utgår forskningen från teorier och undersöker ett specifikt fall, för att se ifall undersökningen styrker teorierna. Vid induktion utgår undersökningen från en empirisk verklighet för att sedan härleda våra teorier från forskningsresultatet. Vi använder oss av en kombination, eftersom vi menar att vi utforskar ett fenomen som utgår från ett socio-matematiskt ramverk, enligt Cobb och McClain (1999).

Vygotsky är en rysk forskare som påverkat det sociokulturella perspektivet genom sina tankar om inlärning och utveckling (Sjöberg, 2006). Vygotsky menar att den ***närmsta utvecklingszon*** *får konsekvenser för matematikundervisning överlag men i synnerhet för matematikinlärningen för de elever som upplever ämnet som svårt* (Sjöberg, 2006, s. 31). Han anser att kommunikationen är grundläggande för att kunna utnyttja närmsta utvecklingszon, eftersom det annars inte blir en zon hos eleven. Detta tyder på att både läraren och klasskamraterna blir viktiga för matematikinlärningen. Eftersom vår undersökning utgår från ett socio-matematiskt ramverk som innehåller socio-kulturella normer så är Vygotskys teorier bakgrunden till vårt arbete. I de socio-kulturella normerna ingår det vilket förhållningsätt som är norm vid inlärning. (Cobb & McClain, 1999). Cobb och McClain har skapat och forskat om de sociokulturella- och matematiska normer som ingår i ett socio-matematiskt ramverk. Sociokulturella normer är organisatoriska rutiner och former av pedagogik som påverkar inlärning och hur inlärning sker tillsammans med andra i den miljö där eleven befinner sig. Matematiska normer är till exempel regler, processer och produkter som formar matematiska undervisningsplaner för inlärning. Dessa två normer utgår från att eleverna lär tillsammans med andra elever och läraren då det gäller matematik och främst då problemlösning. Sullivan m fl (2004) menar att om läraren har dessa sociokulturella- och matematiska normer som grund behövs det ingen nivåuppdelning av elever utan olika elever med varierad bakgrund och erfarenheter kan vara tillsammans i klassrummet och utvecklas utifrån sin nivå. Alltså Vygotskys socialkonstruktivism ligger som bakgrund. Öppna uppgifter, tydlig pedagogik och ett positivt inlärningsklimat som utgår från eleverna är normer i det socio-matematiska ramverket. I vår undersökning utgår vi från dessa tre normer när vi analyserar observationerna och intervjuerna. Öppna uppgifter innebär kunskapsinkludering dvs. om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever. Tydlig pedagogik innebär också kunskapsinkludering dvs. om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med uppgiften. Med positivt inlärningsklimat menas det social inkludering dvs. hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och andra elever.

Enligt Skolverket (2008) finns det finns två synsätt som beskriver det specialpedagogiska forskningsfältet. Emanuelsson, Persson och Rosenqvist (2001) redogör för de båda synsätten. Det ena synsättet är det kategoriska perspektivet. Det innebär att eleven är bärare av problemet. Det andra synsättet är det relationella perspektivet, som betyder att det grundläggande är undervisningsmiljön, arbetssättet samt interaktionen mellan elev/elev och elev/lärare. I det synsättet blir inte elevens svårigheter i fokus, utan istället miljön eleven vistas i. Enligt den specialpedagogiska traditionen är det det kategoriska perspektivet som är det genomgående. Det relationella perspektivet ställer högre krav på undervisningen och dess utformning.

2.2 Tidigare forskning

Vår undersökning ingår i det specialpedagogiska forskningsområdet och utgår från det relationella perspektivet som Emanuelsson m fl (2001) skriver om. De menar att det specialpedagogiska forskningsområdet har genomgått ett paradigmskifte från det kategoriska perspektivet till det relationella perspektivet. Det kategoriska perspektivet utgår från att eleven själv är orsaken till de problem som finns kring dem. Enligt det relationella perspektivet är det elevens omgivning som är orsaken till elevens problem. Det medför att eleven kan hjälpas ur problem för att de befinner sig i problemen och inte är ägare av problemen.

Den forskning som vi kommer att presentera ingår inte alla inom det specialpedagogiska forskningsområdet men de angränsar då de utgår från det kategoriska perspektivet, relationella perspektivet eller både och. Forskning kring inkludering, matematik och öppna uppgifter kommer att presenteras.

Nilholm (2006) menar att inkludering innebär en social delaktighet och att det alltså inte räcker att placera till exempel en funktionshindrad elev i en ”vanlig klass”. Han tolkar vad inkludering innebär i olika sammanhang och en förklaring till begreppet inkludering är att elever i behov av särskilt stöd ska vara delaktiga i skolans vanliga miljöer. Eleven ska vara delaktig både socialt och kunskapsmässigt. Vidare menar Nilholm att *inkludering är en mänsklig rättighet och empirisk forskning kan möjligtvis visa på fördelaktigheten hos olika vägar att realisera inkludering, men själva inkluderingen i sig kan inte ifrågasättas* (Nilholm, 2006, s. 10).

Clark, Dyson och Millvard (1998) skriver att det inte går att undersöka hur en rättvis, likvärdig inkluderande skola ska se ut eller om den verkligen fungerar för eleverna, alltså de sätter inga principer. De visar i stället hur långt skolor har kommit för att förverkliga jämlikheten. De visar goda exempel på skolor och metoder på inkludering inom skolan. Vilket vi också gör i vår undersökning.

Av tradition anses matematik vara ett ämne med hög status. I alla världens skolor är matematik det enda ämne som finns på allas schema upp till och med det nionde skolåret. Det gör att matematikämnet tillskrivs en extra tyngd (Unenge m fl, 1994).

Kravet att anses som behörig till gymnasieskolan ändrades i och med införandet av de målrelaterade betygen 1998. Det blev krav på godkänt betyg i bland annat matematik. I och med det blev matematiken mer uppmärksammad och ett aktuellt ämne inom den skolpolitiska debatten (Skolverket, 2003c)

Ett av Sjöbergs (2006) syften är att beskriva elever i problem. Han vill bland annat finna positiva och negativa faktorer som påverkar elevers studieresultat i matematikämnet. En anledning till att vissa elever har svårigheter i matematik, menar Sjöberg, beror på att elever ofta arbetar med tyst räkning i matematikboken. Eleverna har tillgång till den närmsta utvecklingszonen, men den stimuleras ej då. Vi kommer att undersöka när elever har tillgång till den närmsta utvecklingszonen, eftersom de arbetar med öppna uppgifter när vi observerar dem.

Taflin (2007) skriver om rika problem, som är problemlösningsuppgifter som ska följa hennes definition. Vidare undersöker Taflin hur eleverna och lärarna arbetar med de rika problemen för att utveckling av det matematiska kunnandet ska ske. Taflin definierar rika problem utifrån sju kriterier.

- Problemet ska introducera till matematiska idéer.
- Problemet ska vara lätt att förstå och alla ska ha en möjlighet att arbeta med det.
- Problemet ska upplevas som en utmaning, kräva ansträngning och tillåtas ta tid.
- Problemet ska kunna lösas med flera olika matematiska idéer.
- Problemet ska kunna initiera en matematisk diskussion utifrån elevernas skilda lösningar, en diskussion som visar olika matematiska idéer och representationer.
- Problemet ska kunna fungera som brobyggare mellan olika matematiska områden.
- Problemet ska kunna leda till att elever och lärare formulerar nya intressanta problem.

Om vi sammanfattar dessa sju kriterier blir det att rika problem innebär att eleverna får undersöka, upptäcka, utvidga och fördjupa sina matematiska färdigheter för att lösa problem som har många vägar till ett eller många svar och att nya problem formuleras. Hon kom fram till att rika problem hjälpte eleverna att tillsammans med andra elever och läraren utveckla det matematiska kunnandet inom problemlösning oavsett matematisk bakgrund eller erfarenhet. Taflin skriver också om lektionens fyra faser. I **introduktionsfasen** presenterar läraren problemet och den slutar när eleverna har förstått vad problemet handlar om. Fas två är **idéfas med lösningsutkast**. Här provar eleverna antingen ensamma eller tillsammans med andra elever och/eller läraren att lösa problemet. Läraren fungerar här som en motivator och fasen slutar inte förrän eleverna har minst ett utkast till lösningar. I **lösningsfasen** löser eleverna problemet enskilt eller i grupp, med eller utan lärarens hjälp. Här ska diskussion uppstå kring lösandet av uppgiften så att jämförelse mellan lösningar sker. Lösningsfasen slutar när eleverna anser att de löst problemet. Fas fyra är **redovisningsfas**. Eleverna och/eller läraren visar olika lösningar på problemet för klassen. Jämförelse, matematiska idéer, mönster och samband redovisas eller uppstår. I vår undersökning använder vi dessa faser när vi analyserar och tolkar observationerna.

Sullivans, Mousleys och Zevenbergens (2005) definition av öppna uppgifter är att uppgifterna ska ha flera möjliga svar samt att det ska finnas flera vägar att ta sig till svaren. Fördelarna som finns med öppna uppgifter är, enligt Sullivan m fl (2005), att eleverna har möjlighet att utveckla sitt matematiska tänkande och att de bättre lär sig metoderna, eftersom de diskuterar dem. De förstår då varför vissa metoder fungerar bättre än andra. Vidare menar författarna att öppna uppgifter öppnar broarna mellan lösningsprocesserna samt att de förstår det abstrakta och generaliseringar bättre.

Littlejohn och Hicks (2010) anser, precis som Sullivan m fl (2005), att öppna uppgifter är uppgifter som inte har ett exakt svar, utan många olika svar är möjliga. Fördelarna, enligt Littlejohn och Hicks, är att alla elever kan arbeta med en öppen uppgift och att eleverna kan svara efter sin förmåga. Eleverna blir även mer engagerade eftersom de kan ha egna idéer och de kan diskutera och jämföra sina idéer. Läraren har även lättare att se vad eleverna förstår.

Boaler (1993) menar att en öppen uppgift ska ha en öppen början, så att alla elever kan vara med i starten. Alla uppgifter passar inte alla, därför ska eleverna kunna fortsätta i den riktning som passar dem. Boaler anser att eleverna får en bättre förståelse ifall de tycker att det är intressant.

Lilburn och Sullivan (2002) menar att det finns tre huvudpunkter för bra frågor. De tre punkterna är enligt följande:

- De kräver mer än bara komma ihåg fakta eller att bara återproducera en färdighet.
- Eleverna kan lära genom att besvara frågorna, samtidigt som lärarna ser var eleverna har svårigheterna.
- Det kan finnas mer än ett acceptabelt svar.

Enligt författarna går det att skapa bra frågor med hjälp av två olika metoder. Den första metoden innebär att läraren arbetar baklänges. De börjar med att bestämma ett ämne. Sedan tänker de på en stängd fråga och skriver ner svaret på den frågan. Därefter gör de en fråga som inkluderar svaret. Den andra metoden lärarna kan använda sig av för att skapa en bra fråga är att anpassa en stängd fråga. De börjar med att bestämma ett ämne. Därefter tänker de på en standardfråga och slutligen anpassar de den frågan till en bra fråga.

Lilburn och Sullivan har en mall för hur bra frågor kan användas i klassrummet. De delar in en lektion i fyra olika delar. Den första delen handlar om att läraren **lägger fram frågan**. Det är viktigt att alla elever förstår frågan. Eventuellt kan några berätta om frågan med egna ord. Därefter låter läraren eleverna få möjlighet att fråga vad meningen med frågan är, i fall de inte har förstått det. Läraren kan då förklara frågan, men aldrig berätta hur eleverna ska göra. Under den andra delen av lektionen **arbetar eleverna med den goda frågan**. Eleverna ska då arbeta i grupper, eftersom kommunikationen är en viktig del för inlärningen. Läraren kan hjälpa de elever som eventuellt inte kommer igång. I fall det är många elever som inte kommer i gång, kan en klassdiskussion vara befogad. Det är viktigt att alltid ha konkret material, i fall eleverna tycker att uppgiften är svår. Läraren ska låta eleverna hitta flera lösningar. En följdfråga kan vara i fall det finns en generell lösning. Eleverna ska stoppas när de fortfarande är engagerade i frågan, vilket gör att läraren avbryter till diskussion innan alla är helt klara med uppgiften. Alla har svarat till någon nivå. Det kan vara bra att varna fem minuter innan det är dags för en klassrumsdiskussion. Den tredje delen av lektionen handlar om **klassdiskussionen**. Det är viktigt att låta grupperna berätta hur de tänker och att ge dem likbördig status. Den fjärde och sista delen av lektionen handlar om att läraren **summerar lektionen**. Det är viktigt att summera, även om någon grupp klarat det, så att alla förstår. Det är viktigt att förklara nyckelord. Vi kommer att använda oss av denna mall tillsammans med Taflins (2007) lektionsfaser när vi analyserar observationerna.

Cobb och Hodge (2007) beskriver en undersökning, där resultatet är att de flesta elever i diskussionsbaserade grupper lär sig bättre eftersom de kan diskutera med sina klasskompisar samt att de har större frihet att tänka själv. De elever som däremot har traditionell räkning i boken anser sig som dåliga matematiker, fastän de egentligen är kreativa människor. De eleverna ogillar matematiken eftersom de tror att de måste tänka som läraren och inte får ha några egna idéer och välja de metoder som de anser att de behöver för att komma fram till svaren.

Sullivan m fl (2004) skriver om öppna uppgifter, tydlig pedagogik och ett positivt inlärningsklimat som utgår från det socio-matematiska ramverket. Det innebär att det socio-matematiska ramverket är en teoretisk utgångspunkt från Vygotskys socialkonstruktivistiska teori. Resultatet i deras undersökning visar att läraren kan vara tydlig i sin pedagogik och planera öppna uppgifter för alla elever. Läraren kan även planera hjälpuppgifter för de elever som är i behov av det. I undersökningen framkom det också att det är ovant för lärarna att variera undervisningen och uppgifterna i den grad som behövs för att alla elever ska bli involverade. Det kunde i vissa fall vara svårt för läraren att upptäcka de som behövde hjälp.

