HÖGSKOLAN
KRISTIANSTAD

EXAMENSARBETE

Våren 2010

Magisterexamen – Inriktning mot matematikdidaktik

Kan abstrakt matematik engagera samhällsvetare?

”I affären behövs inte ekvationssystem när man ska köpa köttfärs”

Författare

Margareta Wahlgren

Handledare

Ingemar Holgersson

www.hkr.se

Kan abstrakt matematik engagera samhällsvetare?

Abstract

Kursen Matematik B är gemensam för alla program på gymnasieskolan idag. Knappt 40% av eleverna på samhällsprogrammet fick IG på det nationella provet läsåret 08/09. Jag försöker i min undersökning hitta svar på varför så många av samhällseleverna misslyckas med kursen. Undersökning visar att dessa elever har ett stort behov av att arbeta med verklighetsanknutna uppgifter. Den abstrakta matematiken i Matematik B upplevs av många som svår och meningslös.

Under den kvalitativa delen av undersökningen har jag observerat elever när de tillsammans har arbetat med att översätta en konkret situation i en kontext till ett abstrakt matematiskt uttryck. Resultatet av undersökningen visade att elever som arbetade tillsammans ökade både sitt engagemang och sin förmåga att lösa uppgifter. Oberoende av om de hade ett avancerat matematiskt språk att kommunicera med eller om de använde ett enkelt språk lyckades de med sin uppgift i högre grad när deras samtal flöt ledigt under tiden de samarbetade. Intervjuerna jag genomförde visade elevernas pragmatiska inställning till matematikstudierna, de arbetar för att klara sina prov och få bra betyg, inte för att utveckla sin kunskap eller sin logiska förmåga.

I diskussionen tar jag upp behovet av att göra matematiken mer angelägen för samhällselever, både med avseende på kursens innehåll och vilka arbetsmetoder som bör utvecklas.

Ämnesord:

Begreppsförståelse, abstrakt matematik, modellering, matematiskt språk, matematiskt självförtroende, samarbete, engagemang

INNEHÅLL

1. Syfte

I min undersökning har jag försökt förstå vad som kan få elever på samhällsprogrammet på gymnasiet att engagera sig i matematik. Jag har studerat en situation där deras förmåga att samarbeta lyfts fram och försökt tolka hur samarbetet påverkar deras arbetsinsats och engagemang. Förmågan att samarbeta är beroende av flera faktorer och jag har fokuserat på elevernas matematiska språk och matematiska självförtroende. Uppgiften de arbetade med under studien, en modelleringsuppgift, ger mig även möjlighet att studera elevernas förmåga att översätta verkligheten till ett abstrakt matematiskt uttryck och lösa och tolka detta.

2. Bakgrund till studien

Idag undervisar jag 70 elever på Samhällsprogrammets årskurs två i Matematik B. Kursen skiljer sig en hel del från grundskolematematiken och även från Matematik A. Abstraktionsnivån är högre än tidigare, flera nya begrepp införs under kursen och det krävs i allt högre grad att eleverna ska kunna använda ett formellt språk. Vardagsmatematiken blir formaliserad. Elevernas sätt att ta itu med dessa nya svårigheter varierar. Ett antal elever arbetar aktivt och engagerat, andra använder en mer passiv inlärningsmetod för att försöka lära sig ett antal användbara mallar och ett alldeles för stort antal elever tappar intresse och engagemang, de ger upp.

3. Tidigare forskning

Människan föds med få färdigheter men med en mycket stor potential för inlärning. Den schweiziske biologen Jean Piagets (1896–1980) forskning och analys av barns utveckling ligger till grund för den konstruktivistiska synen på utveckling och lärande som genomsyrar vår skola idag (Maltén 2002). Piaget beskriver fyra stadier som barnet genomgår under sin utveckling, alla stadier måste passeras, men det sker vid olika ålder beroende på det enskilda barnets mognad. Under det första stadiet (mellan 0 och ca 2 år) utvecklar barnet en förmåga att förstå att ett föremål kan finnas fast det inte syns, en inre representation skapas. I slutet av det andra stadiet (ca 2–6 år) ordnar och klassificerar barnen gärna sin omgivning. Antalet godisbitar i godispåsen räknas och kan delas i olika högar. Under det tredje stadiet (ca 6–11 år) börjar barnet utveckla abstrakta begrepp, dock under förutsättning att de är knutna till ett konkret föremål. Under det sista stadiet (ca 11–15 år) blir barnet oberoende av den konkreta verkligheten och är moget nog att tänka abstrakt. Piaget ansåg att barnens egna erfarenheter är viktiga för deras möjligheter att utveckla kunskap, och att all inlärning sker adaptivt d.v.s. i interaktion med omgivningen (Engström 1997). En dialog är alltså nödvändig för att eleverna ska kunna strukturera och utveckla sina tankar. Under hela utvecklingen drivs barnet av en egen inre motivation, tillfredställelsen i att i ökande grad förstå och behärska sin omgivning.

Ejersbo och Misfeldt (2009) tar upp ett neurologiskt, evolutionärt perspektiv på matematik-inlärning. De hänvisar till Leron (2003) som delar in det matematiska tänkandet i tre nivåer: de rudimentära räknefärdigheterna, den informella matematiska tankegången och den formella matematiska tankegången. De rudimentära räknefärdigheterna är medfödda (hjässloben) medan den informella matematiska tankegången och den formella matematiska tankegången behöver läras in. De rudimentära färdigheterna ger en förmåga att se och förstå upp till fyra föremål utan att räkna dem. De informella tankegångarna lärs mestadels in i en kontext med den lärandes referensram som begränsning. Den tredje nivån, den formella matematiska tankegången, kräver att eleven kan använda ett formellt ämnesspråk. Tankeprocesserna övergår från konkreta till abstrakta, det behövs inte längre en kontext när ett problem eller en uppgift ska diskuteras och lösas. Vardagsföreställningarna är inte längre till hjälp utan kan snarare ses som ett hinder eftersom de kan vara oprecisa till sin natur. Det sker en flytande övergång mellan den informella och den formella matematiken och båda kräver att eleven har tillgång till det matematiska symbolspråket. Ejersbo & Misfeldt anser att grundskolematematiken baserar sig på informella tankegångar och på ett vardagsspråk med många metaforer.

Ejersbo och Misfeldt hänvisar till Stanovich och West när de delar in hjärnans processer i två olika system: automatiserade tankegångar (S1) och analytiska tankegångar (S2). S1-tankegångar är snabba, intuitiva och kontextberoende och leder fram till vardagsföreställningar som sällan är vetenskapligt förankrade utan ”känns” rätt. De bygger inte på akademisk logik utan har enkla, inte bevisade, förklaringar. S1-tankegångarna startas av associationer och minnen och ger ingen förmåga till reflektion. Elever som letar enstaka nyckelord i en uppgift för att kunna lösa den efter en färdig mall använder den här typen av automatiserade tankegångar. De snabba processerna har fördelen att de gör oss driftsäkra med minsta möjliga åtgång av energi.

S2-tankegångar tar vid när de automatiserade S1-tankegångarna inte är aktiva. De är långsamma processer för eftertanke och reflektion. S2-tankegångarna ger oss möjlighet att analysera och generalisera vår tillvaro, de är kontextoberoende och medvetna processer som ger oss en förmåga att bygga abstrakta modeller.

Matematikdelegationen (2004) fastställer att skolans uppgift är att bl.a. träna eleverna att utveckla ett logiskt och reflekterande sätt att tänka. En matematisk begreppsvärld ska byggas upp och studierna ska leda eleverna från det konkreta till det abstrakta, från verklighet till en modell av verkligheten. Denna utveckling kräver ett medvetet och engagerat arbete av eleverna vilket förutsätter att skolan lyckas behålla barnens och ungdomarnas intresse upp genom skolans årskurser.

Enligt den undersökning som genomfördes på uppdrag av Myndigheten för Skolutveckling (2003) så ligger matematik, fysik och kemi i botten vad gäller elevernas intresse i grundskolans årskurs 9. Kunskapsmässigt har eleverna tappat mest i matematik, kemi och svenska sedan den förra utvärderingen som gjordes år 1992.

I den internationella studien TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) har matematikkunskaper jämförts mellan länder och över tid. I en jämförelse mellan de undersökningar som gjordes 1995 och 2008 är svenska elever, i årskurs 8, bland dem som försämrats mest av de 59 länder som deltar i studien. Sverige ligger nu på 15:e plats och hamnar under genomsnittet bland de EU/OECD länder som deltar. Detta bedömer Skolverket som mycket oroväckande (Skolverket 2009).

Varför har då matematiken en så svag position bland våra elever? I ”Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens” kommer Matematikdelegationen (2004) med en egen teori:

> *Ämnets roll som sorteringsinstrument kan vara en förklaring till ungdomars blockeringar och ångest. När de blir vuxna tar sig dessa negativa attityder ibland uttryck i bristande självförtroende, självcensur vad gäller vuxenstudier och skrinlagda framtidsdrömmar.*

Konsekvenserna av elevernas dalande matematikkunskaper drabbar både enskilda personer och samhället som helhet enligt Mouwitz (2004). Han anser att det är ett problem för vårt samhälle om den uppväxande befolkningen har dåliga matematikkunskaper. Ett demokratiskt samhälle kräver att medborgarna kan hantera sin privata ekonomi och även att vi alla kan förstå den statistik som beskriver och analyserar vår tillvaro. I samma rapport poängteras också samhällets stora behov av samhällsarkitekter som kan arbeta med datorer och göra modeller som kräver ett bra matematiskt kunnande. Vårt högteknologiska och utvecklingsberoende samhälle kräver också goda matematiker.

3.1 Tidigare forskning om kommunikation

Skolverket (2009) konstaterar att bristen på samtal i matematikundervisningen gör att elevernas begreppskunskap minskar vilket begränsar deras möjlighet att utveckla sitt matematiska språk. Skolverket ser ökningen av enskilt arbete i matematikundervisningen som en av flera möjliga förklaringar till varför eleverna har sämre matematikkunskaper nu än på 1992 då en tidigare nationell utvärdering gjordes. I undersökningen från Myndigheten för Skolutveckling (2003), framkom att 79 % av eleverna och 68 % av lärarna ansåg att eleverna arbetade enskilt med läromedlen ”varje lektion eller de flesta lektionerna”.

Myndigheten för skolutveckling (2004) konstaterar också att för stort fokus på individualiserade arbetsuppgifter kan göra att elever arbetar mindre tillsammans och då går miste om möjligheten att ta vara på gruppens betydelse för lärandet. Malmer (2002) och Holden (2001) är eniga om vinsten med att arbeta i grupp. Den elev som får förklara ett problem för sin arbetskamrat får struktur på sina egna tankar och lösningar och ser tydligt dess fördelar eller brister. Vinterek (2006) hävdar att enskilt arbete gör att eleverna får för få matematiska utmaningar och därför kan minska elevernas engagemang. Hon hävdar också att elevernas resultat förbättras vid ökad kommunikation med läraren.

Eriksson (2000) betonar vikten av närhet mellan exemplifiering och begrepp under begreppsbildningen hos eleven. Att arbeta med konkret material och att variera exemplen ökar möjligheterna för eleverna att förstå de nya begreppen. Eriksson betonar också vikten av att eleverna arbetar tillsammans så att de tvingas använda språket och använda sig av de nya begreppen i en kontext de finner bekväm och förståelig. Eriksson pekar också på risken med att bli för praktisk i undervisningen så att den teoretiska delen av matematiken sätts på undantag. Elever upplever ofta abstraktionen och generaliseringen av det konkreta som arbetsamt och besvärligt, men att därför undvika dessa delar anser Eriksson ge sämre tillgång till goda matematiker och därför en sämre framtidsberedskap för samhället.

Både Malmer (2002) och Löwing (2004) betonar betydelsen av att använda ett matematiskt språk, med matematiska begrepp, tidigt i undervisningen. Begreppen ger eleverna de redskap de behöver för att kunna tänka och prata om matematik. Om man introducerar begreppen tidigt får eleverna tid på sig att bli förtroliga med dem och vågar använda dem. Ökad träning att samtala och använda begreppen på rätt sätt ger, enligt Malmer, den förståelse och det självförtroende som behövs för att våga och vilja fortsätta arbeta med matematiken.

Olteanu (2007) har i sin studie om andragradsekvationer tryckt på att lärarnas olika metoder ger olika möjlighet för eleverna att lära sig de olika begreppen. Hon konstaterar att det är konvergenta variationer av samma tema som ger elever störst chans att utveckla sitt lärande. Det innebär att läraren hjälper elever bäst genom att hitta de ”kritiska aspekterna” av det avsnitt som ska läras in och hitta variationer på dessa kritiska delar för att sedan kunna relatera de olika variationerna till ett sammanhang. Det ger elever möjlighet att se skillnader mellan olika tolkningar och därför själva kunna välja den tolkning som är användbar i en situation. Många variationer på samma tema ger också eleven större möjlighet att göra generaliseringar. Därför är olika kontexter viktiga. Oltenau tar också upp behovet av att kunna använda matematikens symbolspråk. För att kunna generalisera är det nödvändigt att kunna använda symboler. Oltenau tar också upp det problematiska i att innebörden av ett matematiskt begrepp ibland skiljer sig från motsvarande vardagsbegrepps betydelse vilket kan förvirra elever när de ska utveckla ett formellt språk.

Löwing (2004) har också hittat brister i kommunikationen mellan elever och lärare, hon konstaterar att många missförstånd uppstår om lärarna undviker att använda matematiska begrepp när de pratar med sin klass. Eleverna får då också ett mycket torftigt matematiskt språk. Elevernas bristande begreppsförståelse gör även att de hade svårigheter att tolka lärobokens text. Löwing och Kilborn (2008) konstaterar att det undervisande språket i matematik grundar sig på ett vardagsspråk men att det också innehåller många speciella ord och uttryck som har en annan betydelse och precision inom matematiken än vad de har i vardagen. Matematiken innehåller också ett symbolspråk som eleven ska kunna hantera enligt givna regler där de matematiska tecknen symboliserar olika begrepp. Löwing och Kilborn (2008) anser att läraren ska bygga en bro mellan vardagliga händelser och en matematiskt byggd modell av densamma. De menar att det krävs en speciell ”kod” för att kunna uttrycka sig med matematisk precision och att det är lärarens uppgift att se till att eleverna behärskar denna kod för att de ska kunna föra ett matematiskt resonemang. Mouwitz (2004) konstaterar att det matematiska språket är ett internationellt, tydligt symbolspråk som används av miljoner människor, men det är alldeles obegripligt för dem som inte kan språket och stänger ute de människor som inte anammat detta symbolspråk. Löwing och Kilborn konstaterar att lärarnas matematiskt professionella språk har försämrats sedan 1970-talet och utan professionell ledning är det svårt för eleverna att koppla samman symbolerna och de begrepp de representerar.

Lev Vygotskij hävdar att språket är en förutsättning för att tanken ska kunna utvecklas (Maltén 2002). Vygotskij anser att språket utvecklas under kognitiv interaktion med omvärlden. Det för med sig att barn utvecklar sitt språk efter hur omgivningen hanterar språket och att det därför är viktigt med goda språkliga förebilder och en god ”språkmiljö”.

Vygotskij anser att en av lärarens viktigaste uppgifter är att vara samtalspartner med eleven, att utveckla en dialog. Dialogen bör vara varierad eftersom en stor diversitet i representationer ger elever större möjlighet till associativa kopplingar och kan därför förbättra deras möjlighet att minnas nya strukturer.

3.2 Tidigare forskning om modelleringskompetens

Ole Björkqvist (2001) beskriver matematisk modellering som en process där utgångspunkten är ett problem i en kontext som eleven inte upplever som skolmatematik. Först får eleven arbeta med att förstå vad det är för problem som ska lösas och sedan hitta en avgränsad del som kan förklaras eller förändras, där en matematisk bearbetning kan vara en hjälp. Uppgiften matematiseras, d.v.s. problemet eller en del av problemet översätts till matematiska begrepp och då finns en matematisk modell, till exempel en ekvation, av situationen. Inom den skapade modellen kan sedan uppgiften bearbetas enligt matematiska regler, ekvationen som ställdes upp kan lösas. Lösningen tolkas och överförs sedan till den ursprungliga situationen, kontexten, och slutsatserna överförs till det ursprungliga problemet. Till sist görs en validering av modellens funktionsduglighet, modellen accepteras eller förkastas.

Löwing och Kilborn (2008) anser att modelleringen är en mycket viktig del av matematik-undervisningen. När läraren ska gå mellan den konkreta bilden, vardagen, till det abstrakta matematiska uttrycket krävs en syntes av de två språkbruken, det vardagliga och det matematiska. Här är matematiken en del av samhället och elevens vanliga tillvaro och de problem som uppstår i verkligheten kan lösas matematiskt.

Wistedt (2001) framhåller elevers svårighet med att lämna den vardagskunskap de byggt upp genom egna erfarenheter och i stället ta till sig den teoretiska skolkunskapen. Det är besvärligt att röra sig från den konkreta verkligheten till teoretiska modeller av verkligheten. Enligt den konstruktivistiska tanken måste alla själva bygga sin nya kunskap och om eleven lämnas för mycket ensam i sin kunskapsutveckling finns en stor risk att han eller hon förvränger den nya ämneskunskapen så den passar bättre in i den tidigare vardagskunskapen. Läraren behövs för att styra processen, att stödja sina elever med samtal och diskussioner kring matematiska begrepp och teorier bl.a. för att förhindra felaktig inlärning. Läraren måste också hjälpa eleven hitta frågor med matematisk relevans i det vardagliga.

Wistedt (2001) poängterar också att elevernas vilja att anpassa sig efter skolans krav och lösa de uppgifter de får kan få konsekvensen att de söker färdiga mallar att arbeta efter och därför inte tänker själva. Eleverna behöver då ingen förståelse för problemet eller hur det ska lösas utan arbetar mekaniskt, imitativt. Risken finns att eleverna då hanterar matematiken utan att reflektera eller kommunicera med varandra och kommer då inte att utveckla ett språk för matematiska samtal. Wistedt konstaterar att konsekvensen av detta bli att elevens ”personliga handlingsrum snävas in”.

Bergqvist, Lithner och Sumpter (2008) vid Umeå Universitet, har undersökt underpresterande elevers svårigheter att resonera matematiskt. De drog slutsatsen att eleverna sällan försöker lösa uppgifter de får i skolmatematiken med matematiskt resonemang utan använde vardagskunskap, baserad på egna erfarenheter i stället. Många elever fokuserar på ytliga egenskaper i en uppgift, de söker nyckelord snarare än att försöka förstå ett sammanhang och använder resonemang s0om kräver memorering av olika strategier i stället för att använda uppgifter som är relevanta för att själva hitta ett sätt att lösa uppgiften. Även i gymnasieskolan har eleverna liknande strategier.

3.3 Tidigare forskning om motivation

I gårdagens modernistiska samhälle ställdes krav uppifrån på elever skulle åstadkomma goda prestationer i skolan (Ziehe 2002). I dagens postmoderna samhälle är synsättet kontextuellt och relationellt, eleverna har en större individuell frihet och kraven uppifrån har bytts mot ett ökande krav på eleven att själv ha förmåga och motivation att planera sina studier.

Motivation och engagemang är starkt förknippade med elevens självförtroende. Malmer (2002) poängterar hur viktigt det är för eleven att känna sig trygg i undervisningssituationen. Hon trycker på elevernas behov av att pröva sitt tankesätt, att våga misslyckas med att lösa uppgifter och ändå ha kvar sin självkänsla. Malmer trycker också på att processen kräver tid för diskussioner och reflektioner och ett lugnt arbetsklimat. Holden (2001) trycker på hur viktigt det är att läraren själv är engagerad och intresserad av undervisningen och av matematikämnet för att kunna få eleverna att engagera sig.

Peter Gärdenfors (2010) anser att det är viktigt att skilja på inre och yttre motivation. Den inre motivationen växer av känslan att lyckas, medan den yttre motivationen får sin belöning av något som inte är direkt kopplat till uppgiften men som är viktig ändå. Han anser att skolan ofta använder en yttre motivation, i form av prov och betyg, för att få eleverna att arbeta. Gärdenfors menar att en inre motivation skulle kunna öka om eleverna kunde känns stolthet över sina resultat, det skulle öka känslan av att kunna agera självständigt och också öka nyfikenheten och engagemanget över uppgiften de arbetar med.

Jesper Boesen (2006) konstaterar att elever anpassar sig efter lärarens undervisning för att öka möjligheten att klara lärarens prov och få bra betyg. Därför är också provens uppbyggnad viktigt för elevernas inlärningsstrategier. Boesen tar upp att de nationella proven skiljer sig från lärarkonstruerade prov bl.a. genom att de testar alla sex delkompetenser (problem-lösningskompetens, algoritmkompetens, begreppskompetens, modelleringskompetens, resonemangskompetens och kommunikationskompetens) som Arbetsgruppen för nationella prov vid Institutionen för beteendevetenskapliga mätningar (BVM) vid Umeå Universitet delat in den matematiska kompetensen i, i tämligen lika utsträckning. Han menar att de lärarkonstruerade proven till stor del testar algoritmkompetensen hos eleverna, de andra kompetenserna utvärderas i liten grad. Om eleverna vet av erfarenhet vilken typ av uppgifter som brukar komma på proven så anpassar de sina studier till provens svårighetsgrad och förlitar sig ofta på memorering av ett imitativt resonemang.

Firsov (2006) har en annan syn på behovet av motivation hos eleverna. Han anser att barn i 15–18 årsåldern oftast är ointresserade av ämnet matematik och att intresset i sig inte är nödvändigt för elevernas framgångar i ämnet. Han anser att elever på gymnasienivå har en pragmatisk inställning till kunskaper och studerar bara det de anser sig ha nytta av i framtiden. Firsov menar att framgångar i studierna kan vara en viktig drivkraft (framförallt hos lite yngre elever, 10–15 års ålder) och förordar därför en differentiering av kurserna så att eleverna kan välja om de vill arbeta med den obligatoriska delen av matematiken eller om de vill nå högre kunskaper.

Boesen (2006) pekar också på problemet med att elevernas intresse för uppgiften ofta tar slut när de nått en lösning. Det viktiga sista steget, valideringen, reflektionen, ses ofta som mindre angeläget, eftersom det inte ger några extrapoäng. Eleverna föredrar minsta möjliga energi- och tidsåtgång framför en reflektion och går då miste om en fördjupning av kunskapen och ett sätt att säkerställa att resultat och engagemang i matematik de räknat rätt. Boesen anser att samtalet mellan elever och lärare kring detta är viktigt, det är utredande och reflektivt och ger också eleven ett tillfälle att använda de matematiska begreppen i sitt sammanhang.

4. Frågeställningar:

- Hur påverkas elevernas resultat och engagemang i matematik av samarbete med andra elever?
- Hur påverkar elevernas matematiska språk deras förmåga att överföra en konkret situation till ett abstrakt uttryck?
- Hur påverkar elevernas syn på sin egen matematiska förmåga deras arbetssätt?
- Vad kan få elever att öka sitt personliga engagemang och sin arbetsinsats i matematik i skolan?

5. Metod

Undersökningen består både av en kvantitativ del och av en kvalitativ del. Den kvantitativa delen består av två prov som genomförts under perioden. Det första provet handlar huvudsakligen om den räta linjen (bilaga 1) och det andra provet behandlar ekvationssystem (bilaga 2).

I min analys av prov 1 använder jag lösningsfrekvenser på uppgift 1 och 2 som indikation på hur väl eleverna hanterar konkreta uppgifter. Uppgift 8 är en modelleringsuppgift och jag använder den i min analys till att visa hur väl eleverna kan översätta ett vardagligt problem till en abstrakt modell och sedan lösa och tolka denna. Lösningsfrekvenserna på uppgifterna 3 t.o.m. 7 visar elevernas förmåga att lösa abstrakta uppgifter. Uppgift 9, där eleverna ska tillverka en egen uppgift, använder jag för att få en indikation på elevernas engagemang och självförtroende i matematik.