Boaler (1998) redogör för en studie som hon har gjort. Det är en fallstudie där olika undervisningssätt jämförs. Hennes metoder är observationer, enkäter, intervjuer och kvantitativa bedömningar. Två skolor, som använder olika undervisningssätt, jämförs under en treårsperiod under samtliga matematiklektioner i respektive skola. Den ena skolan använder sig av traditionell undervisning, alltså att räkna i matematikboken, och den andra skolan använder sig av elevdiskussioner där eleverna löser problembaserade uppgifter i grupp. Boaler kommer fram till att de elever som får traditionell undervisning blir begränsade i sina matematikkunskaper. De kan endast använda sina färdigheter i teoretiska situationer och har alltså svårt för att veta vilka färdigheter som de ska använda i okända situationer. De elever som undervisas med hjälp av öppna uppgifter och en projektbaserad miljö får en förståelse för matematiken och kan använda sina matematiska färdigheter i okända situationer. Det beror på att de har utvecklat en begreppsmässig förståelse.

Sullivan m fl (2006) undersöker hur en lyckad matematiklektion kan se ut oberoende av elevers bakgrund, erfarenheter och matematikkunskaper. De undersöker hur tre lärare sätter upp inlärningsmål. Lärarna använder sig av öppna uppgifter. Innan lektionen börjar förbereder de möjlig hjälp till de som behöver det, samt fortsättning på uppgifterna för de elever som är klara tidigt. De är även noga med att ha en tydlig pedagogik, eller tillvägagångssätt för att uppfylla de socio-matematiska målen och därav nå alla elever. Författarna visar i sin artikel ett exempel på en lektion som har lyckats då det gäller att utveckla de matematiska inlärningsmålen med heterogena grupper. I undersökningen är det en av författarna till artikeln som utför själva lektionen och den ordinarie läraren observerar.

3 Metod

Undersökningen är en fallstudie med etnografisk karaktär vilket innebär att fältstudier analyseras och jämförs. Rossman och Rallis (2003) skriver att en fallstudie innebär en undersökning genom observationer av ett speciellt fenomen. Fenomenet är öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat i matematik. Vi utförde observationer och intervjuer med tre lärare och deras matematikklasser. Respondenterna är två kvinnor och en man som alla undervisar i matematik i de tidigare årskurserna. Deras skolor ligger i två olika kommuner. I vår undersökning observerade vi först, sedan intervjuade vi lärarna. Anledningen var att vi kunde ställa frågor utifrån observationerna.

Intervjuerna är semistrukturerade av etnografisk karaktär. Vilket innebär att bakgrunden och motivationen till ämnet, det vill säga öppna uppgifter i matematik, undersöks och jämförs genom öppna frågor till respondenterna vilket i vårt fall är lärare som använder öppna uppgifter i sin matematikundervisning. Inom metoddelen presenteras hur faktainsamling, val av aktörer, observationer och intervjuer har gått till. Vidare visas vilken analysmetod som använts och vi diskuterar etiska överväganden.

3.1 Litteratursökning

Vi studerade litteratur om specialpedagogik och inkludering. Litteraturen var både avhandlingar och kurslitteratur, vilket olika bibliotek tillhandahöll. Under utbildningens gång har information samlats in genom litteratur som ingick i olika kurser i det Specialpedagogiska Programmet på Högskolan Kristianstad.

När vi skulle söka information om öppna uppgifter använde vi oss av olika databaser som Libris, Erik och Diva. I databasen Erik går det att hitta artiklar från olika tidsskrifter med speciella ämnesområden. Libris och Diva är sökmotorer som finner avhandlingar. För att hitta i dessa databaser gäller det att precisera ämnesområden med hjälp av sökord. Vi valde först att söka på öppna uppgifter, vilket inte gav oss relevant information. Vi utökade vår sökning till ord som rika problem, open ended tasks, matematik och inkludering.

Genom sökning på dessa ord fann vi forskare inom vårt ämnesområde. Genom sökning på forskarnas namn hittade vi flera artiklar som behandlade vårt ämnesområde.

3.2 Urval

Genom ett projekt mellan Högskolan Kristianstad och en kommun i södra Sverige, kom vi i kontakt med arbetssättet öppna uppgifter. Via detta projekt fick vi namn på fem lärare som arbetar eller arbetade med öppna uppgifter. Ett sjätte namn tillkom genom personlig vetskap om lärarens arbetssätt. Tre lärare tackade ja till att delta i vår undersökning, två lärare tackade nej och en lärare svarade inte. I vår undersökning gav vi alla tre respondenterna kvinnonamn. Anledningen var att undersökningen inte fokuserar på genusperspektivet.

3.3 Kontakt

Rossman och Rallis (2003, s. 76) har formulerat ett kontaktbrev. Vi utgick från detta brev och förändrade det för att passa vårt syfte, se bilaga A. Breven skickades med elektronisk post. Kontakt hölls fortlöpande under arbetets förberedelser för komma överens om tidpunkter för observationer och intervjuer.

3.4 Observationer

Vi använde oss av observationer av tre olika matematiklektioner med öppna uppgifter. Vår målsättning med observationerna var att se hur en matematiklektion med öppna uppgifter såg ut samt se vilken potential öppna uppgifter har för ett inkluderande klimat. Vilket i detta sammanhang innebar huruvida eleverna var inkluderade i lärandeprocessen, både socialt och kunskapsmässigt. Enligt May (2001) var vi ej deltagande under själva observationerna, däremot blev vi under observationen deltagare, eftersom vi befann oss i samma rum. Därav påverkade vi, förmodligen, som observatörer skeendet i klassrummet. Skillnaden är att vi inte medverkade i processen, men är medvetna om att vi påverkade processen. Vid själva observationen blev vi kortfattat presenterade för eleverna. Det är till exempel på grund av denna presentation som vi var medvetna om att vi påverkade lektionen utan att vi aktivt medverkade. Under observationen skrev vi båda vad som hände och vad som sades i klassrummen utifrån Masons (2002) tankar kring anteckningar. Mason menar att i den stund där vi antecknar behöver vi en struktur för att klara av att anteckna och samtidigt minnas skeendet. Anteckningarna utgår från att, i vårt fall observatörerna, antecknar det som upplevdes positivt och negativt i den aktuella stunden. Anteckningarna som skrevs kan liknas vid rubriker som sedan fungerar som en påminnelse för minnet vid eventuell analys av anteckningarna. Vi försökte vara detaljrika, eftersom det underlättade när vi senare analyserade utifrån våra utgångspunkter. Det var även viktigt att renskriva det snarast, för att inte gå miste om tankar som väcktes under observationerna. Enligt Rossman och Rallis (2003) kan observation bidra till att helheten förklaras eftersom mönster som de observerade inte vill tala om kan upptäckas. Eftersom vi var två som observerade resulterade det i att två oberoende protokoll skrevs som var för sig renskrevs efter observationen. Styrkan i detta förfaringssätt är att händelser som inträffat under observationen och som har nedtecknats på bådas observationsprotokoll automatiskt får mer tyngd. Eftersom vi var två som antecknade under observationerna sammanförde vi våra anteckningar genom att utgå från ett observationsprotokoll med frågor, se bilaga C. Det betydde att presentationen utfördes med bådas anteckningar som grund. De tre observationerna presenterades var för sig i löpande text med inslag av citat från själva observationen. Den löpande texten förmedlar ett djup i vad som hände under lektionen.

3.5 Intervjuer

Efter observationerna genomfördes intervjuer med berörda lärare för att undersöka arbetssätt och motivation till inkludering och öppna uppgifter. Intervjuerna skulle ge svar på hur de arbetar med öppna uppgifter utifrån mål och syfte, planering och genomförande. Intervjuerna gav oss bättre förutsättningar för att se om öppna uppgifter har potential för ett inkluderande arbetssätt i matematik. May (2001) skriver om fyra olika sorters intervjumetoder. De är strukturerade intervjuer, ostrukturerade eller fokuserade intervjuer, semistrukturerade intervjuer samt gruppintervjuer. Det går även att använda sig av en blandning av de olika intervjumetoderna. Den strukturerade intervjun innebär att alla respondenter får exakt samma frågor. Frågorna ställs på samma sätt och inga improvisationer får göras. En fördel med denna intervjuform är att svaren blir komparabla. Den andra intervjuformen är den ostrukturerade intervjun. Den går ut på att respondenten får tala om ämnet utifrån sin referensram. Detta medför att denna intervjuform är av öppen karaktär och den får ett kvalitativt djup. Den semistrukturerade intervjun ligger någonstans mellan de två första intervjumetoderna. Den har tekniker från båda de metoderna. I denna intervjumetod är frågorna strukturerade, men respondenten har större frihet att fördjupa svaren. Det går även att ha en dialog mellan intervjuare och respondent. Interaktionen mellan respondenterna påverkar samtliga deltagares handlingar och åsikter. Den strukturerade intervjumetoden valde vi bort, eftersom vårt syfte inte var att jämföra våra respondenter. Vi ville ha en viss struktur på våra frågor, för att kunna undersöka det vi ville ha svar på. Det gjorde att vi även valde bort den ostrukturerade intervjumetoden. Det gjorde att den semistrukturerade intervjuformen var mest lämpad för vår undersökning.

Vidare skriver May (2001) om tre villkor som måste uppfyllas för att det ska bli en lyckad intervju. För det första är det viktigt att respondenten har den information som intervjuaren vill ha. För det andra är det viktigt att respondenten känner till vad som krävs av henne/honom. Slutligen måste även respondenten vara villig att ställa upp och känna att det är betydelsefullt. Ifall respondenten känner sig respekterad och värdefull, är det större chans att respondenten visar ett större engagemang. För att undvika att det blir genant för respondenten eller att hon/han känner sig hotad, bör intervjuaren ställa frågor i generella termer, det vill säga börja frågan med att många anser något och därefter fråga vad respondenten anser om det. När vi förberedde intervjuerna fanns dessa villkor som grund till vårt urval vilket vi beskriver i nästa avsnitt. Se bilaga B för intervjufrågor. Intervjuerna utfördes med ljudupptagning. Enligt Killén (2008) ger ljudupptagning en exakt återgivning som underlättar vid analysen.

Intervjufrågorna var förberedda innan själva intervjun. Det fanns ingen inbördes ordning mellan frågorna utan målsättningen var att frågorna skulle bli besvarade under intervjuns gång. De tre intervjuerna presenterades var för sig i löpande text där våra förberedda intervjufrågor, se bilaga B, är utgångspunkt.

3.6 Metod vid analys och slutsatser av observationer och intervjuer

Först analyserade vi observationerna utifrån vår frågeställning om hur en lektion med öppna uppgifter ser ut. Där sammanfördes de tre observationerna för att på något sätt tolka det vi hade sett och upplevt på lektionerna. Vi utgick från lektionens olika faser som Taflin (2007) och Lilburn och Sullivan (2002) skriver om, se kapitlet tidigare forskning. Analysen av intervjuerna genomfördes på liknande sätt. De tre intervjuerna sattes samman och tolkades. Genom analysen av observationerna och intervjuerna ville vi upptäcka samstämmighet eller nyansering då det gäller hur öppna uppgifter ser ut, hur arbetet med öppna uppgifter utförs och vad som skedde på lektionerna.

Efter att ha analyserat intervjuerna och observationerna var för sig sammanförde vi de olika analyserna till en gemensam analys där vi jämför intervjuerna och observationerna. Vi ville se i fall det vi observerade under lektionerna kunde jämställas med vad lärarna ansåg om öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat i matematikundervisningen utifrån mål och syfte, planering och genomförande. Vi använde oss av ett protokoll, se tabell 1. Detta protokoll hjälpte oss att komma närmare vårt syfte med vår undersökning dvs. vilken potential öppna uppgifter har för ett inkluderande klimat, genom att en enhetlig bild skapades.

- Tydlig pedagogik: Kunskapsinkludering. Om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med öppna uppgifter.
- Öppna uppgifter: Kunskapsinkludering. Om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever.
- Positiv inlärningsmiljö: Social inkludering. Hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och de andra eleverna.

Tabell 1. Analysprotokoll utifrån både observationer och intervjuer

Utgångspunkter	**Observation**	**Intervju**	**Slutsats**
Tydlig pedagogik			
Öppna uppgifter			
Positiv inlärningsmiljö			

Tabellen utgår från det som Cobb och McClain har forskat om (Sullivan m fl, 2004). De är förgrundsgestalter och har skapat de sociokulturella och matematiska normerna, eller ramverken, som utgår från Vygotskys socialkonstruktivistiska teori. Öppna uppgifter, tydlig pedagogik och ett inlärningsklimat som utgår från eleverna är delar som ingår i det socio-matematiska ramverket. Det innebär att det socio-matematiska ramverket var en av våra teoretiska utgångspunkter då vi undersökte öppna uppgifters potential för inkludering i matematik.

3.7 Etiska överväganden

> *En forskares arbete regleras av mer eller mindre tvingande regler och föreskrifter. Man kunde ändå säga att* ***forskarens eget etiska ansvar*** *i en mening 7utgör grunden för all forskningsetik. Forskaren har nämligen ytterst själv ansvaret att se till att forskningen är av god kvalitet och moraliskt acceptabel.*
>
> (Etiska Forskningsrådet, 2009)

Enligt Etiska Forskningsrådet har en forskare även en yrkesetik att ta hänsyn till. Den brukar delas in i tre olika delar. Den första delen är att det både finns outtalade och uttalade normer som styr forskningen som verksamhet. Det innebär bland annat att forskaren ska vara insatt i den vetenskapliga litteraturen. Den andra delen består av att forskaren skall uppträda enligt nationella och lokala normer vid arbetsplatsen, vad gäller till exempel mobbning och diskriminering. Att ha respekt för mänskligheten är den tredje delen. Vidare skriver de att en undersökning ska vara frivillig och de som undersöks ska få vara anonyma.

I vår undersökning betonade vi att det var frivilligt att deltaga och att källan skulle hållas anonym. I resultatdelen i denna undersökning presenteras de olika svaren och observationen anonymt. Vi har givit de tre respondenterna var sitt kvinnonamn. Det gör vi för att läsaren ska kunna följa och jämföra varje lärares observation och intervju.

4 Empirisk del

4.1 Presentation av observationer och intervjuer

4.1.1 Observation hos Kerstin

Kerstin har arbetat som lärare i åtta år. Hon är utbildad 1-7 lärare i matematik och NO. De klasser som hon undervisar går i årskurs 6. På grund av platsbrist går eleverna i årskurs 6 på en högstadieskola, men organisatoriskt tillhör de den F-5 skola som de tidigare varit placerade vid. Den klass som vi är med och observerar, undervisar Kerstin i matematik och NO. Det har hon gjort sedan eleverna gick i första årskurs.