Prov 2 innehåller två olika modelleringsuppgifter, uppgift 3 och uppgift 8. Lösningsfrekvenserna på dessa uppgifter tar jag, liksom i prov 1, som en indikation på elevernas förmåga att överföra en text i en kontext till ett abstrakt uttryck och lösa det. Jag gör också en språklig jämförelse mellan modelleringsuppgifterna, eftersom uppgift 8 innehåller ett senare infört begrepp (olikhet) än uppgift 3. På uppgift 9 ska eleverna även denna gång tillverka en egen uppgift och jag ser deras resultat även här som en indikation på självförtroende och engagemang. Övriga uppgifter på prov 2 använder jag för att tolka elevernas förmåga att arbeta med abstrakt matematik.

Elevernas betyg i Matematik A använder jag som bakgrundsinformation när jag beskriver gruppen som varit med i undersökningen för att visa på deras tidigare förvärvade kunskap.

Den kvalitativa delen av undersökningen består av fem observationer och öppna intervjuer. Vid varje observations- och intervjupass har två elever varit med. Under observationen har eleverna fått i uppgift att lösa en uppgift som med fördel kan lösas med ett ekvationssystem, ett avsnitt vi nyligen arbetat med i kursen (bilaga 4). Jag har förhållit mig passiv och lyssnat på elevernas samtal när de arbetar med uppgiften och fokuserat på elevernas engagemang, hur avancerat deras matematiska språk är och hur de arbetar och samarbetar.

Direkt efter observationen har jag intervjuat eleverna. Jag har delat in frågorna i två undersökningsområden.

1. Attityd och självförtroende, där jag ställer frågor kring elevernas syn på matematiken som ämne och även hur de ser på sin egen arbetsinsats och prestation i ämnet d.v.s. hur starkt deras matematiska självförtroende och engagemang är. Jag frågar också vad som motiverar dem att arbeta med matematik.

2. Det andra området under intervjuerna handlar om elevernas begreppsförståelse och matematiska språk. Jag hör om deras inställning till symbolspråket och den abstrakta matematiken, språket på lektionerna och i böckerna, deras egen syn på den egna begreppsförståelsen (intervjumall finns i bilaga 5).

Under intervjun har eleverna fått ett ark med ett antal begrepp tryckta (bilaga 6). De fick uppgiften att markera de begrepp de kunde så bra att de kunde förklara dem. Jag bad inte eleverna förklara begreppen på den tryckta begreppslistan eftersom jag bedömde att det fanns en risk att detta moment skulle bli till ett förhör som kunde ha minskat förtroendet i intervjusituationen. Jag får därför inte ett svar på vilka begrepp eleverna verkligen kan utan mer en bild av deras egen syn på sin kunskap. Deras matematiska språk får jag en bättre bild av genom att lyssna på dem under observationen.

Direkt efter varje intervju har jag skrivit ner de intryck intervjun gjort på mig och mina spontana tolkningar av det som sagts. Efter det har jag skrivit ut och analyserat det inspelade materialet. Analysen har jag fokuserat på de två punkterna ovan, dvs. elevers attityd och kommunikation och även en tredje punkt:

3. Elevernas förmåga att överföra en vardaglig kontext till ett matematiskt uttryck, lösa uppgiften och sedan tolka den matematiska lösningen till ett svar i vardaglig kontext igen, d.v.s. deras modelleringskompetens.

5.1 Statistiska metoder

Deskriptiv statistik redovisas som antal och procenttal för kategorivariabler. Resultat för kontinuerliga variabler redovisas som medelvärden, standardavvikelser och medianvärden. Jämförelser illustreras också i form av lådagram (eng. box-and-whiskers plots). I ett lådagram visar den vänstra väggen av lådan var första kvartilen är belägen och den högra delen av lådan visar tredje kvartilen. Det tjocka strecket i lådan visar var medianvärdet finns. En fjärdedel av alla observationer har ett lägre värde än första kvartilen och tre fjärdedelar av observationerna har ett lägre värde än tredje kvartilen och en fjärdedel har således ett högre värde än tredje kvartilen. Från lådan dras ett streck ut till vänster ner till det lägsta värdet och till höger upp till det högsta värdet i undersökningen. Skulle något eller några enstaka värden ligga längre bort från lådan än 1,5 gånger kvartilavståndet kallas dessa värden för avvikande värden (outliers eller uteliggare) och markeras med en fylld ring. Strecket från lådan dras till det största eller minsta värdet som inte är avvikande. För att bedöma om skillnaden mellan pojkar och flickors resultat är statistiskt säkerställd (signifikant) har t-test utförts. Tillsammans med t-testet redovisas ett så kallat p-värde. Skillnader anses statistiskt säkerställda om p-värdet understiger 0,05 (5 %). Detta innebär att det är mindre än 5 % sannolikhet att den uppmätta skillnaden beror på slumpen.

5. 2 Verifiering

5.2.1 Validitet

Jag använder en av blandad metod med både en kvalitativ och kvantitativ del. Jag anser att mätbara data såsom betyg i Matematik A och lösningsfrekvenser på proven kan en bild av hur gruppen är sammansatt och vilken typ av uppgifter eleverna behärskar. Intervjuerna och observationerna ger mig en möjlighet att se en fördjupad bild av elevernas kommunikations-förmåga och höra deras tankar och idéer.

5.2.2 Reliabilitet

Att skriva ut observationerna och intervjuerna innebar en övergång mellan det talade och det skrivna och var inte oproblematiskt. Jag har försökt vara så trogen det inspelade talet som möjligt och lagt in beteckningar som fniss, skratt, mm för att markera känsloläge och stämning som rådde i gruppen under arbetet för att kunna ta med det i analysen.

Situationen när en lärare intervjuar och observerar elever är ganska bräcklig, eleverna är måna om att göra ett gott intryck och vill visa att de är duktiga. En elev visade detta beroende mycket tydligt under intervjun genom att ofta anknyta till mig (… eller hur, Margareta.., som du lärt oss, och så vidare).

Jag är medveten om att det finns brister i mina intervjuer och att de inte är exakt lika i de olika intervjusituationerna. Jag har arbetat efter en intervjumall men följdfrågorna har skiljt sig åt mellan paren och längden på intervjuerna varierar också. Mina reflektioner och kommentarer kring intervjuer och observationer skiljer sig åt beroende på hur mycket eleverna samtalade med varandra och hur långa och ingående svar de gav under intervjuerna.

Jag har valt att börja de kvalitativa arbetspassen med observationerna och avsluta med intervjuer för att min påverkan på deras arbete under observationen skulle vara så liten som möjligt. När jag redovisar resultaten skriver jag om intervjuerna först och observationen efteråt för att läsaren ska kunna skaffa sig en uppfattning om personerna som deltar i observationerna.

5.2.3 Generaliserbarhet

Jag har använt undersökningen till att försöka teckna en fördjupad bild av mina elevers verklighet för att få en förståelse för deras situation. Jag anser att de bilder som växer fram från resultaten jag fått och mina egna reflektioner som växer fram ur dessa resultat är så pass allmängiltiga att jag kan använda dem i en diskussion även kring andra klasser på det samhällsvetenskapliga programmet även om de inte är generaliserbara att gälla alla grupper.

5.3 Etik

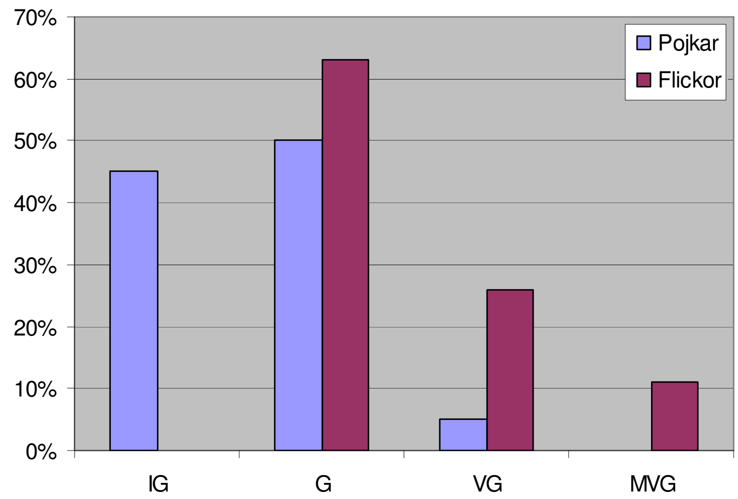
Både min tidigare skolchef och nuvarande skolchef har givit sitt tillstånd till undersökningen. Eleverna och, i de fall eleverna varit omyndiga även deras målsmän, har också givit sitt tillstånd till intervjuerna (bilaga 7). Alla elever är anonyma i undersökningen och även inspelningarna är kodade.

5.4 Beskrivning av gruppen

Eleverna går i årskurs två på samhällsprogrammet. Gruppen består ursprungligen av 70 elever; 32 pojkar (46 %) och 38 flickor (54 %). De elever som varit frånvarande vid stor del av undervisningen och vid båda proven har jag plockat bort från hela undersökningen eftersom det inte givit någon information. Bortfallet är stort, knappt 33 %. Det finns anledning att tro att de elever som rensats bort ur undersökningen hade haft låg lösningsfrekvens på uppgifterna på proven om de deltagit, eftersom deras frånvaro från skolan, och matematiklektionerna, är mycket hög. Vissa elever som är inskrivna på kursen har aldrig varit närvarande på en lektion. Frånvaron i gruppen är ovanligt stor. Ett 15-tal elever ur dessa klasser kommer att ha noll eller bara ett fåtal betyg från årskurs två med sig efter läsårets slut. Kvar i undersökningsgruppen, med minst ett av proven gjorda, var 47 elever av vilka 20 var pojkar (43 %) och 27 flickor (57 %).

Tabell 1 Elevernas betyg i Matematik A från årskurs ett

Betyg	**IG**	**G**	**VG**	**MVG**	**Totalt**
Antal	9	27	8	3	47
Procent	19,1 %	57,4 %	17,0 %	6,4 %	100 %



Figur 1 Elevernas betyg i Matematik A uppdelat på pojkar och flickor.

Det är stor skillnad mellan pojkar och flickors betyg i Matematik A. Knappt hälften av pojkarna, men ingen av flickorna som ingick i undersökningen hade IG på kursen.

5.4.1Kommentar

Lösningsfrekvenserna på proven är låga, på de flesta uppgifterna under 50 %. Diskussionerna i klasserna ligger ofta på G-nivå eftersom det är angeläget att alla kan delta. Ett fåtal gånger har vi kunnat föra mer avancerade diskussioner. Stämningen på lektionerna är positiv.

6. Resultat

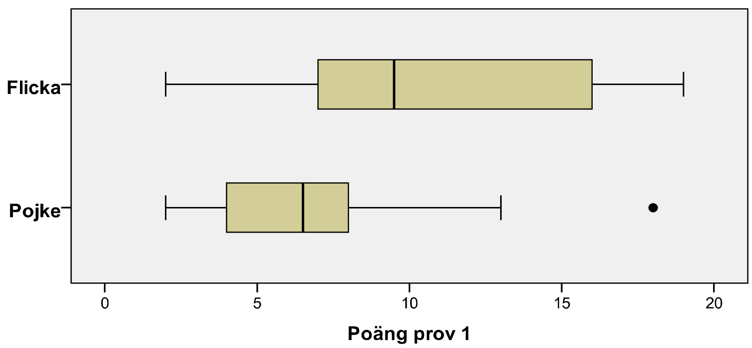
6.1 Resultat från proven

I de kvantitativa resultaten redovisas hur eleverna lyckats på de två prov som ingick i undersökningen. Gruppen är uppdelad i pojkar och flickor (tabell 2) för att få en bild av om det är skillnad mellan pojkar och flickors kunskap om de avsnitt vi arbetat med. För att tydligt visa och kunna jämföra elevernas resultat på de båda proven visas ett lådagram (se statistiska metoder) för varje prov (figur 1 och figur 2). Tabell 2 och tabell 3 visar hur eleverna lyckats med de olika uppgifterna på proven för att ge en mer detaljerad bild av elevernas kunskaper. Prov 1 kan ge maximalt 21 poäng och prov 2 kan ge 18 poäng. Fler elever skrev prov 2 än prov 1 (45 resp. 39).

Tabell 2 Elevernas resultat på prov 1 och 2

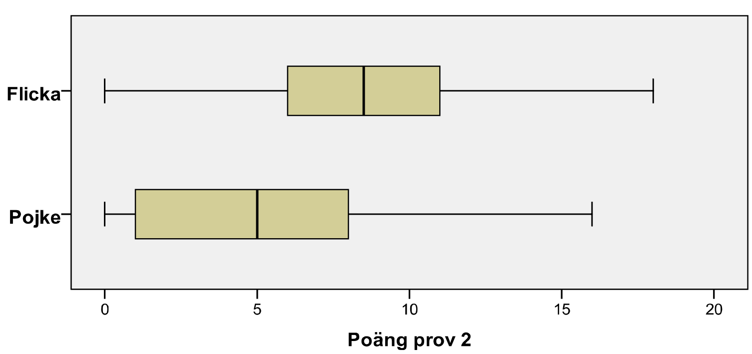
		N	Median	Mean	Std. Deviation	Mini-mum	Maxi-mum
Prov 1	**Flicka**	22	9,5	10,5	5,1	2	19
	Pojke	17	6,5	7,0	4,0	2	18
Prov 2	**Flicka**	26	8,5	8,8	5,1	0	18
	Pojke	19	5,0	5,1	4,3	0	16

Tabell 2 visar elevernas resultat på de två prov som har ingått i undersökningen. Flickorna lyckas bättre än pojkarna på båda proven. Både median och medelvärde sjunker från prov 1 till prov 2.



Figur 2 Elevernas resultat på prov 1 uppdelat på kön

Figur 2 visar resultaten på prov ett. Den första kvartilen hos flickorna sträcker sig mellan 2 och 7 poäng medan den nedre kvartilen hos pojkarna endast sträcker sig mellan 2 och 4 poäng. Flickorna har ett medianvärde på 9,5 poäng och pojkarnas medianvärde ligger på 6,5 poäng. Den övre kvartilen sträcker sig mellan 16 och 19 poäng hos flickorna och mellan 8 och 13,5 poäng hos pojkarna. En av pojkarna har lyckats mycket bra och ligger som en uteliggare på 18 poäng. Flickornas resultat har större spridning än pojkarnas.



Figur 3 Elevernas resultat på prov 2 uppdelat på kön

Figur 3 visar elevernas resultat på prov 2 uppdelat på kön. Även här har flickorna bättre resultat än pojkarna, medianvärdet för flickorna ligger på 8,5 poäng mot pojkarnas 5 poäng. Att notera är att den nedre kvartilen hos pojkarna, alltså resultatet för en fjärdedel av de pojkar som skrev provet, bara sträcker sig mellan 0 och 1 poäng. Spridningen är även här större hos flickorna än hos pojkarna.

Flickorna lyckas bättre än pojkarna på både prov 1 och på prov 2. Skillnaden mellan könen är statistiskt säkerställd med ett *t*-test. Ett *p*-värde på 0,024 på prov 1 och 0,021 på prov 2 innebär att skillnaden mellan flickornas och pojkarnas resultat på proven är statistiskt säkerställd. En utförligare beskrivning av ett *t* – test och *p*-värde finns beskrivet i avsnitt 5.1 statistiska metoder.

Tabell 3 Lösningsfrekvenser på uppgifterna i prov 1. Procentsatserna anger antal poäng på respektive uppgift i förhållande till maximalt antal poäng på uppgiften om alla skrivande elever hade haft full poäng.

Uppgift nr	Uppgiftskategori	Lösnings-frekvens
1	Rita en rät linje utan att göra en värdetabell	68 %
2	Hämta information ur en given graf	69 %
3	Bestämma räta linjens ekvation ur två givna punkter	40 %
4	Lösa ett ekvationssystem grafiskt	35 %
5	Ta fram riktningskoefficienten (svår uppgift)	4 %
6	Som uppg.3 men med negativa tal inblandade	23 %
7	Från två ekvationer i allmän form lösa ett ekvationssystem	21 %
8	Modelleringsuppgift (se nedan)	71 %
9	Tillverka en egen uppgift	24 %

I uppgift 8, modelleringsuppgiften, ska eleverna tillverka en funktion från en kontext och sedan dels beräkna f(x) vid ett givet x och beräkna x vid ett givet f(x). Uppgiften är en överföring från det konkreta till det abstrakta; den uppgiften var lättast för eleverna. Uppgift 2 var den omvända situationen. Eleverna skulle tolka och hämta information ur en given graf, d.v.s. läsa en konkret verklighet ur en abstrakt bild; den uppgiften gick näst bäst. Att rita en rät linje upplevdes också som enkelt, 68 % av möjliga 78 poäng blev elevernas resultat. Uppgift 3 och 6 liknade varandra så när som på att uppgift 6 krävde att eleverna skulle klara av att hantera negativa tal – vilket resulterade i att lösningsfrekvensen nästan halverades. Att endast 21 % av eleverna kunde skriva om en ekvation från allmän form till räta linjens ekvation visar på stora svårigheter i att hantera algebraiska uttryck.

Tabell 4 Lösningsfrekvenser på uppgifterna i prov 1. Procentsatserna anger antal poäng på respektive uppgift i förhållande till maximalt antal poäng på uppgiften om alla skrivande elever hade haft full poäng.

Uppgift nr	Uppgiftskategori	Lösnings-frekvens
1	Lösa en olikhet	48 %
2	Lösa ett ekvationssystem utan kontext	51 %
3	Modelleringsuppgift (se nedan)	62 %
4	Lösa ett ekvationssystem utan kontext, grafiskt	19 %
5	Lösa och tolka en olikhet	26 %
6	Lösa ett ekvationssystem utan kontext	48 %
7	Lösa ett ekv.syst utan kontext som behöver hanteras	48 %
8	Lösa en olikhet i kontext	29 %
9	Tillverka en egen uppgift	32 %

Uppgift 3, modelleringsuppgiften, uppfattades som den lättaste uppgiften på provet. Att lösa ekvationssystem utan kontext (uppgift 4, 6 och 7) var svårare och svårast var att lösa ekvationssystemet grafiskt. Att lösa en olikhet var svårt för eleverna. Att lösa olikheten ur en kontext, uppgift 8, var obetydligt lättare än utan kontext.

Elevernas respons på att tillverka en egen uppgift (uppgift 9) var låg på båda proven men ökade något till det andra provet.

6.1.1 Kommentar

Resultaten av de kvantitativa analyserna visar att elevernas lösningsfrekvens på proven är låg. På det första provet var medelvärdet av lösningsfrekvenserna drygt 39 %, och på det andra provet var medelvärdet av lösningsfrekvenserna drygt 40 %. Den uppgift som hade högst lösningsfrekvens, en modelleringsuppgift löstes av 71 % av de elever som deltog. Resultaten visar också en statistiskt säkerställd skillnad på flickors och pojkars resultat. Modelleringsuppgifterna hade högst lösningsfrekvenser medan de abstrakta uppgifterna hade lägre lösningsfrekvenser. En tredjedel av elevunderlaget faller bort p.g.a. för stor frånvaro från skolan.

Alla elever har vid läsårets start satt upp egna mål för kursen, många av eleverna arbetar för att nå ett G, ett fåtal strävar efter VG eller MVG. I andra ämnen är elevernas egen målsättning betydligt högre. Den stora frånvaron, de dåliga resultaten och den jämförelsevis låga ambitionsnivån bland eleverna gör det viktigt med en kompletterande kvalitativ undersökning för att få en inblick i hur eleverna tänker och arbetar med matematik, vilka deras motiv för att arbeta är och vad de tycker är intressant.

6.2 Resultat från intervjuer och observationer

Under observationer och intervjuer med de fem paren har jag fokuserat på elevernas attityd till matematiken och hur utvecklat deras matematiska språk är. Jag använder betyget i Matematik A och resultaten på proven som bakgrundskunskap om eleverna och hur väl de lyckats på uppgifterna 8 (prov 1) respektive 3 (prov 2) ger en bild av elevernas modelleringsförmåga. Resultaten på uppgift 9 på båda proven, ger mig en bild av om eleverna har tillräckligt matematiskt självförtroende för att tillverka egna uppgifterna.

6.2.1 Par ett: Amanda och Berit.

Amanda G på Ma A			
Prov 1:	VG	Prov 2:	MVG
Uppgift 8	3/3	Uppgift 3	2/2
Uppgift 9	3/3	Uppgift 9	2/2

Amanda anser sig säker på 7 begrepp av 12 och ”nästan säker” på de återstående 5.

Attityd till matematiken

Amanda tycker att matematiken är viktigt i samhället och reflekterar kring vilken kunskap som behövs för att vara ekonom i yrkeslivet. Hon tycker att datorerna gör beräkningar men personen som arbetar med dem måste också själv förstå den matematiska bakgrunden. ”Tänk en revisor som bara skriver in siffror – lite läskigt”. Matematiken måste vara möjlig att koppla till verkligheten. Det är viktigt att ha verklighetsanknutna exempel vid genomgångar.

Amanda vill bara läsa Ma A och Ma B ”eftersom jag inte kommer att använda mer, som det känns nu”.

Amanda är nöjd med sina insatser men vågar inte räcka upp handen på lektionerna – hon känner sig inte duktig nog. Det känns som om alla andra kan. Amanda arbetar aktivt med matematiken. Hon går regelbundet på workshop (WS) för att kunna få hjälp om det behövs. Amanda blir osäker när det är något nytt. Det är tungt att börja på nya avsnitt, det nya måste kunna bindas ihop det med man kunde innan, då blir det roligt. ”I början känns det som man är ute o cyklar. Det känns inte alls bra”.

Det är viktigt att vara duktig. Amanda blir väldigt glad om hon får tillbaka ett prov som gått bra.

Språk

Amanda anser att

> *”det bästa med mattespråket är att det inte bara finns ett sätt att uttrycka något, det känns som om de har uppfunnit språket så att det finns för alla individer – jag behöver se det praktiska och någon kanske behöver de där svåra begreppen för att sätta igång hjärnan o tänka – så det känns som det finns ett för alla.”*

Hon tycker inte att läroboken är bra eftersom ”Böcker förklarar som om jag kan jättemycket och den innehåller konstiga exempel.”

Min reflektion

Amandas har höga krav på sig själv och ett tämligen gott självförtroende. Hennes motiv för att lägga ner arbete på matematiken är att få bra betyg på proven och i kursen. Amanda anser sig kunna alla begrepp mer eller mindre men använder dem sällan i lösningsprocessen utan använder ett enkelt matematiskt språk. Hon klarar av att översätta vardagliga kontexter till matematiska uttryck och kan lösa och tolka dem. Hon är kreativ och tillverkar gärna uppgifter själv.

Berit G på Ma A			
Prov 1:	G	Prov 2:	G
Uppgift 8	3/3	Uppgift 3	0/2
Uppgift 9	1/3	Uppgift 9	0/2

Berit är säker på 3 begrepp och kan nästan 5 begrepp.

Attityd

Berit vill bara läsa Ma A och Ma B nu: ”om det behövs kan man läsa högre sen”. Vad som motiverar henne att arbeta är att få godkänt i matematikkursen.

Berit ser inte någon nytta med att arbeta med abstrakt matematik. ”I affären finns det inte ett ekvationssystem när man ska köpa köttfärs.” (Vi har haft köttfärs och stekpannor i exemplen när vi tillverkade räta linjer – min anmärkning).

Hon använder den slitna frasen ”Jag har alltid haft svårt för matte, jag har aldrig varit duktig, aldrig tyckt det var kul”. Berit lägger inte ner energi på att lära in ny matematik. Hon ger upp när det går dåligt. Går på WS men har svårt att koncentrera sig i skolan. Om en uppgift känns svår när hon arbetar hemma, lämnar hon uppgiften.

> *”Jag skriver ibland ett frågetecken i kanten för att fråga när jag kommer till skolan, men sen frågar jag inte senare. Min bok är full av frågetecken.”*

Berit har tillverkat en uppgift på prov 1, men inte på prov 2. ”Det såg så töntigt ut när jag skrev”. Det är viktigt att vara duktig och Berit känner sig inte duktig i matematik.

Språk

Berit använder ett mycket enkelt matematiskt språk. Hon tycker inte att det är svårt att förstå genomgångar och hjälp på lektioner.