Det är 21 elever i klassen, 10 av dem är flickor och 11 av dem är pojkar. Bänkarna som eleverna sitter i är formade som en hästsko. Eleverna är inte nivågrupperade, alltså är de inte uppdelade efter sin matematiska förmåga. Det gör att det finns elever i klassen med olika matematiska förutsättningar och vissa av eleverna för arbetet framåt. Några av eleverna sitter vid bänkar som finns inuti hästskon. Eleverna kommer in en efter en och till slut är alla på plats. Vi presenteras, innan lektionen startar.

Kerstin börjar med att dra ner världskartan och berättar att hon nyligen varit i Egypten. Under resan var det en tävling och vinsten var på 7500 egyptiska pund, cirka 5000 svenska kronor. Vinsten kan endast användas på en speciell hotellkedja. Hon förklarar att en hotellkedja äger hotell i olika städer. Kerstin vill ha hjälp med hur hon kan fördela vinstpengarna, ifall hon vinner. Ifall eleverna hellre vill tänka ut hur de skulle fördela vinstpengarna i fall de vinner går det bra. Det är ok att bo i olika städer i Egypten. De hotell som finns att välja mellan är 5-stjärniga hotell som kostar 3000 kr/natt, 4-stjärniga hotell som kostar 2250 kr/natt, 3-stjärniga hotell som kostar 1000 kr/natt, 2-stjärniga hotell som kostar 600 kr/natt samt vandrarhem för 250 kr/natt. Kerstin delar ut en stencil med priserna på. En elev frågar om det ska vara egyptiska pund eller svenska kronor. Läraren säger att hon råkat skriva svenska kronor, fast det ska vara egyptiska pund. Det är pratigt i klassrummet. Läraren säger att eleverna ska arbeta en och en med uppgiften.

När eleverna börjar arbeta med uppgiften kommer det en del frågor. De frågor som kommer upp är ifall alla pengar får användas samt ifall alla pengar måste användas. Någon frågar vad de ska göra. En annan elev frågar ifall pengarna ska räcka till fem nätter. Kerstin svarar på några av frågorna, att alla pengar får användas, men att de inte måste använda alla pengarna.

Alla utom en elev kommer i gång med uppgiften. Den eleven sitter och ritar istället. Det blir lite lugnare i klassrummet när i stort sett alla är i gång med uppgiften.

Kerstin avbryter arbetet och frågar hur de har valt. Några av eleverna berättar hur de har valt. En elev väljer att sova fem nätter på ett 3-stjärningt hotell och en annan elev väljer att sova en natt på ett 5-stjärnigt hotell och fyra nätter på ett vandrarhem. Alla svar godtas, tills en elev säger att han väljer att bo i tält. Läraren säger att det inte går att välja tält och låter en annan elev berätta istället.

Eleverna får en ny fråga som lyder: På hur många olika sätt kan man kombinera hotellen? Ni har 5000 kr. Två spontana elevkommentarer är: *- Jag fattar inte.* och *– Det är ju hur många som helst.* Läraren ignorerar kommentarerna och säger istället att de ska skriva ner de kombinationer som de kommer på samt att de gärna får arbeta ihop med någon annan. De flesta eleverna väljer att sitta kvar på sina platser och arbeta tillsammans med någon eller några som sitter bredvid. Ett fåtal elever väljer att flytta på sig och arbeta med någon som inte sitter bredvid dem från början. Till slut är det en tjej som sitter ensam och en kille som också sitter ensam. Killen som sitter ensam frågar läraren vem han ska jobba med. Läraren säger att han antingen får jobba själv eller leta upp någon som han vill jobba med. Eleven väljer att arbeta själv.

Två av eleverna får inte vara kvar i klassrummet, eftersom de stör de andra. De båda eleverna får arbeta med uppgiften utanför klassrummet istället. Efter att de båda eleverna har gått ut från klassrummet blir det ett lugnare arbetsklimat.

Läraren cirkulerar i klassrummet och ser vad eleverna har skrivit när hon går förbi dem. Hon ställer sig bredvid den tjej som sitter och ritar, istället för att arbeta med uppgiften och frågar hur många kombinationer som hon har hittat. Tjejen säger: *-Inga, jag fattar inte.* Läraren undrar varför hon inte frågat henne. Därefter ger läraren ett exempel på en kombination.

Efter en stund säger läraren att de har en minut på sig att avsluta och därefter ska de gemensamt gå igenom olika kombinationer på tavlan. Kerstin skriver 5, 4, 3, 2 och 1 på tavlan i en kolumn, med siffran 5 högst upp. Sedan drar hon vågräta streck mellan siffrorna och ut mot höger. Hon gör även lodräta streck parallellt med siffrorna, vilket gör att hon får ett rutmönster (se tabell 2).

Kerstin säger att hon kommer att släppa dem när de är klara och att hon nu är intresserad av att se lite olika kombinationer. Eleverna ger olika svar. De mest ivriga får svara, därefter de som räcker upp handen. Det börjar med att en tjej berättar en kombination, därefter fem killar, sedan en tjej och slutligen sex killar. Den sista killen har redan sagt en kombination sedan tidigare. När dessa 13 elever berättat sina svar, kommer de elever som suttit utanför klassrummet in i klassrummet igen.

Tabell 2. Kerstins uppritade tabell på tavlan

5	1												
4			1	1									
3		5	2	3									
2				1									
1	4		2										

Anm. Siffrorna i första kolumnen är en förkortning för hotellen, där endast antal stjärnor skrivs ut. Vandrarhemmet förkortas med siffran 1. De följande kolumnerna står för hur många nätter eleverna väljer för varje boendeform. En kolumn för varje elev.

Några av eleverna har kommentarer som de säger rakt ut: *-Du sa inte att vi hade andra pengar till annat.* och *– Hon har miniräknare. Får man ha det?* Läraren väljer att svara på den första frågan, att bland annat flygresan kostar och att den kostnaden inte ingår i de 5000 kronorna. En tjej säger att den fjärde kombinationen inte stämmer och hon berättar även vem som har sagt den kombinationen. Den tjej som suttit tyst och ritat under hela lektionens gång fortsätter med det även under den slutliga diskussionen.

Lärarens sista fråga blir: - *Hur många är exakt 5000?* En elev säger att det finns en kombination och en annan säger att det finns två kombinationer. En kombination finns redan på tavlan och läraren skriver även den andra på tavlan. Det visar sig att den andra kombinationen blir under 5000 kr.

4.1.2 Intervju med Kerstin

Kerstin menar att målet och syftet med denna lektion är att titta på vilka metoder eleverna använder för att lösa uppgiften. Se ifall de använder multiplikation eller addition eller båda räknesätten. På så sätt kan hon se vilken nivå de är på. Hon vill komma åt det spontana sätt som de använder. Uppgiften är tagen ur en bok med open-ended questions (Lilburn & Sullivan 2002) och hon vill koppla uppgiften till ett visst intresse. Hon säger att hon plockar många uppgifter från den boken, men skriver om dem eftersom boken är på engelska. Det går även att ändra om uppgifterna. En högre nivå att klara av uppgiften på är att göra ett diagram och inte behöva skriva upp alla lösningar, men ändå klara av det. De elever som är svaga behöver inte planeras specifikt för, eftersom de som får problem i början går att leda in på uppgiften. Det är mer de som sticker iväg som behöver planeras extra för, hon försöker ge specifika frågor till dem. Vanligtvis skriver Kerstin ner följdfrågor innan lektionen som hon kan ta till när det behövs.

Det går även att hitta nätbaserade uppgifter på Doug Williams hemsida (Williams, 2010) eller kan man vända på en uppgift som finns i boken. Det går att säga ett svar och fråga hur frågan kan ha varit ställd. Till exempel med ekvationer kan det okända talet x vara lika med 14. Hur kan uppgiften ha sett ut? Då är det lätt att ha ekvationer som öppna uppgifter. Det är svårare tvärtom, men det är viktigt att de kan det också. Det vill säga ifall de har en ekvation och ska lösa ut det okända talet x.

Kerstin tycker att det är en stor grupp och att eleverna är pratiga. Det gör att det blir för lite tid till det matematiska. Därför ska vi arbeta en lektion till med det här. Hon säger att hon försöker gå runt till dem i den mån tiden finns. Hon tittar i elevernas anteckningar och frågar hur de tänker och då förklarar de. Kerstin har haft eleverna sedan årskurs ett, vilket gör att hon känner dem väl och vet vilka hon behöver stanna kvar hos lite längre.

Denna lektion är en typisk lektion, eftersom elverna vanligtvis arbetar med öppna uppgifter och att de ofta är pratiga. Vissa dagar är det dock lugnt och tyst. De flesta elever är vana vid att arbeta med öppna uppgifter, men det är några som inte är vana vid det. Det är de som är nyinflyttade och de som tillhör en liten grupp. Läraren försöker dock inkludera alla i matematikundervisningen. De elever som inte är vana vid öppna uppgifter vrider på sig och vet inte hur de ska sätta igång och arbeta. Kerstin lägger in öppna uppgifter i alla delområden inom matematiken och anser inte att det är svårt att få in i något område. Någon gång ibland vill eleverna arbeta i boken och då får de göra det.

Eftersom uppgiften är relativt enkel kan alla hitta en ingång, men att hitta alla svaren kan bli svårt för vissa av dem. Det är dock inte tanken heller att alla ska göra det. Eftersom öppna uppgifter har korta texter ska det inte vara några problem med att förstå frågan. Några enstaka har dock ändå svårt för att komma igång, de som är okoncentrerade och de som inte förstår uppgiften. Då behöver hon sitta hos dem för att de ska komma igång.

Kerstin säger att det som fick henne att börja arbeta med öppna uppgifter var lärarhögskolan, men eftersom det inte var några andra lärare som tyckte att det verkade vara en bra idé kom det i skymundan efter ett tag. Det som gjorde att Kerstin återigen införde arbete med öppna uppgifter var ett projekt mellan kommunen skolan ligger i och Högskolan Kristianstad. Det blev som en nystart. Det är dock svårt att arbeta med öppna uppgifter med äldre elever, eftersom de är vana vid att arbeta i boken och vill fortsätta med det. De vill ha en början och ett slut. Öppna uppgifter går ju alltid att öka ut. Kerstin är tveksam till om öppna uppgifter passa alla elever, och menar att de inte passar till dem som behöver struktur.

Öppna uppgifter engagerar alla vilket gör det lättare att få med alla, jämfört med ifall eleverna arbetar i boken. Det gäller att hitta elevernas intressen. Det är inte säkert att alla gillar alla uppgifter. Då gäller det att göra dem intresserade. Som exempel säger Kerstin att ifall alla inte gillar att designa en labyrint så går det att göra alla intresserade genom att låta alla elever testa att spela labyrint. Då får de upp ögonen för det och tycker att det är roligt.

Kerstins definition av öppna uppgifter är att uppgifterna är open-ended questions, det vill säga att det inte finns ett oändlilgt antal svar men att det alltid finns mer än ett svar. Det finns även olika vägar att ta sig dit, alltså olika metoder. Det måste inte finnas olika metoder, men det kan göra det.

Vid en redovisning låter Kerstin de elever som räcker upp handen svara först. Därefter får de elever som hon vet kan svara säga sina svar. Därefter kommer turen till de som behöver en utmaning. Kerstin poängterar dock att hon inte bara går efter de som räcker upp handen. Alla behöver inte svara samma dag, utan det blir ungefär hälften varje gång, alltså får de svara ungefär varannan lektion. Det finns dock de som aldrig svarar inför klassen. Kerstin ser så att de kan det under tiden de arbetar med uppgiften. Hon pratar då med dem om deras svar.

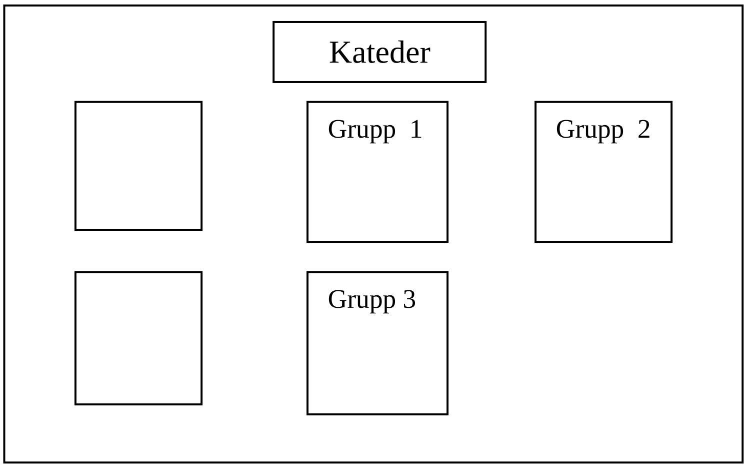
Kerstin gillar egentligen inte att vissa elever är iväg hos specialläraren vissa lektioner, eftersom hon då inte får en kontinuitet med dem och vet vad de kan. Hon önskar att specialläraren istället kommer in till henne och att eleverna då också är kvar i klassrummet. Några elever som har åtgärdsprogram arbetar riktigt bra tillsammans med de som inte har det. Om de eleverna med åtgärdsprogram inte är kvar i klassrummet utan istället har undervisning av specialläraren i ett annat rum, missar de chansen att arbeta tillsammmans med de som är lite starkare i klassrummet. Dessa elever kommer inte lika långt med uppgiften, men de gör den efter sina förutsättningar, vilket är det viktiga.

4.1.3 Observation hos Klara

Klara arbetar på en F-6 skola och undervisar elever som går i årskurs 5. Hon har varit lärare i över 35 år och har alltid arbetat med elever i årskurs 4-6. Ibland tar hon några lektioner i årskurs 3, med de elever hon kommer att undervisa i årskurs 4-6 för att det ska bli en smidig övergång för eleverna. Hon undervisar i matematik och NO och anser att det är en styrka att bara ha några ämnen, eftersom det aldrig går att göra de ämnen som man inte brinner för intressanta.