> *”Det kan vara så att man inte förstår, men då brukar du ta det på ett annat sätt; du säger det på ett sätt o sedan på ett annat sätt.”*

Min reflektion

Berit har lågt matematiskt självförtroende. Hon vågar inte vara kreativ och tillverka egna uppgifter av rädsla att uppgifterna är ”töntiga”. Hennes motiv att arbeta med matematik är att klara betyget godkänd på kursen. Hon ser ingen nytta av att kunna mer matematik. Hon klarar att göra en matematisk modell av sin verklighet om vi har arbetat med likartade kontexter innan. Hon använder ett mycket enkelt matematiskt språk.

Observation ett: Amanda och Berit

Arbetet startar med att Amanda ställer en fråga till Berit som svarar med en motfråga. Amanda: ”Tänker du samma som mig att x får bli röda?” Berit: ”Ska vi beräkna priset”?

De överför snabbt texten till matematiska uttryck. Amanda är mest aktiv. Under arbetet samtalar de oavbrutet, inbjuder varandra med frågor och tänker högt. Kommunikationen sker med ett enkelt matematiskt språk ”du tog inte minus”, ”ska man inte ta in x-et också”, ”vi räknar ju alltid ut plussen först.”

Under arbetets gång får Berit problem med att räkna med negativa tal. Amanda förklarar då med hjälp av en tänkt tallinje:

> *”Det är ju närmare något som är negativt o plussar vi så går det närmare nollan – tänk en tallinje. Om du är skyldig mig 10 kr och betalar mig tre så går det ju närmare nollan.”*

Berit är mindre aktiv än Amanda och har ibland svårt att förstå vad som händer, ”vad räknar vi ut nu? X – ja, det var inget…”

Amanda stannar upp en gång medan de arbetar och tänker efter vad de gör. De gör ett räknefel, det svar de får blir inte ett heltal och Berit reagerar på detta ”antagligen blir det jämt (menar att svaret bör bli ett heltal – min kommentar) så om det inte blir jämt så är det fel.”

Amanda bekymrar sig inte över att svaret inte blir ett heltal. De använder en väl inarbetad metod som hon är säker på, så de räknar snabbt och metodiskt men gör ett räknefel vilket resulterar i ett felaktigt, men rimligt, svar. De gör ingen kontroll av sitt resultat och reflekterar inte över svarets rimlighet.

Kommentar

Amanda har större kunskap och självförtroende i matematik än Berit. Hon förklarar gärna när Berit får problem att förstå vad som händer. Deras samtal är fyllt av inbjudande frågor och svar och flyter på under hela observationen och båda engagerar sig i arbetet. Både Amanda och Berit använder ett enkelt matematiskt språk. Att överföra ett problem från verkligheten till ett ekvationssystem klarade de bra och kunde också lösa ekvationssystemet tillsammans. Amanda stannar till en stund under lösningsförloppet och funderar på vad de gör, men ingen av dem kontrollerar eller reflekterar över svaret.

6.2.2 Par två: Cecilia och David

Cecilia G på Ma A			
Prov 1:	G	Prov 2:	IG
Uppgift 8	3/3	Uppgift 3	0/2
Uppgift 9	0/3	Uppgift 9	0/2

Begrepp: Cecilia kryssar för 5 av 12 begrepp

Attityd

Cecilia tycker att mängden arbete man ska lägga ner på sina matematikstudier beror på vad man ska välja att arbeta med senare. Hon ser inte varför hon ska lära sig ekvationssystem. Cecilia vill att matematiken ska vara verklighetsanknuten. Inlärning är lätt och rolig när den är konkret, hon säger ”mamma brukade lära mig, då tog hon fram frukt – det var lättare att förstå”.

Matematik är dock viktigt i samhället, utan tvekan.

Alla inlärningsmoments början upplever Cecilia inte som en utmaning utan starten är bara jobbig och tråkig. Matematik är roligt om man kan det, det var likadant i högstadiet, roligt när man kan och tråkigt när man inte kan. Om Cecilia fastnar på en uppgift försöker hon igen och som sista åtgärd tittar hon i facit och arbetar sedan baklänges för att förstå. Hon blir glad när hon lyckas lösa en uppgift men är inte nöjd med sin nuvarande insats, utan anser att hon jobbar för lite. Cecilia anser att det är svårt att ta egenansvar och vill att läraren ska vara sträng och ge läxor och kontrollera att läxorna blir gjorda. Vad som sporrar henne att arbeta med matematik är att slippa betyget IG.

Cecilia upplever att hon blir duktig i matematik när hon pluggar, men hon går inte på WS utan vill arbeta själv. ”Mamma kan hjälpa till”, Cecilia är stolt över att mamma ”hade MVG i alla mattekurser i skolan”. Cecilia anser sig vara kreativ och skulle kunna göra sista uppgiften om hon har tid. ”Det kan ju ge poäng.”

Språk

Cecilia tycker att begreppen är viktiga att kunna. Hon tycker inte att det är svårt att förstå språket på lektionerna, men hon tycker att läroboken är svårare. Hon tycker att överföring mellan en uppgift i kontext till symbolspråk är lättare än själva hanteringen av det algebraiska uttrycket.

Min reflektion

Cecilia har bra självförtroende och en stabil grund i aritmetik. Hon har en positiv syn på matematik som hon fått med sig hemifrån och hon upplever det enkelt att engagera sig i konkret matematik. Hon har svårare att hitta motivation för att arbeta med abstrakt matematik. Hon lyckas bra när hon lägger ner tid på matematikuppgifterna, men har svårt med egenansvar och stor frånvaro från skolarbetet som helhet.

David G på Ma A	
Prov 1: G Uppgift 8 2/3 Uppgift 9 0/3	Prov 2: G Uppgift 3 2/2 Uppgift 9 0/2

Begrepp: Anser sig kunna förklara 4 av 12 begrepp

Attityd till matematiken

David anser att matematik är viktigt i samhället. En ingenjör behöver mycket matematik men ”på individnivå räcker det med plus och minus”.

För Davids drömyrke krävs bara betyget G i Ma A och Ma B. Antagning till utbildningen görs med hjälp av inträdesprov och David är därför nöjd med att få ett G. Han gör inte läxor, det är tråkigt att traggla matte hemma, inget kan få honom att arbeta med matte om han inte känner att det är alldeles nödvändigt, d.v.s. om han hamnar hotande nära ett IG på kursen. David tycker att logik är roligt, men upplever inte matematiken som logisk. David tyckte om matematiken på högstadiet, läraren arbetade bara med praktiska exempel.

> *”Till exempel, när vi arbetade med skala, fick alla en liten bil och skulle räkna ut hur stor den var i verkligheten.”*

David tycker att det är roligt med verklighetsanknutna uppgifter, konkret arbete är roligt. Abstrakt matematik är inte roligt.

På högstadiet hade han MVG i betyg och i Ma A hamnade betyget på ett dåligt G. David kan inte förstå varför. Om han fastnar på en uppgift så kan han bli mycket frustrerad ”jag vill egentligen kasta pappret i väggen” men försöker igen och arbetar till det blir rätt. David har lätt att överföra vardagsuppgifter till symbolspråk, men har svårt att hantera det algebraiska uttrycket och lösa uppgiften. Han ser ekvationssystem som ett sätt att få reda på två okända siffror men förstår inte varför de är nyttiga eftersom ”de behövs inte i affären.”

David har inte försökt tillverka en egen uppgift men uppgav att han hade kunnat tycka att det var kul.

Språk

David använder ett avancerat språk. Han har angett att han bara behärskar 4/12 begrepp men anstränger sig att använda begreppen väl. Han kommer med idén att språket skulle kunna vara ett eget delsteg i matematikutbildningen

Min reflektion

David har höga krav på sig själv och hans tidigare goda självförtroende har sjunkit på gymnasiet. Han upplever det som frustrerande. David tycker om att arbeta med konkreta uppgifter, för honom är de intressanta, han kallar dem logiska. David har en osäker aritmetisk grund. Han räknar multiplikationstabellen på fingrarna och har stora problem med negativa tal, vilket tar energi och tid från övriga tankar.

Observation två: Cecilia och David

De tar sig an uppgiften med viss nervositet, David tar pennan och börjar skriva. Han pratar snabbt, med korta fragmentariska meningar och utan att ge sig tid till eftertanke. David använder de matematiska begreppen korrekt: ”vi skulle kunna använda additionsmetoden”.

De överför texten till ett matematiskt uttryck och försöker använda additionsmetoden för att lösa uppgiften. De gör fel, lyckas inte eliminera en variabel, och då blir det tyst. Ingen ställer någon fråga, eller startar ett samtal. Efter en stunds tystnad och stillhet frågar jag varför de adderade de två ekvationerna. David svarar att det är för att bli av med något och tillägger ”det går ju inte” och ”negativa tal – det är ju jobbigt”.

Han funderar en stund, kommer igång med arbetet, multiplicerar ett samband med (–2) och då kan de eliminera en variabel genom additionsmetoden. Båda är engagerade och ser ett möjligt sätt att arbeta. De börjar tänka högt och Cecilia bidrar med huvudräkning. Plötsligt ser de lösningen och jobbar snabbt igenom ekvationssystemet under samstämmiga muttranden. De får fram ett svar och räknar högt tillsammans under den avslutande processen. David kommer med en spontan kommentar av glädje ”det var ju roligt”. Cecilia reflekterar över svaret: ” vi testar om det fungerar”.

De kontrollerar sina svar och konstaterar att de har räknat rätt.

Kommentar

Båda eleverna begränsas av sina bristande kunskaper. David är mycket osäker i aritmetik och både Cecilia och David har stora svårigheter när de ska hantera algebraiska uttryck. De var lite osäkra inför varandra och kommunikationen var låg i början av observationen. När de började samtala drev de varandra framåt och kunde lösa uppgiften. Deras arbetsglädje och engagemang var påtaglig under den senare delen av observationen. Cecilia reflekterade över svaret.

6.2.3 Par tre: Emil och Danuta

Intervjun med Emil och Danuta är mycket kortare än intervjun med övriga grupper eftersom de tog så lång tid på sig för att lösa uppgiften under observationen att deras tid tog slut och de måste iväg till nästa lektion.

<table>
<tr><td colspan="2">Emil IG på Ma A</td></tr>
<tr><td>Prov 1: G
Uppgift 8 2/3
Uppgift 9 0/3</td><td>Prov 2: Inte gjort</td></tr>
</table>

Emil kryssade för 11 av 12 begrepp på listan.

Attityd till matematiken

Emil tycker att matematik i skolan är tråkigt. Han säger ”jag har alltid varit dålig i matte och kommer alltid att vara dålig i matte”.

Hans motivation att arbeta med matematiken är främst att klara ett G på proven och i förlängningen att få godkänt i Ma A och Ma B. Emil har inget intresse av att arbeta med abstrakt matematik. Han har svårt att tvinga sig att gå på workshop eller att ta med arbete hem. Emil är själv bekymrad över att han har svårt att associera verkligheten med matematiska uttryck, han kallar matematiken för en ”blind fläck”.

Språk

Emil använder ett enkelt matematiskt språk och när han anstränger sig att använda begreppen är han osäker och de kommer ofta i fel situation.

Min reflektion

Emil har mycket lågt självförtroende i matematik. Han har svårt att minnas aritmetiska mallar och den abstrakta matematiken är svår för honom. Emil ser ingen anledning att använda abstrakt matematik, matematiken i skolan är en börda för honom.

Danuta MVG på Ma A			
Prov 1:	Inte gjort	Prov 2: VG	
		Uppgift 3	2/2
		Uppgift 9	2/2

Danuta anser sig kunna förklara 8 av 12 begrepp.

Attityd

Danuta tycker att matematik är viktigt i samhället. Hon tycker även att det är viktigt för henne själv att vara duktig. Hon motiveras av att få ett MVG på proven och som betyg i Ma B. Hennes matematiska självförtroende är bra. Hon kan arbeta kreativt.

Språk

Danuta behärskar symbolspråket men kan ibland ha problem med de matematiska begreppen på svenska. Danuta har en bra förtrogenhet med aritmetiska mallar och behärskar översättning mellan konkret och abstrakt matematik bra.

Min reflektion

Danuta har ett bra självförtroende och en positiv attityd till matematik. Danuta arbetar självständigt och kreativt men har svårt att kommunicera och samtala och är inte drivande i ett samarbete.