Den elevgrupp som är med vid vår observation är en klass som är delad i två grupper. Grupperna är inte nivågrupperade. Den grupp vi är med och observerar består av 10 elever. De sitter spritt runt de fem olika borden. Fem tjejer och fem killar. Salens bänkar är egentligen små bord. En elfte elev finns också i klassrummet och hänger ledsen över bänken och deltar ej. Klara säger att hon ska diskutera med honom när grupperna har börjat arbeta. Han ingår i den grupp som ska ha engelska.

Klara börjar med att fråga vilka enheter som area räknas med. Fyra elever räcker snabbt upp varsin hand och till slut har nästan alla varsin hand uppe. Klara skriver både kvadratmeter och kvadratcentimeter på tavlan och säger att de ska arbeta med kvadratcentimeter. Därefter flyttar eleverna snällt till de platser de blir anvisade. Det blir tre grupper, två grupper med tre i varje grupp och en grupp med fyra elever. Fyra elever placeras runt ett bord, med två elever på varje långsida. Två andra bord får tre elever runt sig, med två elever på den ena sidan och en elev på den andra sidan.



Figur 1: Gruppernas placering under lektionen. Fyra elever i grupp 2 och tre elever i grupp 1 och grupp 3.

Klara skriver 24 kvadratcentimeter på tavlan och frågar hur många olika rektanglar de kan rita. Hon säger också att det är samarbete som gäller. Alla behöver penna och linjal. Hon delar ut rutigt papper, där varje ruta är som en kvadrat och har arean en kvadratcentimeter. De får cirka 15 min på sig att lösa uppgiften.

De olika grupperna besöks av läraren och hos den tredje gruppen stannar hon lite längre, eftersom de har svårt för att komma igång. När de har gjort första säger läraren: *-Bra, Nu har ni gjort en. Leta efter flera.* Det verkar vara bra stämning i grupperna. De diskuterar sig fram till olika svar och kan även rätta varandra utan sura miner ifall det inte stämmer. Läraren ber den andra gruppen prata lite tystare för att inte hjälpa/stjälpa de andra grupperna.

När läraren kommer till den första gruppen frågar hon om det är 24 rutor och ber dem att räkna rutorna. En av eleverna i den gruppen svarar då: -*Jag tänkte på omkrets.* Vilket leder till att Klara säger: *-Aha, ni har gjort en helt annan uppgift.* Eleverna i den gruppen börjar sudda, men läraren stoppar dem och säger att de kan räkna ut arean på de rektanglar de har istället.

Den andra gruppen börjar räkna med decimaler och frågar ifall de får använda miniräknaren. När de får svaret att de får använda miniräknare blir de förvånade och jublar därefter. Hon påminner dem även om att inte glömma och räkna ut omkretsarna och vill att de ska göra det innan de börja räkna med decimaltal. Eleverna räknar snällt ut omkretsarna först. Klara vill bryta innan eleverna hunnit räkna ut omkretsarna, men hon väntar på dem. Eleverna i den andra gruppen frågar om de får räkna ut den krångliga sedan. Med ’den krångliga’ menar eleverna i grupp 2 rektanglar där minst en sida är ett decimaltal. Det svarar läraren inte på.

Klara ber eleverna att lägga pennorna. Därefter säger hon: *-Längd? Bredd? Area? Jag vill ha olika förslag.* Hon gör fyra kolumner på tavlan med area, längd, bredd och omkrets. Därefter får de båda grupper som förstått frågan på avsett sätt ge två svar var, vilka hon skriver upp. En elev påpekar att Klara skriver längd och bredd tvärtom, jämfört med vad hon sa. Klara förklarar att den längsta sidan är längden. Det ena svaret har längden 16 cm, bredden 1.5 cm och omkretsen 27 cm. Den andra gruppen reagerar och säger att de är förvånade över att Klara går med på det. Det ska ju vara 35 cm på omkretsen. Klara ändrar. Ett annat svar har längden 8 cm, bredden 3 cm och omkretsen 24 cm. Läraren reagerar inte.

Tabell 3. Klaras uppritade tabell på tavlan med arean 24 cm^2

Area (cm^2)	Längd (cm)	Bredd (cm)	Omkrets (cm)
24	16	1,5	27 (ändras till 35)
24	5	4,8	19,6
24	8	3	24 (ändras inte till 22)
24	24	1	50

Klara frågar hur det kan stämma att omkretsen kan bli så olika. Den minsta har 19,6 cm i omkrets och den största 50 cm i omkrets. En kille i klassen förklarar. Klara ritar 24 cm x 1 cm och frågar om man kan förklara det på något annat sätt. En elev säger att man säkert kan det.

Nästa fråga från läraren är: *-Hur ser den ut för att få minsta omkrets?* En elev svarar då: - *1 + 1 + 1 + 1.* Läraren lägger då till en följdfråga: *-men om arean ska vara 24 kvadratcentimeter?* En elev som kan svaret säger: *-Mest kvadratisk. Ungefär 5 + 5 + 5 + 5.*

Läraren säger att det är rätt, men frågar också ifall de andra förstår det. Hon samlar dem runt ett av borden, visar en rektangel som är 1 cm x 24 cm och säger att den är riktigt långsmal. Sedan frågar hon vad som händer om den krymper på längden.

Eleverna går tillbaka till sina platser. Läraren gör fyra kolumner på tavlan och skriver omkrets, längd, bredd och area i de olika kolumnerna. Hon skriver dit svaren från den grupp som räknade med omkretsen 24 cm. Därefter frågar hon ifall de kan se något mönster. En elev svarar att bredden är 1, 2, 3, 4 och 5 cm. En annan elev svarar att längden är 7, 8, 9, 10 och 11 cm. En tredje elev säger att längden och bredden tillsammans är 12 cm och multipliceras det med 2 fås omkretsen. Då frågar läraren hur arean förändras. En elev svarar då att: *-Ju närmare kvadratisk desto större area.*

Tabell 4. Klaras uppritade figur med omkretsen 24 cm

Omkrets (cm)	Längd (cm)	Bredd (cm)	Area (cm^2)
24	7	5	35
24	8	4	32
24	9	3	27
24	10	2	20
24	11	1	16

4.1.4 Intervju med Klara

Klaras mål och syfte med uppgiften är att repetera vad area är samt enheter. Målet är även att de ska se sambandet mellan area och omkrets, men det lyckas de inte riktigt med. Klara blev då ställd, eftersom hon trodde att de hade arbetat med det de senaste veckorna när de haft vikarie. Därför vill hon göra det igen. Hon skrev talen i storleksordning för att de lättare skulle kunna se sambandet. Klara tycker att det är bra att det finns en bredd, vissa räknar med decimaltal, medan andra knappt vet vad area är för något.

Eleverna är vana vid öppna uppgifter och arbetar bara i boken vid ren färdighetsträning. Öppna uppgifter gör att det går att se ifall alla förstår problemet och eleverna pratar mer matematik. Eleverna har arbetat med öppna uppgifter sedan Klara ingick i ett projekt som fanns mellan kommunen och Högskolan Kristianstad. Hon ville hitta ett nytt sätt att arbeta på och när projektet kom såg hon det som en chans till nytänkande. Hon har insett fördelarna med det. Öppna uppgifter har ändrat elevernas inställning till matematiken, till det bättre. I början var eleverna skeptiska till att ej ha boken. Dock var det en osäker elev som ville ha öppna uppgifter. Ifall hon måste välja mellan öppna uppgifter eller boken, väljer hon öppna uppgifter eftersom eleverna får en annan förståelse med öppna uppgifter. Det är även lättare att fånga upp det eleverna inte förstår.

När hon konstruerar öppna uppgifter, tar hon en uppgift och gör om den till en öppen uppgift. Klara har även en bok som hon hämtar uppgifter ifrån. Hon tycker att det är bra att kunna ta en uppgift och göra om den. På Internet har hon inte letat efter öppna uppgifter. Klara säger att alla ska kunna vara med, vissa med hjälp av stödfrågor och lite utmaningar för de starkare. Hon säger att hon tycker att hon når alla och att hon sitter mer hos de svaga än de starka. Hon tycker det är bra att de svaga lyssnar på de starka och att de starka förklarar. Klara går runt i klassrummet för att se att alla är med.

För att se ifall alla kan de olika områden som de arbetar med har de diagnoser med traditionella uppgifter. Problemet är att vissa blir ställda då, speciellt de svaga, eftersom de inte är vana vid att arbeta med sådana uppgifter. Därför är det viktigt att de får se det också emellanåt. Klara arbetar med öppna uppgifter med jämna mellanrum. De områden som hon anser vara lättast att få in öppna uppgifter i är geometri och bråk. De fyra räknesätten och färdighetsträningen är svårast.

Det är svårt att få alla elever delaktiga. I en annan grupp som Klara har finns det två elever som inte är med på öppna uppgifter, en som går i särskola och en som har ADHD. Klara säger att det beror på att de har missat mycket. Hon försöker dock få dem delaktiga i den mån det går. Egentligen, anser Klara, att det bara ska vara tre i varje grupp och inte fyra som hon hade i två grupper idag, eftersom det är lättare att alla är delaktiga ifall de bara är tre. Eleverna får aldrig välja grupper själv, på grund av antimobbningsarbetet. Klara tycker att det är en lagom stor grupp som hon har. Två gånger i veckan har hon hela klassen, vilket innebär 23 elever. De gångerna tycker hon att det är svårt att hinna med, men samtidigt säger hon att hon vet var hon ska gå.

När Klara planerar en uppgift tänker hon på att alla ska kunna vara med, men också på att de starka ska få en utmaning. En följdfråga kan vara: - *Måste det vara hela centimetrar?*

Klaras definition av öppna uppgifter är att uppgiften ska ha ett begränsat antal svar, men mer än ett. Det kan till exempel vara att rita ett rum i skala och sedan byta med en kompis. Kompisen ska då försöka se vilket rum det är.

Öppna uppgifter hjälper till att få alla elever delaktiga, bara de från början leds in på rätt spår. Det är bra att kompisarna hjälper dem som inte tar för sig. - *De lyssnar på varandra på ett helt annat sätt än vad de gör på mig,* säger Klara. Öppna uppgifter når fram till ett resultat, medan matematikbokens uppgifter bara görs.

Om Klara skulle ha gjort om denna lektion skulle hon ha börjat med 12 cm^2, sedan 16 cm^2, så att de hade sett kvadraten. Hon trodde att de kunde mer än de kunde.

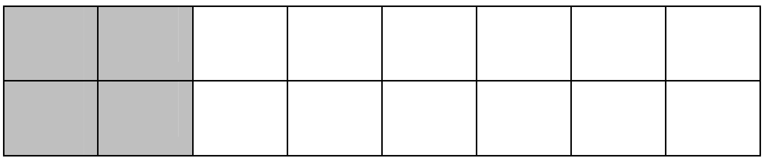
Klara anser att öppna uppgifter har en bra effekt på klimatet i en grupp. Det är aldrig någon som säger: - *Det kan du väl?* De blir aktiva på ett helt annat sätt. Deras glädje blir större. Hon säger att: - *Det blir efter deras förutsättningar.*

4.1.5 Observation hos Lisa

Lisa har lång erfarenhet som matematiklärare och ett stort intresse för undervisning av matematik. Hon arbetar på en F-5 skola i ett område med mångkulturell anknytning. Lisa arbetar deltid på skolan, resterande tid arbetar hon med att utveckla matematikundervisningen i ett skolområde. Lisa undervisar två klasser i matematik, en fjärdeklass och en femteklass. I den fjärdeklass som observerades finns det 15 elever. Eleverna sitter vid bänkar, som är placerade två och två. Två elever sitter ensamma, tre elever delar på två bänkar och de andra eleverna sitter två och två. Det finns en del tomma platser.

Lisa börjar lektionen med att ge eleverna en uppgift av social karaktär. Hon ber eleverna att byta plats så att en elev med sämre syn kan se tavlan bättre. Eleven svarar att det inte är nödvändigt. Lisa behöver vänta på att en del elever ska komma in i klassrummet. Vi som observerar presenterar oss och eleverna ställer frågor om oss.

Efter vår presentation börjar Lisa presentera ett problem för eleverna. Alla elever deltar i diskussion förutom en elev som sitter och räknar i en matematikbok. Problemet handlar om delar och bråk. Lisa har ritat ett rutsystem med sexton rutor i två rader. Fyra rutor är markerade.



Figur 2: Lisas uppritade rutsystem.

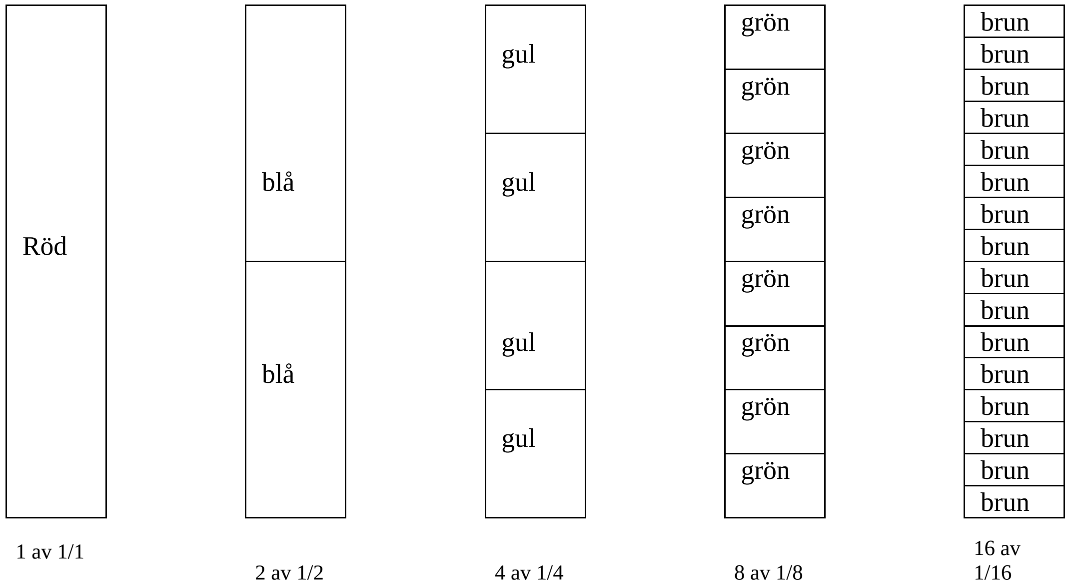
Lisas problem lyder: - *Jag kände mig ensam i morse. Jag kände mig ensam så här länge (visar rutsystemet och de fyra markerade rutorna). Hur stor del av tiden gick jag ensam? Hur ska jag göra och vilket sorts tal är detta?*

Eleverna svarar genom att räcka upp handen. En elev svarar till exempel att det handlar om bråk och att det är 4/8. Lisa uppmanar eleverna att titta på bilden och se om bilden är till hjälp. En elev går fram till tavlan, räknar rutor och svarar 4/16, vilket är det svar Lisa tänkt sig.