Observation tre

Det är tyst en stund. Emil börjar sedan läsa uppgiften högt och de lyckas efter lång tid och mycket låg frekvens i samtalet, att överföra texten till ett uttryck. Emil ställer frågor men får inga konkreta svar av Danuta och de kommer inte fram till ett sätt att lösa ekvationssystemet. Emil försöker lösa varje ekvation för sig ”minus x på båda sidorna” men kommer ingen vart, och blir frustrerad ”jag har ingen aning om hur man gör”. Det blir tyst en lång stund.

Jag försöker med ett par frågor: Vilken nytta man har av att det är två ekvationer? Varför adderar man ekvationerna?

Danuta svarar att ”man ska få bort x eller y … kan man inte, typ, multiplicera med minus ett, eller minus två”. Emil får svårt att förstå vad han ska skriva. Han ber om hjälp ”vad blir det då … jag hänger inte med”.

Danuta försöker förklara. Hon talar tyst, i korta kommentarer, och hon använder ett enkelt matematiskt språk. Emil skriver. Det blir fel vid flera tillfällen, Emil ursäktar sig ”ska man multiplicera den också (HL i ekvationen, min anmärkning) det visste jag inte” och ”sen blir det 6y + y = 5y. Ska man plussa detta också, oj, Margareta, det är för tidigt för matte”.

Danuta korrigerar kortfattat och lågmält och uppgiften blir rätt löst.

Kommentar

Emil har begränsad kunskap både i aritmetik och i algebra. Hans självförtroende är lågt. Danuta har begränsade kunskaper i svenska och använder ett enkelt matematiskt språk. Deras samarbete fungerade dåligt, de stöttar inte varandra och ställer inga frågor till varandra utan vänder sig till mig under observationen. Jag svarar så ofta det är möjligt med att ställa en motfråga; ”Hur har du tänkt?” och ”Varför har du tänkt göra så?”, men är tvungen att vid två tillfällen svara på Emils frågor och hjälpa till med uppgiften för att arbetet ska gå framåt.

6.2.4 Par fyra: Gabriella och Sabrin

Gabriella VG på Ma A			
Prov 1:	G	Prov 2:	VG
Uppgift 8	3/3	Uppgift 3	2/2
Uppgift 9	0/3	Uppgift 9	½/2

Begrepp: Gabriella kryssade för 10 av 12 begrepp.

Attityd till matematiken

Gabriella tycker att matematik är viktigt att kunna, men man måste kunna använda det som ska läras in. Hon anser att grunderna är viktiga. Hon vill kunna lite mer än att klara sig i en affär till exempel att kunna läsa grafer. I samhället är det viktigt eftersom ”nån måste räkna ut de svåra grejorna”.

Gabriella vill inte lägga kraft på matematiken nu, om det behövs kan hon göra det på universitetet. Hon läser samhällsvetenskaplig linje och anser att om man går ekonomisk linje så är det mer viktigt. Matematik är roligt när man kan. På mellanstadiet var det kul, på högstadiet var det pest, då vågade hon inte räcka upp handen av rädsla att göra bort sig, och nu är det väldigt kul när det går bra.

Gabriella tycker att svårare matematik kan vara kul om det blir ”ingående avancerat”, det kan då bli spännande och ”man känner sig smart”, hon pluggar inte inför prov utan det får ”gå som det går” på proven. Hon anser sig ha kontroll över sina kunskaper kopplat mot hennes behov.

Gabriella lär sig matematik genom att lyssna och hon vill därför ha många muntliga genomgångar på tavlan. Hon går på alla lektioner och även på workshop vid behov. Hon är inställd på att kunna göra läxor hemma, men har ingen hjälp där eftersom ”matten är på så hög nivå att mina föräldrar inte kan hjälpa, mamma missade multiplikationstabellen, och min pojkvän har IG i Ma B”

Gabriella anser det oerhört jobbigt att byta lärare eftersom alla lärare säger olika och man anpassar sig efter sin lärare. De nationella proven känns som ett hot.

Språket

Gabriella anser att det matematiska språket är lätt, hon förstår alltid språket på lektionerna men läroboken kan vara svårare att förstå. Att överföra text till matematiska symboler är lätt, aldrig ett problem. Gabriella tycker om algebra, ”ekvationer är roligt” men ser inte användningen av den här matematiken i vardagen. Hon försökte tillverka egna uppgifter på proven.

Min reflektion

Gabriella har ett gott matematiskt självförtroende, hon har reflekterat över sin inlärningsstil och vet hur hon ska arbeta för att lära sig mer. Hon hanterar aritmetik och algebra bra, och har inga problem att översätta mellan en vardaglig text och ett abstrakt matematiskt uttryck. Hon lär genom att lyssna, lär sig hur läraren arbetar och anpassar sin inlärning efter detta. Gabriella motiveras av betygen men har också en drivkraft i att hon tycker om att kunna matematik. Trots sitt självförtroende och goda kunskaper i matematik har hon få poäng på den ”kreativa” uppgiften.

Sabrin G på Ma A			
Prov 1:	G	Prov 2:	G
Uppgift 8	2/3	Uppgift 3	0/2
Uppgift 9	0/3	Uppgift 9	0/2

Begrepp: Sabrin kryssade för 6 av 12 begrepp.

Attityd

Sabrin anser att matematiken som ”går att använda” är viktigt.

> *”Jag vill kunna överslagsräkning, kiloprisuträkning, lite huvudräkning vad man ska ha tillbaka i affären – det är nog”.*

Sabrin tycker att matematik är viktigt i samhället. Hon berättar om sin pappa som kunde intressera sig för ”hur mycket och hur många” och som gärna diskuterade detta. Sabrin tyckte att matematik var roligt på lågstadiet där hon fick arbeta med konkreta uppgifter. Där var också läromedlen lätta att förstå. Hon beskriver med förtjusning matematikböckerna på lågstadiet, som var fulla med bilder i vackra färger och där uppgifterna var lätta och roliga.

> *”Någonstans gick det från att vara väldigt lätt till att bli väldigt svårt. I sjuan hade jag alla rätt, i åttan nådde jag knappt ett G – jag missade mycket där”*

Sabrin beskriver sin attityd till matematiken: ”jag vill bara kunna det jag måste kunna för att klara proven”. Hon är rädd för nationella prov. Sabrin räknar så många uppgifter som behövs till att få G på proven, och hoppar över uppgifter hon inte kan. Ser en uppgift svår ut så hoppar hon över den. Hon gör inga läxor. ”Jag vill plugga mer men jag orkar inte.”

Språket

Sabrin påstår sig vara beroende av att bara ha en lärare eftersom hon vill ha matematiken förklarad på ”ett sätt”. Det går åt mycket energi och tid till att skapa en ny lärarrelation.

> *”Man måste visa vad man kan och lära sig ett nytt språk – en missad lektion – jag förstår ingenting – jag är inte säker på något.”*

Hon upplever att det matematiska språket är svårt, att det är många ord hon inte kan. Det tar lång tid att lära sig och känns komplicerat. Överföring mellan vardaglig text och matematiskt uttryck känns svårt, hon beskriver:

> *”Jag ser inga samband och förstår inte vad det står, jag har aldrig kunnat förstå. Om det är en samhällsuppgift (i samhällskunskap, min anmärkning) är det lätt, jag kan direkt”.*

Min reflektion

Sabrin är en elev med bra betyg i alla ämnen utom matematik. Hon är frustrerad över detta och har dåligt matematiskt självförtroende. Hon stöter bort matematiken så gott hon kan men motiveras att arbeta av att hon vill ha ett G i betyg. Sabrin anknyter ofta till läraren.

Observation fyra

Stämningen är lite spänd först. De samtalar oavbrutet och bekräftar varandra med uttryck som ”vad smart du är” och ”hjälp mig nu”.

Sabrin tar pennan men vill helst lämna över den till Gabriella, hon vill att Gabriella ska ta tag i arbetet. ”Jag har inte läst uppgiften, du räknar – jag fick bara en poäng på den”, ”jag hänger inte med hur du tänker, men det är säkert bra”.

Gabriella dikterar och förklarar vad hon vill att Sabrin ska skriva. När Sabrin identifierar metoden som additionsmetoden erbjuder Gabriella att de ska använda substitutionsmetoden i stället. Hon byter metod och fortsätter diktera vad Sabrin ska skriva. Efter en stund engagerar sig Sabrin i arbetet och börjar tänka själv ”vänta vad gör du nu – vi har väl minus 6x och 1x det blir väl minus 7x?”

Gabriella svarar, korrigerar och fortsätter diktera arbetet. Sabrin bidrar med ett fåtal beräkningar och frågor under arbetet. När de beräknat värdet på den ena variabeln (x) utbrister hon ”Tadaa – titta, jag klarade det, jag hade fått poäng på matteprovet”.

Lösningen är korrekt. De gör ingen kontroll efter att de räknat färdigt.

Kommentar

Sabrin och Gabriella pratar oavbrutet. De är uppmuntrande och positiva mot varandra men inte jämlika i arbetet. Gabriellas större matematikkunskap gör att hon dominerar arbetet och dikterar för Sabrin vad hon ska skriva. Gabriella klarar att överföra texten till ett uttryck och även att lösa uppgiften. Hon hanterar aritmetiken och algebran utan problem. Sabrin tar få initiativ och finner sig i att bli dikterad av Gabriella. Båda använder flera matematiska begrepp korrekt. Ingen av dem reflekterar över lösningen.

6.2.5 Par fem: Indra och Anders

Indra G på Ma A			
Prov 1:	G	Prov 2:	G
Uppgift 8	3/3	Uppgift 3	2/2
Uppgift 9	0/3	Uppgift 9	0/2

Indra kryssade för 6 av 12 begrepp.

Attityd

Indra tycker att matematiken är viktig i samhället ” ja, att bygga ena bro till exempel, hur hade det varit om inte folk hade vetat det” . Hon tycker att matematik är roligt när man kan det, det är roligare nu än förr. Hon upplever sig inte som väldigt duktig och beskriver sin inställning ”Det är roligt när man får klura ut lite själv och anstränga sig. Jag ger inte upp direkt utan försöker hitta lösningar men jag borde lägga mer tid men går till workshop om det verkligen behövs”. Hon tycker om ekvationer ”för att lösa det okända”, har inte tillverkat någon på ett prov än, men vill göra det i framtiden. ”Det är ett bra sätt att samla poäng och lite trevligt”. Hon tycker om verklighetsbaserade uppgifter, tycker det är roligt med en kontext så uppgiften får en mening.

Indra tycker att läxor är bra, det spelar ingen roll om läraren kontrollerar, ansvaret ligger hos eleven. Hon ser matematik som ett praktiskt ämne och har en praktisk inlärningsfilosofi, att ”vara med på genomgångar är bra och fastnar jag på någon uppgift så frågar jag”.

Språk

Indra tycker att begreppen kan vara svåra att förklara, men att överföring mellan konkret verklighet och abstrakta uttryck är lätt om man läser ordentligt.

Min reflektion

Indra har ett stabilt matematiskt självförtroende. Hon tycker att matematiken ska vara verklighetsanknuten men kan lockas att tycka att abstrakt matematik är spännande. Hon har lätt att ta eget ansvar.

Anders G på Ma A			
Prov 1:	IG	Prov 2:	G
Uppgift 8	0/3	Uppgift 3	0/2
Uppgift 9	0/3	Uppgift 9	0/2

Begrepp: Anders kryssade för 6 av12

Attityd till matematiken

Anders tycker att matematik är viktigt i samhället, men poängterar att för honom själv är ”grundreglerna viktiga”. Hans framtida jobb avgör vad som behöver läras in. Han är inte intresserad av abstrakt matematik. ”Plus o minus viktigast.” Anders arbetar för att få godkänt på proven. Efter ett ”klarat” prov läggs avsnittet åt sidan och han fokuserar på nästa avsnitt.

> *”Vi har redan haft prov på detta, det är på hyllorna nu”.*

Det enda som får honom att ta upp ett tidigare avsnitt är information om att samma typ av uppgifter dyker upp igen på nästa prov. Anders upplever sig aldrig ha varit duktig i matematik, men det var ändå roligare förr när den var lättare att förstå.