Detta svar framkommer med hjälp av en diskussion. Problemet är öppet då det finns flera bråk som stämmer. Till exempel skulle eleverna också kunnat svara 2/8 eller 1/4, vilket ligger på en mer avancerad nivå.

Lisa betonar vikten av att eleverna ska diskutera tillsammans. När Lisa ber eleverna att diskutera i smågrupper synar hon av klassen och upptäcker de som inte diskuterar. När Lisa märker att vissa elever inte lyssnar på diskussionen säger hon: - *Jag känner att ni inte lyssnar, jag vill att ni lyssnar på varandra för det är nu som ni kan lära er genom att lyssna på varandras förklaringar.*
Hon bestämmer i förväg hur länge diskussionen ska fortgå. Eleverna får sedan förklara vad 4/16 betyder. De elever som säger att de har tänkt likadant som de elever som redan förklarat, behöver också förklara. En elev säger att det är 16/4. Lisa ber en elev, frivilligt, att rita 16/4 på tavlan och poängterar att detta är svårt. Eleven ritar fyra rutor med fyra rutor i varje. Diskussion kring hur eleven tänkte uppstår och Lisa ritar en figur till. Plötsligt säger Lisa: - *Tankestopp, jag vill att ni förklarar för er själva och grannen, om varför denna figur på tavlan heter 4/4.* Eleverna diskuterar parvis vad figuren betyder. Två grannpar pratar inte med varandra. Eleven som försöker rita 16/4 på tavlan får förklara vad 1/1 är i figuren. Under diskussionens gång kommer det fram att hela rutan med fyra rutor i sig kan antingen vara 1/1 eller 4/4. Lisa frågar klassen om vad de tyckte om denna klassrumsdiskussion. Efter att Lisa avslutar diskussionen börjar eleverna med ett bråkspel. Eleverna ska sitta i två grupper och får själva ansvara för ommöbleringen. En elev är inte delaktig i spelet utan räknar i en matematikbok.

Spelet går ut på att eleverna har pappersremsor som är uppdelade i bråktal. De ska satsa på krona eller klave. Lisa bestämmer hur mycket som ska satsas men eleverna får själva bestämma vilka bråktal som täcker in satsningen. En pappersremsa är 1/1 och de andra pappersremsorna är uppdelade och klippta i bråk utifrån 1/1. Det betyder att eleverna har en remsa som är 1/1, två remsor som är 1/2, fyra remsor som är 1/4, åtta remsor som är 1/8 och 16 remsor som är 1/16, se figur 2.



Figur 3: Bråkspelet, visar remsor av olika delar med 1/1 som utgångspunkt.

Innan spelet börjar letar en del elever efter sina remsor som ska ligga i plastfickor. En elev saknar 1/16, vilket startar en diskussion kring hur 1/16 skrivs. Eleverna sorterar remsorna likt figuren ovan. När Lisa frågar vad de olika delarna heter höjer hon rösten för att få uppmärksamhet. En elev saknar 1/16 men har 1/4 extra. Efter en kort diskussion kommer de fram till att de kan dela 1/4 i fyra bitar. Lisa klipper bitarna till eleven.

Spelet börjar med att Lisa säger att de ska satsa 1 och 1/2. Hon frågar hur de har satsat. Det är en öppen fråga eftersom det finns många olika svar på hur de satsat. En elev använder t ex alla sina 1/16 och en 1/2. Satsningarna placeras mitt i gruppen. Eleverna väljer nu krona eller klave. Lisa kastar myntet och det blir klave. De som valt klave får dela på potten. Lisa står vid en grupp där hon tillsammans med eleverna delar upp potten. I den andra gruppen tar de elever som vinner godtyckligt från potten, det vill säga de tar några bråkdelar var utan att dela jämnt. Inför nästa runda vill Lisa att de kontrollerar varandra noga så att ingen fuskar. Ljudnivån i klassrummet höjs och Lisa behöver höja rösten för att få uppmärksamhet. Lisa stannar spelet och vill att de inom gruppen kommer på förslag på hur potten kan delas upp utan att Lisa får reda på hur de kommit överrens. Grupperna spelar sedan spelet själv en gång.

När spelet slutar behöver eleverna kontrollera att de har alla sina delar igen. Lisa påminner eleverna om att de kan växla med varandra för att få rätt antal. När eleverna plockar i ordning sina plastmappar med delarna, höjs ljudnivån igen och vissa elever går omkring och frågar om de olika delarna. Lisa hittar delar på golvet som hon knyter an till nästa gång de ska spela spelet.

4.1.6 Intervju med Lisa

Mål och syfte med lektionen är att Lisa ska kunna höra och upptäcka hur eleverna tänker kring bråk. Uppgiften ska ge eleverna kunskap kring relationen mellan bråktalen. Det specifika matematiska målet med uppgiften är att eleverna ska utveckla förståelsen av relationen mellan olika fjärdedelar. Lisa säger att alla elever kan var med, *vissa elever räknar med 2/4 och andra säger gul. Alla kan vara med fastän de kommit olika långt i sin utveckling. Nu är det fjärdedelar sen tar vi tredjedelar.* För de elever som har förstått relationen mellan bråken blir fortsättningen att ta del av area i stället för del av längd. Lisa gör sina egna uppgifter, Lisa har lång erfarenhet av matematikundervisning och matematikutveckling i skolan. Hon utgår från vilka mål som eleverna har i ämnet matematik när uppgifterna planeras, samt tänker på de duktiga eleverna innan lektonen. Lisa uttrycker att en öppen uppgift *formas av barnen man diskuterar med.* Det som diskuteras griper Lisa tag i. Dock är det svårt att ta tag i diskussionen när det är två stora grupper vilket det var på denna lektion. Det ideala är två vuxna när eleverna arbetar med en sådan uppgift som bråkspelet. En grupp är mycket aktiv, men ibland blir det trams istället för matematiksnack och det leder även till att det blir för högljutt.

Lisa säger att oftast arbetar eleverna i par eller i fyragrupper, som får redovisa sina resultat genom gemensam diskussion i slutet av lektionen. Då försöker Lisa knyta målen med lektionen till hur lektionen har fortgått. Lisa säger att hon *tror på att den lärande lär sig genom att tänka och få sitt tänk utmanat*. Eleverna väljer sina grupper själv ibland. Det beror på målet och om gruppen ska vara heterogen. Eleverna i hennes klass arbetar nästan enbart med öppna uppgifter på lektionstid, färdighetsträning gör de med läxa i matematikboken.

Öppna uppgifter bidrar till att alla elever kan deltaga. Lisa menar att alla elever kan vara med på *ingången*, alltså början, på uppgiften. Om uppgiften är för lätt för någon elev stannar Lisa lektionen och utmanar de duktiga. Eleverna uttrycker att de lär sig bäst i grupp och diskussioner på tavlan. I klassrummet finns det en elev som inte deltar i de öppna uppgifterna. Denna elev arbetar i en traditionell matematikbok istället, eftersom eleven tycker att det som klasskamraterna arbetar med är för svårt. Denna elev är dock med vid öppna uppgifter inom vissa delområden inom matematiken. Lisa menar att denna elev *gillar matte nu, det gjorde hon inte förut. Eleven räknar i boken nu för att hon tycker att bråk är för svårt.* Enligt Lisa kan eleverna inte utveckla en förmåga ifall de enbart räknar i matematikboken. Därför arbetar de väldigt sällan i matematikboken. I klassen finns det två elever i särskola. Lisa säger att *de inte skulle vara hos mig, de ska inte vara här. Det är viktigt att ge alla elever chans att prata, men dessa båda elever har svårt att vara med vid klassrumsdiskussioner.*

En öppen uppgift för Lisa är att möjligheten har skapats för att alla elever ska kunna vara med initialt i uppgiften. Alla elever ska också kunna gå vidare i uppgiften och utveckla sina färdigheter. Öppna uppgifter kräver inte att text skapas utan en matematisk diskussion kan uppstå ändå eftersom det inte finns *något rätt och fel. De svarar efter vad de tror och tänker. Det skapar en självtillit som är ovärderlig. Det handlar inte om att räkna tal.*

4.2 Analys av observationer

Genom analys av observationerna ska svar ges på hur en matematiklektion med öppna uppgifter fungerade samt se vilken potential öppna uppgifter har för ett inkluderande klimat. Vilket i detta sammanhang innebär hur eleverna är inkluderade i lärandeprocessen, både socialt och kunskapsmässigt. Vi utgår från lektionens faser som både Taflin (2007) och Lilburn och Sullivan (2002) skriver om.

Innan de tre lektionerna kan börja behöver alla lärare vänta på att eleverna ska komma in i klassrummet. De presenterar själva problemet för hela klassen som är starten för introduktionsfasen. Klara och Lisa har kort genomgång och frågestund om själva arbetsområdet. Kerstin låter eleverna börja arbeta med uppgiften utan någon genomgång av arbetsområdet. Lisa använder en mindre uppgift för att ta reda på elevernas förförståelse innan själva uppgiften börjar, som är ett bråkspel. Det visade sig att de elever som inte hade förförståelsen fick genom diskussion och demonstration på tavlan förmodligen en bättre förståelse för bråk. Eftersom Lisas elever vet hur bråkspelet går till undersöker inte hon om eleverna förstår själva uppgiften. Både Kerstin och Klara låter eleverna börja med uppgiften utan att de vet om eleverna förstår uppgiften eller inte.

När eleverna ska lösa själva uppgiften arbetar eleverna i grupp. Kerstin vill dock att eleverna först arbetar enskilt och sedan parvis då uppgiften förändras. Lärarna går runt i klassrummet och ser hur eleverna arbetar genom att fråga om uppgiften. Både Kerstin och Klara märker då att vissa av eleverna har tolkat uppgiften annorlunda. Den av Klaras grupper, som tolkade uppgiften på ett annat sätt än hon tänkt sig, fortsätter så som de uppfattat uppgiften, på Klaras begäran. Klara ser också att alla elever har minst en lösning på problemet. Kerstin hjälper vissa elever att komma igång med uppgiften. En elev fortsätter dock att vara overksam. Klara och Kerstin låter sina elever använda miniräknare vid något tillfälle. Lisa stoppar arbetet och lyfter fram matematikproblem som uppstår till klassrumsdiskussion. Kerstin väljer att ta ut två elever som stör övriga i klassen. Efter ett tag avbryter Kerstin arbetet och frågar hur långt eleverna har kommit. Hon ställer en följdfråga som smalnar av själva problemet, hon ber om olika kombinationer gällande de fem hotellvistelserna för 5000 kr, och nu ska eleverna arbeta parvis. Ett par elever arbetar dock fortfarande enskilt och uttrycker att de inte förstår uppgiften. I Kerstins och Lisas klass är den fria samtalsmiljön ibland störande för de andra eleverna. Kerstin säger till de enskilda eleverna som stör men hon uttrycker också att hela klassen pratar för mycket. Lisa tar upp det som stör fokus på uppgiften genom klassrumsdiskussion.

När lärarna bryter för klassrumsdiskussion arbetar fortfarande eleverna med uppgiften. Kerstin och Klara diskuterar olika lösningar med eleverna. Kerstin låter de mest ivriga eleverna svara och Klara ger frågor efter vad hon vet om de olika elevernas kunskaper om det som uppgiften behandlar. Klara låter de olika grupperna redovisa och jämför sedan med den grupp som tolkade uppgiften annorlunda. Hennes fråga om generalisering är svår och utmanar de duktiga eleverna. Lisas diskussion går ut på att få eleverna mer ansvariga för själva utförandet och lösandet av uppgiften. Då visar det sig att vissa elever förstått sambanden mellan bråken då de behöver växla bråk med andra.

Klassrumsdiskussionen fungerar som en summering av själva arbetet eftersom olika svar redovisades. Det är stor spridning på förståelsen hos eleverna i alla tre klasser. I Kerstins klass finns det en elev som fortfarande inte förstått uppgiften när lektionen är slut. Som observatör är det svårt att upptäcka de elever som har hög förståelse i Kerstins och Lisas klass. I Klaras klass märks de elever som har hög förståelse för själva uppgiften. Under summeringen kommer generaliseringar och jämförelser fram genom att olika svar redovisas och jämförelse mellan area och omkrets förtydligas.

4.3 Analys av intervjuer

Analysen av intervjuerna utgår från våra syften med intervjuerna. Analysen ska ge svar på vår frågeställning om vad matematiklärarna anser om öppna uppgifters potential för ett inkluderande matematiskt arbetssätt, och hur de arbetar med öppna uppgifter utifrån mål och syfte, planering och genomförande.

Lärarna anser att öppna uppgifter har en potential att inkludera alla elever eftersom alla kan vara med i initialskedet. Den största utmaningen är att få med de allra svagaste eleverna, eftersom de inte alltid har de förkunskaper som krävs för att lösa vissa uppgifter. Lärarna menar att det kan vara svårt att hitta rätt nivå och rätt uppgifter, som passar alla elever. Uppgiften ska vara konstrukturerad så att alla elever ska kunna vara med i början, alltså i initialskedet. Oavsett ifall lärarna använder sig av uppgifter som finns i en bok, på Internet eller tillverkar dem själva, så behöver uppgiften anpassas till alla elevers förförståelse och kunskaper inom det specifika matematikområde som uppgiften tar i beaktande. Vilket kan innebära att uppgiften behöver konkretiseras för elever som behöver det. Eftersom alla de intervjuade lärarna anser att alla elever kan arbeta med uppgiften, måste den öppna uppgiften vara väl planerad, att det finns stöduppgifter för de elever som behöver det och utmaningar till de elever som behöver det. Det uppstår en paradox när Lisa både säger att, alla elever kan arbeta med uppgiften, och därefter säger att de elever som är särskoleelever inte ska vara med i den ordinarie matematikundervisningen. Vår tolkning blir att läraren menar alla grundskoleelever.