> *”Jag kunde jobba själv, nu måste jag be om hjälp hela tiden. Jag frågar läraren direkt, jag försöker lite medan jag väntar, men kommer ingen vart, det är jobbigt att lära nytt hela tiden.”*

Anders tycker om att arbeta i liten grupp där han kan få mer hjälp. Han är mycket osäker på sina kunskaper i matematik, även på aritmetik, och använder miniräknare även till enkla beräkningar. ”Vi har aldrig räknat med minus förut” signalerar en mycket osäker kunskap om grundläggande matematiska regler. Anders tillverkar inte egna uppgifter.

Språk

Anders är mycket osäker på de matematiska begreppens betydelse. ”Jag tror jag kan dem men kan inte förklara för någon som inte kan.” Språket han använder är kortfattat och enkelt ”Man måste gånga med tre”.

Han har svårt att översätta uppgifter i vardagen till matematiska uttryck ”De kan vara svåra att överföra, det är lättare att räkna när uppgifter redan är uppställda”.

Min reflektion

Anders har lågt självförtroende i matematik. Han är osäker och anknyter till mig vid flera tillfällen. Han har bristande kunskaper i aritmetik och anser att abstrakt matematik är obegriplig, onödig och tråkig. Han använder ett enkelt matematiskt språk.

Observation fem

Stämningen är vänlig. Indra tar pennan och börjar arbeta. Hon bjuder in Anders ”vilken metod vill du ta?” När Anders inte svarar, svarar hon själv, ”additionsmetoden”. Indras språk är kortfattat och enkelt ”man måste gånga med tre”. Informationsflödet består av korta meningar, ofta fragmentariska och med ett enkelt matematiskt språk.

Anders är inte säker på sina matematikkunskaper. Han anknyter till mig vid flera tillfällen ”eller hur Margareta?”, ”Huvudräkningen Margareta har lärt oss, den är super”.

Indra genomför metodval och driver uppgiften. Hon berättar hur hon gör och Anders bidrar med ett par beräkningar. Han räknar huvudräkning. Vid ett tillfälle räknar han fel vilket får konsekvensen att de får ett decimaltal som svar. Anders ger upp huvudräkningen och tar fram miniräknaren och når ett svar på uppgiften. Svaret är rimligt men inte rätt. Anders vill genast ha bekräftelse:

> *”Har du facit till detta?”*

Indra är inte nöjd, hon ser att något är fel och vill räkna om men det vill inte Anders ”vi går vidare, vi har redan haft prov på det, det är på hyllorna nu”. Indra ger sig inte utan räknar om uppgiften, hittar ett felaktigt tecken i beräkningarna (+ i stället för –) och löser uppgiften korrekt. Hon kontrollräknar uppgiften.

Anders förklarar varför det blev fel ”vi har aldrig kört med minus förut”.

Kommentar

Anders är ointresserad av uppgiften. Han har lågt matematiskt självförtroende vilket hindrar honom att ta egna initiativ men ställer upp som samtalspartner och med aritmetiska beräkningar. Hans matematiska språk är enkelt. Indra har kunskap om aritmetik och algebra. Hon kan göra överföringar från text till matematiska uttryck. Hon använder ett enkelt matematiskt språk. Deras samarbete bestod i att Anders ställde upp och räknade aritmetik och Indra löste uppgiften i övrigt.

7. Diskussion

Barn räknar. De räknar antal, delar upp, delar rättvist, utför handlingar ett visst antal gånger mm. De gör detta spontant, det är en lustfylld handling och det ökar efterhand deras förståelse och förmåga att hantera tal och enkla beräkningar. Med Piagets teorier (Maltén 2002) i bakfickan ter det sig enkelt att lotsa eleverna genom skolans matematik mot högre abstraktionsnivå, om man kan behålla elevernas lustfyllda inställning till att lära och utveckla sin matematisk-logiska förmåga. Tyvärr är så inte alltid fallet. Många av mina elever motiveras till att arbeta med matematik av sin strävan att klara de prov som kommer under kursen för att kunna få det betyg de önskar och inte av nyfikenhet och en önskan att utvecklas och förstå. När vi lämnade det konkreta vågade få elever längre ta egna initiativ. De började arbeta mer imitativt och osjälvständigt. Gärdenfors (2010) pekar på hur viktigt det är att känna stolthet över det man gör för att mana fram en inre motivation. Ett imitativt beteende får inte eleverna att känna sig stolta och kompetenta.

Under intervjuerna framkom tydligt hur viktigt det var för mina elever att de uppgifter vi arbetar med har en tydlig anknytning till verkligheten. Både de elever som har dåliga resultat på proven och de med goda resultat poängterade hur viktigt det var att matematiken var verklighetsanknuten. På modelleringsuppgifterna på proven (uppgift 8 på prov 1 och uppgift 3 på prov 2) hade eleverna bättre resultat än på motsvarande uppgifter utan kontext. Gapet mellan konkret matematik och abstrakt matematik är stort och den abstrakta matematiken, utan anknytning till verkligheten, upplevs av många som meningslös och då föga engagerande.

Genom att visa algebrans vardagliga nytta, är det skolans önskan att eleverna ska intressera sig för att fördjupa sina kunskaper i att hantera algebraiska uttryck. Om de kan överföra en situation i vardaglig kontext till ett abstrakt matematiskt uttryck och lösa detta, kan även den abstrakta matematiken bli användbar och därför av intresse att arbeta med och förstå. Både på proven och under observationerna visade mina elever i Ma B att de är duktiga på att översätta verkligheten till matematiska uttryck men att deras förtrogenhet med hur man hanterar matematiska uttryck är lägre än deras förmåga att göra en översättning mellan verklighet och abstraktion. Det hindrar eleverna från att kunna lösa uppgifterna, de får inte uppleva glädjen med att lyckas vilket lätt resulterar i att de tappar intresset.

Det är inte bara de algebraiska uttrycken som ställer till problem, vid ett flertal observationer var även elevernas bristande aritmetiska kunskaper tydliga. David räknade på fingrarna och hade svårt med negativa tal, Emil och Anders hade stora problem med vanliga beräkningar och framför allt med subtraktion och att hantera negativa tal. På prov 1 resulterade behovet att använda negativa tal att lösningsfrekvensen (på två i övrigt likartade uppgifter) halverades (uppgift 3 och uppgift 6). Elevernas aritmetiska kunskap är också viktig för att de ska kunna tillgodogöra sig abstrakt matematik. Det kostar mycket energi från reflektiva och logiska tankegångar (S2-tankegångar) om den aritmetiska kunskapen inte är automatiserad. Algoritmträning kan upplevas som tråkig, den måste varvas med uppgifter som kräver kreativt tänkande för att inte eleverna ska bli uttråkade, men utan den blir de reflektiva processerna hämmade.

Självklart tycker jag som matematiklärare att alla elever ska läsa matematik i gymnasiet. Det finns många, mycket matematiskt duktiga och intresserade elever på alla program på gymnasiet vilka bör få möjlighet att utveckla och fördjupa sina matematiska kunskaper. För deras skull måste vi lärare se till att lyfta den matematiska tanken och det matematiska språket tidigt i undervisningen och ha krav på att de utvecklar och fördjupar sina kunskaper enligt Skolverkets kursplaner och betygskriterier. Skolverket ställer samma krav på elever som valt gymnasieprogram för att få möjlighet att arbeta med matematik så mycket som möjligt (naturvetare och tekniker) som de elever som inte har uttalat intresse för matematik. Jag ser det som ett problem. Elever som Anders och Emil som kommer till gymnasiet och säger ”jag har alltid varit dålig i matte”, eller Sabrin, som älskade matematik på mellanstadiet, men avskyr matematiken från högstadiet och uppåt, kan vi inte hjälpa på samma sätt som de elever som valt naturvetenskapligt program. De misslyckas med matematiken på gymnasiet och tappar självförtroendet. Att inte kunna, att känna sig dålig, är tråkigt och frustrerande, matematiken har blivit en börda för dessa elever. I denna studie har jag inte fått fram varför matematiken är ett så stort problem för dessa elever, jag kan bara konstatera att deras matematiska självförtroende är så lågt att de sällan vågar ge ord åt en matematisk tanke. Orden ”jag har alltid varit dålig i matte” tyder på att problemet har funnits länge. Jag tror inte att den vanliga gymnasiematematiken hjälper dessa elever att utvecklas. De utvecklar ett imitativt matematiskt arbetssätt, blir duktiga på att läsa av sina lärare men får inte tillfälle att reparera eventuella skador i till exempel aritmetik, eller bygga upp sitt logiska – analytiska tänkande.

Läsåret 2008/2009 hade 38 % av de inrapporterade nationella proven i Ma B från elever på SP-programmet IG i betyg. En förklaring till de dåliga resultaten kan vara att kursen är anpassad till eleverna på naturvetenskapligt eller tekniskt program och att samhällsvetarnas intresse för matematik inte sammanfaller med deras.

Regeringen har givit Skolverkets i uppdrag att ta fram nya kursplaner i matematik för den nya gymnasieskolan som ska införas år 2011. I Skolverkets senaste förslag ska yrkesprogrammen starta med två kurser (1a och 2a) där matematiken kan behovsanpassas efter programmets inriktning. Alla studieförberedande program startar dock med samma kurser (1b och 2b). Jag anser att Skolverkets förslag ger eleverna på de yrkesförberedande programmen en större förutsättning att klara matematiken, men jag ser inte samma fördelar för eleverna på de studieförberedande programmen. Samhällsvetare, ekonomer, humanister och esteter ska fortfarande läsa samma kurser som naturvetare och tekniker. Dessa kurser måste anpassas efter dem som ska läsa vidare mot högre kurser, d.v.s. naturvetare och tekniker, vilket återigen kommer att sätta samhällsvetarnas, humanisternas och esteternas problem i skymundan. Brandell, Helenius och Häggström (2009), anser att det hade det varit bättre att även skilja samhällsvetares och naturvetares matematikkurser åt från gymnasiestarten. Resultaten från intervjuerna i undersökningen stöder tanken att en matematikkurs med större inslag av tillämpad vardagskunskap med betoning på samhällsvetenskapliga frågor och lägre abstraktionsnivå skulle kunna engagera samhällsvetareleverna mer. De samhällsvetare som är intresserade av matematik och vill läsa de högre kurserna ska givetvis få en möjlighet att gå över till mer vetenskaplig matematik för att göra detta.

Under observationerna var det slående hur viktigt det var för lösningsprocessen att eleverna kommunicerade med varandra. Under observation tre, med Danuta och Emil, pratade eleverna inte med varandra, samtalet flöt trögt och de kunde inte konstruera några frågor och fick därför heller inga svar. Utan kommunikation minskar flödet av goda idéer som är av stor betydelse för ett kreativt arbetssätt. Under observation ett, med Amanda och Berit, bollades frågor och svar mellan eleverna oupphörligt. Frågorna var inte alltid matematiskt korrekta men de var formulerade och framlagda och därför en uppmaning att besvara vilket gjorde dem fruktbara. Det var viktigt att samtalet hölls igång, bara känslan att arbeta tillsammans mot ett gemensamt mål inspirerande eleverna. Samtalets betydelse märktes också tydligt under Davids och Cecilias arbete. Inte förrän de började prata med varandra blev uppgiften rolig och inspirerande, och de kunde lösa den. Myndigheten för skolutveckling (2004), Malmer (2002) och Holden (2001) är alla ense om att elever utvecklas av att arbeta tillsammans med matematik. Min undersökning stöder detta i hög grad. I de observationer där samtalet flöt ledigt var arbetsglädjen och engagemanget påtagligt. Att låta diskussioner ta lektionstid är en vinst för engagemanget men också ett problem eftersom det gör det svårt att hinna med vad Skolverkets kursplaner kräver i övrigt.

Hur avancerat språk eleverna använde var inte ett mått på hur bra deras kommunikation fungerade eller hur väl de löste uppgiften. Av de par där kommunikationen fungerade bra d.v.s. Amanda och Berit, Cecilia och David och, i viss mån, Gabriella och Sabrin var det bara David och Gabriella som använde ett avancerat språk. Samarbetet fungerade utan det avancerade språket, det var samtalet som var viktigt. Eleverna bollade tankar och frågor mellan varandra och lyssnade aktivt och medvetet på vad arbetskamraten sade. Elever som får hjälp av en annan elev har ett större incitament att ifrågasätta lösningen än om det varit läraren som förklarade vilket för med sig att eleven måste vara vaken och aktiv.