Att arbeta med öppna uppgifter kan medföra att samtalsklimatet blir friare. Vilket i sin tur kan medföra att det blir mer prat som är ovidkommande för själva uppgiften. Enligt intervjuerna leder detta till att fokus försvinner från uppgiften. De intervjuade har metoder även för detta. Kerstin skickar ut två elever som fortsätter med uppgiften utanför klassrummet. Lisa stoppar arbetet med den öppna uppgiften och tar upp det rådande diskussionsklimatet till diskussion med eleverna.

Lärarna använder sig av olika metoder för att alla elever ska börja arbeta med uppgiften. Oavsett metod, för att hjälpa de elever som har svårt för att komma igång, så visar svaren att lärarna är medvetna om vilken metod de ska arbeta med för att försöka få alla elever att börja med uppgiften. Lärarna följer elevernas arbete och lärande genom att diskutera med eleverna under tiden de löser uppgiften. Lärarna ger stöduppgifter och följduppgifter för att integrera uppgiften med elevernas kunnande och förförståelse.

Öppna uppgifter bidrar till att klassrummet får ett öppnare klimat, eftersom alla elever kan svara utifrån sina förutsättningar. Ett annorlunda svar accepteras eftersom det medför att en diskussion skapas kring arbetsområdet.

Intervjuerna ger svar på hur lärarna arbetar med öppna uppgifter. De berättar om hur de planerar uppgifterna, att de har mål och syfte och att de följer elevernas lärande genom att diskutera med eleverna. De genomför uppgiften genom att använda sig av metoder för att hjälpa elever med att komma igång med uppgiften. Det som är som en liten paradox är att alla tre respondenterna säger att alla elever kan deltaga i lektioner med öppna uppgifter samtidigt som de uppger att vissa elever inte bör vara med. Det är ingen av lärarna som nämner att diskussionen i slutet av lektionen är ett sätt att följa elevers lärande. Inlärningsklimatet blir öppet, men kan ibland omdirigera fokus från uppgiften till allmänt prat, vilket märktes under observationerna då både Lisa och Kerstin fick samla ihop och diskutera ordning och fokus i klassrummet.

4.4 Slutsatser av observationer och intervjuer

I figurerna 4, 5 och 6 sammanförs varje enskild respondents observation och intervju. Vi använder oss av ett protokoll som jämför observationerna och intervjuerna med varandra för att hitta samstämmighet och nyansering. Figuren utgår från det socio-matematiska ramverket som Cobb & McClain har utvecklat (Sullivan m fl, 2004). Vi vill se om det som observerades kan jämställas med vad lärarna ansåg om öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat utifrån mål och syfte, planering och genomförande. Vi utgår från tre preciseringar kring det socio-matematiska ramverket:

- Tydlig pedagogik: Kunskapsinkludering. Om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med uppgifter.
- Öppna uppgifter: Kunskapsinkludering. Om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever.
- Positiv inlärningsmiljö: Social inkludering. Hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och de andra eleverna.

4.4.1 Slutsats Kerstin

Utgångspunkter	Observationer	Intervjuer	Slutsats
Tydlig pedagogik *Kunskapsinkludering. Om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med uppgifter.*	Kerstin presenterar uppgiften för alla. Eleverna börjar lösningen innan alla förstår uppgiften. Kerstin stannar arbetet och ger fortsättning på uppgiften där målet är tydligt. Eleverna vet processen, märks vid redovisning och klassrumsdiskussion. När lektionen slutar har en del elever ej förstått uppgiften. Några elever stör de övriga eleverna.	Målet är att se vilka metoder eleverna använder för att lösa uppgiften. Går runt till eleverna om tid finns för att se hur de tänker. Har haft eleverna sedan ettan. De är vana vid att arbeta med öppna uppgifter.	Kerstin planerar för att inkludera alla eleverna i uppgiften genom att ha en anpassad ingång. Några elever förstår inte uppgiften. Hon kontrollerar att vissa förstår uppgiften innan de börjar lösa den, inte alla. Kerstin tydliggör inte arbetsprocessen, anledningen kan vara elevernas vana vid öppna uppgifter.
Öppen uppgift *Kunskapsinkludering. Om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever.*	Uppgiften om de olika hotellen är öppen. Det finns många olika svar. Uppgiften har en enkel ingång. Kerstin smalnar av uppgiften men den förblir öppen. Klassrumsdiskussionen ger vissa elever möjlighet att redovisa sina svar. En del elever förstår inte uppgiften. Eleverna är aktiva både med uppgiften och om annat mindre relevant.	Kerstin planerar uppgiften så att alla ska kunna vara med. Det är lätt att få in öppna uppgifter i alla områden av matematiken. Kerstin planerar extra för de elever som behöver utmaning. Hon låter ibland de starka eleverna arbeta med de svaga. Kerstin tar ut två elever från klassrummet eftersom de stör de andra.	Uppgiften var öppen och ingången på uppgiften passade de allra flesta av eleverna. Kerstin hade inte planerat för de elever som behövde hjälp. Det var svårt att se vilka elever som hade lätt för uppgiften.
Positiv inlärningsmiljö *Social inkludering. Hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och de andra eleverna.*	När eleverna redovisade lösningarna till uppgiften skrev Kerstin upp svaren i en tabell. Många elever var mycket aktiva både med uppgiften och med sådant som inte var relevant. De elever som visade aktivt att de villa svara fick det. Sedan fick de som räckte upp handen svara. De som inte räckte upp handen och var tysta behövde inte svara. Kerstin tar ut två elever från klassrummet. De redovisar inte när de kom tillbaka till klassrummet. Vissa elever kommenterar andra elevers svar på ett mindre positivt sätt.	Kerstin tycker att gruppen är stor och att eleverna är pratiga. De elever som inte fick redovisa denna gång får göra det nästa gång. Kerstin säger att de som behöver utmaning får specifika frågor under redovisningen.	Eleverna är vana vid att redovisa sina svar. De som vill svara mest får frågan först. Det är högt i tak fast ibland blir vissa elever ifrågasatta av andra elever på ett mindre positivt sätt. Gruppen är stor vilket bidrar till att det är svårt att rättvist låta alla redovisa.
Inkludering	Alla utom en elev är med och löser uppgiften. Denna elev tycker att uppgiften är svår. Två elever arbetar med uppgiften utanför klassrummet.	Kerstin anser att det är bra att de elever med åtgärdsprogram är med och arbetar med öppna uppgifter. De starka eleverna kan hjälpa de svaga.	De flesta elever är inkluderade. Två elever är inte inkluderade i klassrummet och en annan elev är inte inkluderad arbetsmässigt.

Figur 4: Analysprotokoll av observation och intervju med Kerstin.

4.4.2 Slutsats Klara

Utgångspunkter	**Observationer**	**Intervjuer**	**Slutsats**
Tydlig pedagogik *Kunskapsinkludering. Om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med uppgifter.*	Klara skriver, på tavlan, att arean för varje rektangel ska vara 24 cm^2. Grupp 3 uppfattar uppgiften på ej avsett sätt. Grupp 1 har svårt för att komma igång. När Klara har gett dem några ledtrådar kommer de igång.	Klaras mål med uppgiften är att repetera vad area är samt enheter. Målet är även att de ska se sambandet mellan area och omkrets. Hon skriver talen i storleksordning för att eleverna lättare ska se sambandet. Klara tycker att hon når fram till alla elever. Eleverna får en bättre förståelse med öppna uppgifter.	Den grupp som inte uppfattat uppgiften på det sätt som Klara tänkt sig uppgiften, har blandat ihop area och omkrets. Alla elever arbetar med uppgiften, en grupp efter att ha fått lite ledning. Några elever förstår sambandet mellan area och omkrets. Med tanke på att en grupp har svårt för att komma igång och en grupp missuppfattar uppgiften är den inte helt tydlig.
Öppen uppgift *Kunskapsinkludering. Om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever.*	Uppgiften går ut på att rita så många rektanglar som möjligt med arean 24 cm^2.	Klara säger att alla ska kunna vara med. De svagare med hjälp av stödfrågor och de starkare med hjälp av utmaningar. Geometri och bråk är de områden som hon tycker är lättast att få in öppna uppgifter i. De fyra räknesätten och färdighetsträningen är svårast. En öppen uppgift ska ha ett begränsat antal svar, men mer än ett.	Det är en öppen uppgift, eftersom det finns många olika svar och det finns olika sätt att ta sig till svaren. Det går att använda sig av något av de fyra räknesätten. Det går att räkna ut det eller att testa sig fram. De svagare eleverna får stödfrågor för att kunna komma igång och de starkare får en utmaning i att använda sig av decimaltal.
Positiv inlärningsmiljö *Social inkludering. Hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och de andra eleverna.*	Eleverna blir uppdelade i olika grupper och de går med på de grupperna utan protester. Klara säger att samarbete gäller. Eleverna rättar varandra utan sura miner ifall uträkningarna inte stämmer vid genomgången. Alla elever är närvarande under slutdiskussionen.	Klara anser att öppna uppgifter bidrar till att eleverna får en bättre inställning till matematiken samt att inlärningsmiljön blir positiv. Eleverna får aldrig själv välja grupper, på grund av antimobbningsarbetet. Hon säger att de svaga lyssnar på de starkare, när de förklarar. Klara anser att tre i varje grupp är det optimala, eftersom alla då kan komma till tals. Öppna uppgifter hjälper till att få alla elever delaktiga, bara de från början leds in på rätt spår.	Inlärningsmiljön är positiv, eftersom ingen elev är dum mot någon annan. Det är en bra stämning i klassrummet, de kan rätta varandra utan att det blir sura miner.
Inkludering	Alla elever i klassrummet är med och löser uppgiften på sin nivå.	Klara tycker att det är svårt att få med elever med ADHD och elever som är inskrivna i särskola. Det beror på att de inte har de förkunskaper som krävs.	Alla elever, i den grupp vi observerar, är inkluderade.

Figur 5: Analysprotokoll av observation och intervju med Klara.

4.4.3 Slutsats Lisa

<u>Utgångspunkter</u>	<u>Observationer</u>	<u>Intervjuer</u>	<u>Slutsats</u>
Tydlig pedagogik *Kunskapsinkludering. Om eleverna förstår arbetsprocessen och målen med uppgifter.*	Lisa börjar lektionen med att tydliggöra vad bråktal är för något. Hon förklarar även hur bråkspelet fungerar. De elever som vinner tar godtyckligt från potten.	Lisas mål med uppgiften är att höra och upptäcka hur elever tänker kring bråk. Det specifika matematikmålet är att eleverna ska utveckla en förståelse av relationen mellan olika fjärdedelar.	Eleverna förstår uppgiften, men inte bråktalens värden eftersom de delar upp potten på måfå.
Öppen uppgift *Kunskapsinkludering. Om uppgifterna är öppna, uppdelade så att de passar alla elever.*	Uppgiften är i form av ett bråkspel. Eleverna får pappersremsor. En remsa är 1/1 och de andra remsorna är klippta i bråk och utgår ifrån 1/1. Remsorna finns i 1/1, 1/2, 1/4, 1/8 samt 1/16. Lisa säger att eleverna till exempel ska satsa 1 1/2 . Därefter säger eleverna krona eller klave och de elever som gissar rätt får dela på potten.	Enligt Lisa kan alla elever vara med, fastän de kommit olika långt i sin utveckling. De elever som har förstått relationen mellan bråken får fortsättningen att ta del av area istället för del av längd. En öppen uppgift formas av barnen läraren diskuterar med. Lilsa tänker på de starka eleverna när hon planerar en uppgift.	Det är en öppen fråga, eftersom eleverna kan satsa på olika sätt. När vinnarna delar på potten kan de ha olika metoder för hur de räknar ut det.
Positiv inlärningsmiljö *Social inkludering. Hur elevernas svar är återgivna, mottagna och granskade av läraren och de andra eleverna.*	När eleverna ska diskutera två och två sätter Lisa ihop de som inte sitter bredvid någon. Eleverna går motvilligt med på att sätta sig på anvisad plats. Och demonstrerar tydligt att de inte gillar det genom att sätta sig en bit ifrån den elev de tvingas sitta bredvid. Eleverna får själva ansvar för att dela upp sig i två grupper. Det blir för många i en grupp och några flyttar motvilligt till den andra gruppen. Lisa säger aldrig att ett svar är fel, utan istället spinner hon vidare på det svaret.	Eleverna får ibland välja grupper själva. Ibland väljer Lisa, det beror på målet med uppgiften. Vissa gånger är det bra med en heterogen grupp, andra gånger med en homogen grupp.	Miljön är inte helt positiv mellan eleverna, eftersom de motvilligt sätter sig bredvid varandra samt alla är inte delaktiga vid uppdelning av potten. Vid diskussion är alla delaktiga.
Inkludering	En elev räknar i boken istället för att vara med på den öppna uppgiften. Alla elever är inte aktiva vid uppdelning av potten.	Öppna uppgifter bidrar till att alla elever kan deltaga, alla kan vara med i ett initialskede. Lisa har elever i klassen som är i särskola, som hon anser inte ska vara hos henne.	Alla elever blir inte matematiskt inkluderade, eftersom alla inte är delaktiga. Det är de svagaste som inte klarar av att vara med. De flesta är ändå delaktiga.

Figur 6: Analysprotokoll av observation och intervju med Lisa.

4.5 Övergripande analys

Matematiklektioner med öppna uppgifter, gör att elever arbetar mer aktivt och diskuterar mer med varandra, vilket medför att ljudnivån höjs. Det beror på att lektioner med öppna uppgifter har en mer ostrukturerad form, jämfört med traditionell undervisning i bok. Ett av syftena med öppna uppgifter är att eleverna ska diskutera med varandra och det är då även en risk att eleverna diskuterar mer än bara det som har med uppgifterna att göra. Öppna uppgifter gör att eleverna diskuterar matematik på ett helt annat sätt än de skulle ha gjort ifall de räknat uppgifter i en matematikbok. De flesta av eleverna är engagerade med den öppna uppgiften och de flesta av eleverna är även med vid den avslutande klassrumsdiskussionen.

Matematiklärarna planerar för att alla elever ska kunna vara med. Det innebär att det ska vara en lättförståelig ingång i problemet. Det ska även finnas stödfrågor till de svagaste eleverna och utmaningar till de starkare eleverna. Lärarna har både stödfrågor och utmaningar. Enligt matematiklärarna är alla elever med när de har öppna uppgifter i matematiken, men under observationerna och intervjuerna framkommer det att två av lärarna anser att elever med för få förkunskaper inte kan vara med. En lärare menar också att elever som behöver struktur hellre vill arbeta i en bok, istället för att vara med vid öppna uppgifter. Det som skiljer sig åt är att vid en diskussion efter att ha arbetat med öppna uppgifter är eleverna med och förklarar hur de tänker, vid en lärargenomgång är det endast läraren som förklarar och alltså inte eleverna. De svaga eleverna har lättare att få en matematisk förståelse när deras klasskompisar förklarar, jämfört med när läraren förklarar något. Därför bör de svaga eleverna lära sig mer vid klassrumsdiskussioner där elever är med och förklarar jämfört med en förklaring av läraren innan de ska räkna i matematikboken.

Lisa och Klara använder sig av konkret material. Lisa har lappar som motsvarar olika bråkdelar och Klara har papper, linjal och miniräknare som eleverna använder sig av. Konkret material bör hjälpa de elever som har svårt för det. De behöver inte tänka allt i huvudet utan kan även se det.

En stor fördel med öppna uppgifter är att de flesta elever kan arbeta med samma uppgifter och eleverna kan svara efter sina förutsättningar. Det gör att öppna uppgifter skapar en självtillit hos eleverna som är ovärderlig, eftersom det inte finns samma fokus på rätt eller fel. Eleverna svarar vad de tror och tänker och det går alltid att diskutera det som de svarar.

5 Diskussion

I detta kapitel kommer vi att reflektera över examensarbetets olika delar. Vi börjar med en metoddiskussion och därefter reflekterar vi över resultaten av vår undersökning och sätter in dem i ett större sammanhang. Slutligen kommer vi också att diskutera resultatets konsekvenser för yrkesrollen, funderingar som tillkommit under arbetets gång samt vidare forskning.

5.1 Metoddiskussion

De metoder vi använder oss av för att få svar på våra syften fungerar bra. Intervjuerna och observationerna ger en helhetsbild av det vi vill få svar på. De kompletterar varandra. Vi anser att det är bra att spela in intervjuerna eftersom det gör oss närvarande vid diskussionerna under intervjuerna. Vi behöver då inte lägga fokus på att skriva ner allt som sägs. Det gör att vi istället kan fokusera på det respondenterna säger och därefter tänka ut följdfrågor till dem. Det fungerar bra att vi båda skriver observationsprotokoll vid observationerna. Det ger en bättre helhetsbild än om endast en av oss skulle ha gjort det. Vi kompletterar varandra, eftesom vi ibland lägger fokus på olika skeenden i klassrummet. Vi anser dock, att det optimala är att spela in lektionerna med videokamera, men det kräver ett stort förarbete, eftersom alla elevers vårdnadshavare i så fall måste ge sitt samtycke. Det är inte helt enkelt, eftersom vi aldrig har träffat barnen och inte heller deras vårdnadshavare. Vi anser dock att vi får svar på våra frågeställningar, utan att videofilma lektionerna.

5.2 Resultatdiskussion

I resultatdiskussionen jämför vi de resultat vi erhållit genom observation och intervjuer utifrån de analyser som genomförts. Utgångspunkterna är de socio-matematiska normerna, tydlig pedagogik, öppna uppgifter och positivt inlärningsklimat.

Lärarna är överens om att en öppen uppgift skall ha flera svar. Två av dem menar också att det ska finnas flera vägar att ta sig till svaren. Detta stämmer väl överens med till exempel Sullivans m fl (2005) definition av öppna uppgifter. Under observationerna ser vi att eleverna kan ha olika svar. Till exempel kan en rektangel med arean 24 cm^2 ha olika längd och bredd. Eleverna kan även använda sig av olika metoder för att ta sig till svaret. Ett sätt att ta reda på vilken längd rektangeln har är att sätta bredden till ett tal och därefter testa sig fram för att se vilket tal, alltså längd, bredden behöver multipliceras med för att arean ska bli 24 cm^2. Ett annat sätt är att dividera 24 med ett tal, som är längden. Kvoten blir då bredden.

En grupp i Klaras klass uppfattar uppgiften annorlunda, de utgår från att omkretsen ska vara 24 cm, hittar rektanglar med (längd och bredd) (11 cm och 1 cm), (10 cm och 2 cm), (9 cm och 3 cm), (8 cm och 4 cm) samt (7 cm och 5 cm). Det eleverna inte kommer fram till är att längden och bredden kan vara (6 cm och 6 cm). Vi tror att det beror på att eleverna inte vet att kvadraten är ett specialfall av rektangeln. Alltså, eleverna tror inte att de får ta längden 6 cm och bredden 6 cm eftersom de inte vet att en kvadrat också är en rektangel.

Under intervjuerna och observationerna framkommer det att öppna uppgifter endast består av korta texter, eftersom det underlättar för att elever ska förstå frågan. Det underlättar till exempel för de elever som har svårt med läsförståelsen eller har svårt för det svenska språket. Detta ingår inte som ett kriterium bland de definitioner som vi har hittat i artiklar och litteratur, men när vi till exempel tittar i boken Good questions (Lilburn & Sullivan 2002) ser vi att alla uppgifter är kortfattade och har ett enkelt språk.

En av våra respondenter säger att eleverna lär sig bättre ifall de får arbeta med det som de tycker är intressant. Boaler (1993) säger precis samma sak. Vi tror att det alltid är en förutsättning för att eleverna ska kunna ta till sig den kunskap som de får.

Enligt våra respondenter är öppna uppgifter bra, eftersom lärarna lättare kan se vad eleverna har svårt med, jämfört med traditionell undervisning. Detta stämmer väl överens med det Sullivan och Lilburn (2002) skriver. Vid traditionell undervisning kan en elev lättare dölja sina svårigheter genom att titta av kompisar eller titta i facit. När det handlar om öppna uppgifter är alla elever involverade och det märks tydligt ifall en elev inte förstår, eftersom den eleven då sitter passiv och inte gör något eller gör något den inte borde göra, alternativt sitter helt tyst.

Boaler (1993) skriver att alla uppgifter inte passar alla elever, därför ska eleverna kunna fortsätta i den riktning som passar dem. Vi anser att det är det optimala, men samtidigt ser vi det som svårt att hitta en ingång som passar alla och som alla kan arbeta vidare med på det vis de finner intressant. Respondenterna anser alla att alla elever ska kunna vara med initialt. Ingen nämnde att de även kan vara med i ett senare skede t ex. vid klassrumsdiskussionen. Vid klassrumsdiskussionen kan enligt Taflin (2007), Lilburn och Sullivan (2002) förståelse skapas med hjälp av olika elevlösningar som presenteras. Samtidigt utjämnas statusen hos eleverna om alla elever deltager i diskussionen genom att allas tankar kring problemet tas på allvar. En av lärarna säger att det är viktigt att eleverna tycker att uppgiften är intressant, för att de ska arbeta optimalt. Vi anser att det är svårt att få in allas intressen.

En av lärarna menar att öppna uppgifter gör att eleverna får en bättre förståelse för matematiken, eftersom öppna uppgifter når fram till ett resultat. Traditionell räkning i bok är mer mekanisk, vilket innebär att eleverna bara lär sig en metod för stunden. Även Lilburn och Sullivan (2002) skriver om att öppna uppgifter, eller bra frågor som de väljer att kalla dem, kräver mer än att bara komma ihåg fakta eller att bara återproducera en färdighet.

Boaler (1998) har gjort en studie som visar på att elever som arbetar med öppna uppgifter får en förståelse för matematik och kan använda sina matematiska färdigheter i okända situationer. Det stämmer bra överens med det en av våra respondenter säger, att eleverna får en bättre förståelse för det som de gör.

Våra respondenter berättar om hur de hittar eller gör öppna uppgifter. Antingen tar de en fråga i en traditionell matematikbok och gör om den till en öppen uppgift eller tar de en färdig uppgift från en bok med öppna frågor eller från en hemsida på Internet med öppna frågor. Lilburn och Sullivan (2002) skriver om två olika metoder för att göra en öppen fråga. Antingen genom att skriva ner en stängd fråga och sedan skriva ner svaret på den frågan och slutligen göra en ny fråga som inkluderar svaret eller genom att anpassa en standardfråga till en öppen uppgift. Det våra respondenter svarar tyder på att de mest använder sig av Lilburns och Sullivans (2002) första metod.

Lilburn och Sullivan (2002) har en mall för hur en lektion med öppna uppgifter kan delas in. Den första delen handlar om att läraren lägger fram en öppen uppgift. Det gör de tre matematiklärare som vi har observerat. Enligt Sullivan och Lilburn (2002) är det viktigt att alla elever förstår frågan. Det visar sig att alla elever inte gör det i två av de grupper som vi är med och observerar vid. I en grupp sitter en elev och ritar istället för att arbeta med uppgiften, eftersom hon inte förstår uppgiften. Vid en av observationerna uppfattar en grupp den öppna uppgiften på ett helt annat sätt än läraren har tänkt sig att eleverna ska uppfatta frågan. Sullivan och Lilburn (2002) skriver att det är bra att några elever får berätta om uppgiften med egna ord. Det låter inte någon av lärarna sina elever göra. Vår erfarenhet säger oss att elever lär sig bättre av att höra något från sina klasskompisar istället för från oss lärare. Det menar även en av våra respondenter. Under den andra delen av lektionen arbetar eleverna med uppgiften, vilket är precis som Lilburn och Sullivan (2002) skriver. Vidare skriver de att det är viktigt att eleverna får arbeta i grupp, eftersom kommunikation är en viktig del vid inlärning. De tre lärarna låter eleverna sitta i grupper och arbeta med den öppna uppgiften. Författarna skriver vidare att läraren kan hjälpa de elever som inte kommer igång och skulle det vara många elever som inte kommer igång kan en klassrumsdiskussion vara befogad. De tre lärarna går runt i klassrummet under tiden eleverna arbetar och hjälper de som har svårt för att komma igång. Lilburn och Sullivan (2002) anser också att en följdfråga till de starka eleverna kan vara att hitta en generell lösning. Troligtvis hittar elever i de tidigare årskurserna inte en formel för en generell lösning, men de kan hitta generella lösningar, på deras nivå. Att hitta en formel kräver stora kunskaper inom matematiken. Den lärare som kommer närmast en generell lösning, är den lärare som utmanar de starkase eleverna med att se ett samband. Den tredje delen, enligt författarna, handlar om en klassrumsdiskussion. Lärarna bör varna fem minuter innan det är dags, så att eleverna hinner avsluta det som de håller på med. De tre lärarna säger till innan de tänker ha diskussionen. Under denna del är det viktigt att låta de olika grupperna berätta hur de tänker och att ge dem likbördig status. En lärare låter de elever som räcker upp handen svara. Det anser vi inte ge eleverna jämbördig status. En annan lärare låter de olika grupperna redovisa, vilket ger en mer likbördig status. Den avslutande delen av lektionen handlar, enligt Lilburn och Sullivan (2002), om att läraren summerar lektionen. Det är viktigt att läraren summerar och förklarar nyckelord, även om några grupper klarat uppgiften, så att alla elever ges möjlighet att få förståelse. De tre lärarna gör en summering av lektionen. Läraren med bråkspelet väljer att förklara nyckelord innan eleverna spelar spelet, för att alla ska kunna ha en förståelse redan vid spelstarten. Det anser vi vara bra, eftersom det underlättar för eleverna när de ska satsa och dela upp vinstpotten. Läraren som lät eleverna arbeta med rektanglar, summerade lektionen och diskuterade även med dem ifall det fanns något mönster för svaren. Ingen av lärarna nämner att den diskussion som finns i slutet av lektionen, där uppgiften redovisas, ligger som grund för att följa elevernas lärande, vilket enligt Lilburn och Sullivan (2002) är meningen i slutskedet av lektionen.

Taflins (2007) uppdelning av en lektion med öppna uppgifter påminner mycket om Lilburns och Sullivans olika delar. Även Taflin (2007) skriver om en introduktionsfas där uppgiften presenteras och eleverna får en förståelse för uppgiften. Hennes andra fas består av att eleverna försöker att hitta en lösning på uppgiften. Den tredje fasen fortsätter direkt efter den andra fasen och den innebär att hitta flesta möjliga svar. Under denna fas är det även en diskussion så att eleverna kan jämföra sina olika lösningar. Taflins (2007) fjärde fas består av att eleverna redovisar olika lösningar på uppgiften samt försöker hitta olika mönster och samband. Det som skiljer Taflins (2007) arbetsgång åt jämfört med Lilburns och Sullivans (2002) är att eleverna enligt Taflin ska hitta en gemensam lösning innan de ger sig i kast med att hitta de andra svaren. Lilburn och Sullivan anser istället att eleverna ska hitta egna lösningar, tillsammans med andra, men inte alla tillsammans. Eleverna ska tänka tillsammans i smågrupper och inte få en klar lösning.

Littlejohn och Hicks (2010) menar att fördelarna med öppna uppgifter är att alla elever kan arbeta med samma uppgifter samt att eleverna kan svara efter sin förmåga. Detta instämmer våra respondenter i. Enligt Cobb och Hodge (2007) lär sig eleverna lättare tillsammans än om de arbetar ensamma. Våra tre respondenter arbetar på liknande sätt. De använder sig av eleverna som resurser eftersom de arbetar tillsammans.

Precis som Clark m fl (1998) vill vi ge en bild av hur långt olika skolor kommit för att inkludera alla elever. De lärare som är med i vår undersökning försöker att inkludera alla elever, även om de inte anser att alla elever kan vara med vid öppna uppgifter.

5.3 Avslutande diskussion och resultatets konsekvenser för yrkesrollen

Det går inte att säga att de resultat vi får fram gäller generellt, eftersom vi endast har med tre lärare i vår undersökning. Vi tror dock att resultatet skulle bli liknande även ifall vi skulle ha andra matematiklärare som arbetar med öppna uppgifter med i vår undersökning. Det beror på att vi anser att våra respondenter är representativa.

Vi väljer att nämna alla respondenter vid kvinnonamn, eftersom genus inte ingår i vårt examensarbete. Vi anser att det inte går att dra några generella slutsatser ifall vi skulle jämföra våra kvinnliga och manliga respondenter, eftersom underlaget är för tunt. Därför väljer vi att inte ta med genus i arbetet. Vi menar att det kan skilja mer inom män/kvinnor än mellan män och kvinnor.

Frågor som har dykt upp under arbetets gång är bland annat vilken roll specialpedagogen har vid arbete med öppna uppgifter och om det skulle vara bra med ämneslärare även i de lägre årskurserna. Vi anser att det skulle vara bra med ämneslärare även i de lägre årskurserna, eftersom olika lärare har sina favoritämnen och de ämnen de tycker extra mycket om gör de säkert bättre. Elever märker om en lärare gillar ämnet som de undervisar i. Specialpedagogens roll vid arbete med öppna uppgifter bör vara att hitta bra konkret material till de elever som behöver det, eftersom vår yrkesroll bland annat består i att aktivt arbeta med elever i behov av särskilt stöd och utveckla lärandemiljöer för de eleverna. Enligt grundskoleförordningen (Skolverket, 2009a) ska skolan sträva efter att alla elever får undervisning i den klass eller grupp som de tillhör. Ett sätt att undervisa alla elever i den grupp som de tillhör är att använda sig av öppna uppgifter. Vi anser, att öppna uppgifter inkluderar fler än vad traditionell matematikundervisning gör. De elever som är i klassrummet, men som inte arbetar med öppna uppgifter kan ändå ta till sig viss information vid klassrumsdiskussioner. Detta skulle de eventuellt även kunna göra vid traditionell undervisning, vid genomgång innan de arbetar i sin matematikbok.

En annan fundering som vi har är om TIMMS skulle bli annorlunda om matematikundervisningen består av öppna uppgifter. Vårt svar är att vi tror att det skulle bli annorlunda, eftersom öppna uppgifter verkar engagera elever på ett helt annat sätt än vad traditionella uppgifter i matematikboken gör. Eleverna får en bättre förståelse för det matematiska ifall de tycker att det är intressant.

5.4 Vidare forskning och användningsområde

Vår undersökning bygger på tre observationer och tre intervjuer. Undersökningen jämför inte öppna uppgifter mot undervisning av enbart matematikbok. Den jämförelsen är intressant. En undersökning där respondenterna är fler samtidigt som observationerna pågår under en längre tid är en modell på hur vidare forskning, utifrån vårt syfte, kan se ut. Vidare är det intressant att undersöka hur specialpedagogen arbetar i skolan med öppna uppgifter eller andra inkluderande arbetssätt inom matematik. Det kan gälla handledning, undervisning eller lokala styrdokument.

Vi hoppas att vår undersökning ska sprida ringar på vattnet. Att det finns lärare på skolor som letar efter ett arbetssätt i matematik som lättare fångar de flesta eleverna det vet vi. Vår undersökning bidrar med ett arbetssätt. Eftersom skolverket satsar på att matematikundervisningen ska utvecklas tror vi att vår undersökning kan användas som grund vid ansökan om dessa bidragspengar. Undersökningen fångar förhoppningsvis de studenter som deltar i den nya Speciallärare utbildningen, då vi tar upp aktuell forskning kring problemlösning och öppna uppgifter i synnerhet.

6 Sammanfattning

Vår undersökning ingår i det specialpedagogiska forskningsområdet och utgår från ett relationellt perspektiv (Emanuelsson, 2001). Det innebär att eleven inte är bärare av problemet, utan istället är det barnens omgivning som är problemet. Sjöberg (2006) menar att den närmsta utvecklingszonen är viktig för att eleverna ska kunna lära sig matematik och den zonen finns endast ifall de får diskutera med varandra.

Taflin (2007) och Lilburn och Sullivan (2002) skriver om olika faser under en lektion med öppna uppgifter. Definitionen av öppna uppgifter ges bland annat av Sullivan, Mousley och Zevenbergen (2005). De menar att det ska finnas flera möjliga svar, samt att det ska finnas olika vägar för att ta sig till svaren.

Våra frågeställningar är att se hur matematiklektioner med öppna uppgifter ser ut, vad matematiklärarna anser om öppna uppgifters potential för ett inkluderande klimat samt hur matematiklärarna arbetar med öppna uppgifter utifrån mål och syfte, planering och genomförande. För att få svar på våra frågeställningar observerar vi tre matematiklektioner med öppna uppgifter samt intervjuar de tre matematiklärare som leder dessa matematiklektioner.

Under intervjuerna framkommer det att lärarna planerar lektionen så att alla elever ska kunna vara med. Öppna uppgifter ska ha en ingång så att alla kan förstå uppgiften. Det ska även finnas stödfrågor för de elever som behöver det och utmaningar till de elever som behöver det. Två av lärarna anser dock att elever med för få förkunskaper inte ska vara med och arbeta med öppna uppgifter. Den tredje läraren menar att de elever som behöver struktur inte vill arbeta med öppna uppgifter.

Vi anser att öppna uppgifter inte inkluderar alla elever, men de inkluderar fler elever än vad traditionell undervisning i bok gör. Arbete med öppna uppgifter gör eleverna engagerade på ett helt annat sätt. Det blir en aktiv diskussion mellan elever när de arbetar med öppna uppgifter.

Källförteckning

Boaler, Jo (1993). *The role of contexts in mathematics classrooms: Do they make mathematics more "real"?* For the learning of mathematics 13, pp. 12-17. Vancouver, British Colombia, Canada

Boaler, Jo (1998). *Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings.* Journal for Research in Mathematics Education, vol. 29, No 1, pp. 41-62

Clark, Catherine, Dyson, Alan & Millvard, Alan (Red.) (1998). *Theorising special education*. London : Routledge

Cobb, P., & Hodge, L. L. (2007). Culture, identity, and equity in the mathematics classroom. In N. S. Nasir & P. Cobb (Eds.), *Diversity, equity, and access to mathematical ideas* (pp. 159-171). New York: Teachers College Press.

Cobb, Paul & McClain, Kay (1999). *Supporting teachers' learning in social and institutional contexts.* Proceedings of the 1999 International Conference on Mathematics Teacher Education, pp. 7-77. Tapei.

Emanuelsson, Ingemar, Persson, Bengt & Rosenqvist, Jerry (2001). *Forskning inom det specialpedagogiska området: en kunskapsöversikt.* Stockholm: Skolverket

Etiska forskningsrådet (2009). [elektronisk] Tillgänglig: http://www.codex.vr.se/forskarensetik.shtml [läst 2009-12-12]

Högskolan Kristianstad (2009). [elektronisk] Tillgänglig: http://www.hkr.se/templates/ programmePagePrint.aspx? programkod =SPECY&version=&language=sv&print=0 [läst 2009-12-05]

Killén, Kari (2008). *Professionell utveckling och handledning- ett yrkesövergripande perspektiv.* 1 uppl. Lund : Studentlitteratur

Lilburn, Pat & Sullivan, Peter (2002). *Good Questions for Math Teaching – Why ask them and what to ask.* Australia : Oxford University Press

Littlejohn, Andrew & Hicks, Diana (2010). [elektronisk] Hemsida Tillgänglig: www.cambridge.org/elt /ces/methodology/ openendedtasks.htm [läst 2010-02-08]

Lärarförbundet (2005). *Specialpedagogiskt stöd – för allas rätt till en bra utbildning.* Tillgänglig: www.lararforbundet.se [läst 2009-12-02]

Magne, Olof (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan.* Lund : Studentlitteratur

Mason, John (2002). *Researching your own practice: the discipline of noticing.* London

May, Tim (2001). *Samhällsvetenskaplig forskning* Lund: Studentlitteratur

Nilholm, Claes (2006). *Inkludering av elever "i behov av särskilt stöd"- Vad betyder det och vad vet vi?* Forskning i fokus nr 28, Myndigheten för skolutveckling.

Rosenqvist, Jerry (2009). Muntlig källa: Föreläsning 2009-11-26

Rossman, Gretchen B. & Rallis, Sharon F. (2003). *Learning in the field- An Introduction to Qualitative Research.* 2 uppl. Thousand Oaks, Calif. : Sage

Saloviita, Timo (2003). *En skola öppen för alla- elever med särskilda behov inom allmänundervisningens ram.* Vasa : Lärum-förlaget

Sjöberg, Gunnar (2006). *Om det inte är dyskalkyli – Vad är det då? En multimetodstudie av elever i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv.* Umeå universitet

Skidmore, David (2004). *Inclusion: the dynamic of school development.* Maidenhead : Open University Press

Skolverket (2003a). *Nationella utvärderingen av grunskolan 2003 – Huvudrapport – svenska/svenska som andraspråk, engelska, matematik och undersökningen i årskurs 5.* [elektronisk] Tillgänglig: www.itis.gov.se/publikationer?id=1387 [läst 2009-12-10]

Skolverket (2003b). TIMSS. [elektronisk] Tillgänglig: http://www.skolverket.se/sb/d/2573/a/18423;jsessionid=30F22 8750A8BB92CB0D7B4BDD6 [läst 2009-12-10]

Skolverket (2003c). *Beskrivande data om barnomsorg, skola och vuxenutbildning 2003.* Skolverkets rapport nr. 236. Stockholm: Liber Distribution

Skolverket (2008). *Särskilt stöd i skolan- En sammanställning av senare års forskning och utvärdering.*

Skolverket (2009a), Grundskoleförordningen. Tillgänglig: http://www.skolverket.se/sb/d/155/a/1032 [läst 2009-12-02]

Skolverket (2009b). *Matematiksatsningen 2009* [elektronisk] Tillgänglig: http://www.skolverket.se/s b/d/2967 [läst 2010-01-03]

Skolverket (2010), Lpo 94 (1998). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet*. [elektronisk] Tillgänglig: http://www.skolverket.se/sb/d/468 [läst 2010-01-04]

Sullivan, Peter, Mousley, Judy & Zevenbergen, Robyn (2004). *Describing elements of mathematics lessons that accommodate diversity in student background.* PME 28, Vol. 4 pp 257-264

Sullivan, Peter, Mousley, Judy & Zevenbergen, Robyn (2005). *Increasing access to mathematical thinking.* MSOR (Mathematics, Statistics and Operational Research) Connections Nov 2005 Vol 5 No 4

Sullivan, Peter, Mousley, Judy & Zevenbergen, Robyn (2006). *Teacher actions to maximize mathematics learning opportunites in heterogeneous classrooms*. International Journal of Science and Mathematics Education, Vol. 4 pp 117-143

Svenska Unescorådet (2001). *Salamancadeklarationen och handlingsram för undervisning av elever med behov av särskilt stöd.* Svenska Unescorådets skriftserie 2001:1

Taflin, Eva (2007). *Matematikproblem i skolan- För att skapa tillfällen till lärande.* Doctoral Dissertation. Umeå University

Tideman, Magnus & Rosenqvist, Jerry (2000). *Normalisering och kategorisering: om handikappideologi och välfärdspolitik i teori och praktik.* Lund : Studentlitteratur

Unenge, Jan, Sandahl, Anita & Wyndhamn, Jan (1994). *Lära matematik: Om grundskolans matematikundervisning.* Lund: Studentlitteratur

Williams, Doug (2010). [elektronisk] Tillgänglig: http://www.blackdouglas.com.au/ [läst 2010-04-05]

Bilaga A

Brev till respondenter:

Hej xxx,

Vi är två studenter som läser sista året på det specialpedagogiska programmet vid Högskolan Kristianstad. Under vårterminen skriver vi vårt examensarbete. I arbetet kommer tre till fem lärare, som arbetar med öppna frågor i matematik, att deltaga. För varje lärare innebär det att vi kommer att vara med på en lektion för att göra observationer samt göra en intervju.

Vår fråga är om du vill deltaga i vår undersökning.

Vi är intresserade av att lära oss mer om öppna uppgifter i matematik med inkluderingstanken i bakgrunden. Ingemar Holgersson är vår handledare i detta projekt och han rekommenderade dig för oss.

Din medverkan kommer att vara en intervju som varar mellan en- till en och en halv timme. Intervjun kommer att spelas in på band. Innan intervjun skulle vi vilja observera en av dina matematiklektioner. Inga individuella elever kommer hamna i fokus.

Allas identitet kommer skyddas genom att vi använder fingerade namn. Ni kan bli citerade, men ert namn kommer ändå inte vara med i den färdiga uppsatsen.

Vi uppskattar ditt deltagande och den tid vi tar i anspråk. Hoppas du vill hjälpa oss att undersöka öppna uppgifters potential till inkludering i matematik. Vänligen svara på vårt erbjudande. Vid eventuella frågor hör av dig till oss eller till xxx.

Med vänliga hälsningar

Bilaga B

Intervjufrågor:

Utbildning? Undervisningsår? Undervisningsgrupp?

Vad är mål och syfte? Matematiskt? Inkludering (klimatet)? (Vad hade du planerat?)

Hur tycker du att det gick? Är det en typisk lektion? (Brukar det vara såhär?)

Vad var det bästa med den här lektionen?

Om du gjorde om den här uppgiften, hur skulle du göra då?

På vilket sätt var alla elevedr delaktiga (inkluderade)?

Oavsett om du anser at alla elever var delaktiga eller ej, hur tror du att det matematiska kunnandet har utvecklats hos eleverna under lektionen?

Vad är öppna uppgifter för dig?

Varför började du jobba med öppna uppgifter?

Vad gör du för att hitta öppna uppgifter?

Hur tycker du att det går att följa elevernas matematiska lärande?

Passar uppgifterna alla elever? De som blir klara, extrauppgifter?

De som har svårt att komma igång, hur göra med dem?

Bilaga C

Observationsprotokoll:

Vilken var den matematiska uppgiften?

Förstår eleverna arbetsprocessen och målet?

Har läraren en tydlig pedagogik?

Hur agerar läraren för att få med alla elever?

Är uppgiften öppen?

Passar uppgiften alla?

Vilka hjälpmedel finns tillgängliga?

Är det en positiv inlärningsmiljö?

Hur förhåller sig läraren till eleverna?

Hur förhåller eleverna sig till varandra?