Under observationen av Anders och Indra, och bitvis också observationen av Danuta och Emil slänger den matematiskt svagare av eleverna (Anders respektive Emil) ur sig svar eller teorier utan eftertanke. Dessa ivägslungade infall ser jag som ett resultat av att de känner ett behov av att säga någonting och de skiljer sig i hög grad från de frågor som eleverna formulerade i de andra samtalen. Jag anser att detta behov all slänga iväg någonting som ”låter matematiskt” hindrar dem att fundera över den uppgift de arbetar med. Det hindrar elevens egna tankar från att gro och mogna och de stör också andra elevers tankar. Någonstans har detta beteende varit lönsamt och blivit en norm för dem. Kanske har behovet att få vara delaktig och att synas under lektioner, även om eleven inte haft något att framföra, triggat fram beteendet. Hos Anders och Emil sker det automatiskt och är vad Stanowich och West (2002) kallar S1 – tankegångar, snabba och oreflekterade. Att försöka synliggöra skillnaden mellan de automatiserade och de medvetna tankeprocesserna kan vara ett sätt att hjälpa eleverna att slå på det Stanowich och West kallar S2-tankegångarna i stället, för att utveckla ett analytiskt och medvetet sätt att arbeta.

I samtliga intervjuer tyckte eleverna bättre om genomgångar på tavlan med efterföljande diskussioner än att läsa in samma avsnitt med hjälp av boken. En elev uttryckte att ”böckerna förklarar som om man redan kan”. När jag introducerar nya begrepp är jag ibland ”tvåspråkig” under flera veckors tid. Det gör att eleverna lätt kan följa med i våra gemensamma diskussioner, men risken finns också att den långa introduktionstiden försenar deras språkutveckling. Malmer (2002) och Löwing (2004) tar upp kopplingen mellan begreppsförståelse och självförtroende. Att eleverna är så förtjusta i genomgångar på tavlan tyder på en viss osjälvständighet, som kan bottna i svagt matematiskt självförtroende. Det är viktigt att jag under diskussioner och genomgångar lockar eleverna att delta aktivt och diskuterar och argumenterar, både med varandra och med läraren, för att utveckla sitt språk och pröva sina tankar. Att våga lyfta sina egna funderingar i matematikens precisa värld och agera kreativt kräver ett starkt självförtroende i matematik.

Elevernas preferens för lärarledda genomgångar visar också hur smidigt och lyhört eleverna anpassar sig efter lärarens arbetssätt, uttryckssätt och krav. Alla eleverna utom Danuta uttryckte att de upplever nödvändigheten att byta lärare som ett stort avbräck. En ny lärares arbetssätt och metoder måste då läsas av och anpassas efter, vilket tar tid och kräver energi. Även Wistedt (2001) varnar för att eleverna gärna arbetar imitativt, det är tryggt att använda läraren till att skaffa sig en mall att arbeta efter.

Under intervjuerna berättar bl.a. Sabrin och Gabriella att de upplever de nationella proven som ett hot. De lärarkonstruerade proven är likartade vilket upplevs som en trygghet. Eleverna lär sig ett mönster som underlättar för dem att klara proven och skaffa sig ett betyg de är nöjda med.

Knappt en fjärdedel av eleverna på prov 1 och knappt en tredjedel av eleverna på prov 2 tillverkade, med framgång, en egen uppgift på provet. Under provet är det inte tillåtet att föra en diskussion vilket stänger vägen för samarbetets alla fördelar och möjligheter. Det krävs ett gångbart språk, engagemang och självförtroende för att skriva ett problem, alldeles själv, utan kamratstöd eller lärarstöd. Andelen aktiva är låg, men det är glädjande att den ökade.

Det nya begreppet ”olikhet” ställde till problem för eleverna. I prov 2 fanns två uppgifter där en vardaglig kontext skulle omarbetas till dels ett ekvationssystem (uppgift 3) och dels en olikhet (uppgift 8). Modelleringsuppgifter var ofta enkla att arbeta med för eleverna, men när uppgiften innehöll begreppet ”olikhet” sjönk lösningsfrekvensen till hälften. Utan förtrogenhet med begreppet var det svårt att tänka kring det, använda det i ett abstrakt uttryck och nå en lösning på uppgiften.

Under observationerna lyssnade jag på elevernas matematiska språk, och de fick också göra en bedömning av sin egen begreppsförståelse genom att pricka av, för dem välkända begrepp, på en lista. Antalet begrepp eleverna prickade för hade inget samband med om de använde ett avancerat eller enkelt matematiskt språk under observationen. Antalet kryss på listan var mer ett mått på deras självinsikt och därför inte någon vägledning när jag skulle göra en tolkning av deras begreppskunskap.

Elevernas sätt att tänka påverkas av omgivningen. Lärarens engagemang, kunskap och intresse påverkar undervisningen och elevernas syn på matematikämnet under skolans alla stadier. En välutbildad lärarkår är en förutsättning för att få välutbildade elever. Eleverna påverkas också av deras övriga omgivnings attityd till matematik. De elever som har en diskussion i hemmet som är positiv till matematiken får en bra utgångspunkt. Attityden från föräldrar att ”jag har aldrig kunnat matte heller – det är inte konstigt att Pelle inte kan”, är negativ för barnets inlärningsförmåga eftersom ”Pelles” ambitionsnivå sänks. Familjen är viktig, det är förstås mycket viktigt att vara delaktig i familjen, och att inte skilja sig för mycket från andra familjemedlemmar. Ett ”jag är inte så duktig i matte heller” från mor eller far kan få eleven att slappna av och slippa bli stressad, men det kan också få eleven att sluta anstränga sig för att bli duktig. Cecilia har ett gott matematiskt självförtroende och en stabil aritmetisk grund att stå på och under intervjun med Cecilia nämner hon, med stolthet, hur duktig mamma är i matematik och hur mycket mamma hjälpt henne med matematiken under tidigare stadier. Trots att Cecilia nu har stor frånvaro från skolan visar hon stor förmåga att inhämta de delar hon missar. En ihärdig aritmetisk träning och positiv inställning till matematiken från tidig ålder har gett henne en stabil aritmetisk grund.

För de flesta av eleverna jag intervjuat är matematik ”roligt när man kan det”, tråkigt när det är svårt, men Gabriella har en annan attityd, hon tycker att matematiken är rolig när den är ”ingående avancerad”. Det är roligt att känna sig smart. Dessa två olika förhållningssätt påverkar elevernas arbete i matematik. Ett högre krav på förståelse för matematiken stödjer elevens utveckling, arbetet blir svårare men mer utvecklande och inspirerande. Att sluta ställa höga krav på förståelse gör att fler elever kan nå ett G – undervisningen anpassas till de enklare mekaniska uppgifterna, men det gör också att elever som söker en utmaning, tappar intresset. Jag ser Gabriella som en elev som kan läsa högre kurser i matematik och som behöver en sparringpartner redan nu för att inte riskera att tappa intresset.

Det är skillnad mellan pojkarnas och flickornas resultat. Flickorna hade bättre betyg i Matematik A och också bättre resultat på båda proven. Av de tre blandade paren (en pojke en flicka) var det bara Cecilia och David som hade ett berikande samtal under observationerna. Hos Indra och Anders var det Indra som förde och dikterade arbetet och hos Emil och Danuta fungerade inte samarbetet alls, utan Danuta löste uppgiften. Även i Skolverkets (2009) kommentarer till TIMSS har man konstaterat en större försämring av matematikkunskaperna hos pojkar än hos flickor sedan undersökningen 1995.

I min undersökning av mina elevers attityd till matematiken framkommer det tydligt att många anser att matematik är ett viktigt ämne i samhället. Eleverna anser att det måste finnas duktiga matematiker som kan bygga broar, tillverka system och program för datorer, förstå ekonomiska teorier mm. Attityden till matematik som ämne är positiv, men många av mina elever har valt sida, de är samhällsvetare och anser sig därför inte behöva kunna mer än konkret matematik. Att skapa en samhällsvetarkurs i matematik, där matematiken vinklas mer påtagligt mot samhällsfrågor, till exempel med fördjupade studier i statistik, kunde göra kursen mer meningsfull och engagerande.

Under intervjuerna har det också framkommit att mina elever är otroligt funktionella och inriktade på att klara av så stor del av matematiken som behövs för att få det betyg de eftersträvar. Hur högt de strävar beror av hur de, just nu, har tänkt sig sin framtid. Att studera matematik för sin egen utveckling eller för matematikens egen skönhets skull kräver ett för stort engagemang och tar för mycket av deras tid.

8. Svar på mina frågor och en utblick

Eleverna i mina grupper är duktiga på att överföra vardagliga situationer till ett abstrakt uttryck som går att bearbeta matematiskt, men de är tyvärr inte lika duktiga på själva bearbetningen av uttrycket. Deras matematiska språk var, i de flesta fallen, enkelt vilket inte hindrade dem att göra överföringar.

Elevernas självförtroende i matematik påverkade i hög grad deras arbetssätt. De elever som lyckats väl och fått bra betyg på proven var mycket aktiva under observationerna. Med en högre självuppskattning följde styrkan och viljan att våga samtala kring uppgifterna vilket ökade engagemanget och förmågan att lösa uppgiften.

Vad som framkom mycket tydligt i undersökningen var hur viktigt det var att eleverna kunde kommunicera med varandra. Utan samtal kunde inget fruktbart samarbete utvecklas. Samarbetet skapade tydligt ett engagemang och arbetsglädje som hjälpte dem framåt med lösningen. Deras glädje och entusiasm över att nå en lösning tillsammans var påtaglig i de fall kommunikationen fungerade. Samtalet hade en trampolineffekt, utöver engagemang och arbetsglädje gav det också ett utbyte av goda idéer och vidgade referensramar.

Eleverna har en pragmatisk syn på kunskaperna, som motiv för att arbeta med matematik angav alla eleverna att de ville få bra betyg i kursen. Endast två av de tio som intervjuades ville lära sig mer för att de tyckte om när matematiken var en utmaning.

Om jag fick önska något för framtidens gymnasiematematik hoppas jag på en större förståelse för samhällsvetarnas situation och intresse från myndigheters sida. Jag tror det är nödvändigt med en egen kursplan för samhällsvetare, ekonomer och humanister, där man fokuserar på deras referensramar och behov och gör matematiken mer angelägen.

Jag hoppas också på en tidsplan i matematikundervisningen på gymnasiet som medger berikande diskussioner och samtal. Det måste finnas tid för elever att samtala, både med varandra och med läraren under lektionstid.

En tredje punkt som jag tror kan vara behjälplig för att hitta våra elevers engagemang är att integrera matematiken i andra ämnen i större utsträckning än som sker idag. Ett tematiskt arbete där matematiken kommer in som en nödvändig och berikande del av ett arbetsmoment hade kunnat engagera fler elever att fördjupa sig i matematiska frågor.

Punkt fyra på min förbättringslista är att ge matematiklärare på alla stadier i skolan tid och pengar till relevant kompetensutveckling i matematik för att stärka engagemanget och självförtroendet även hos lärarkåren.

Alla dessa åtgärder tror jag kan öka möjligheten att engagera våra elever på samhällsvetenskapligt program att utvecklas i matematik.

9. Sammanfattning

Uppsatsen behandlar problemet att få elever på samhällsvetenskapliga programmet på gymnasiet engagerade och intresserade av abstrakt matematik i kursen Matematik B. Jag undersöker elevernas begreppsuppfattning och deras matematiska språk under en samtalsstudie. Under en intervju i anslutning till observationen frågar jag efter elevernas matematiska självförtroende och motivation till att arbeta med matematik. En viktig del av undersökningen rör hur elevernas samtal och samarbetsförmåga påverkar deras entusiasm och förmåga att lösa uppgifter.

Teorier om barns utveckling och utvecklingens beroende av kommunikation med omvärlden tas upp liksom forskningsrön kring elevers motivation och matematiska självförtroende. Även tidigare undersökningar kring elevers beroende av sina lärares utvärderingsmetoder tas också upp.

Arbetet består av en kvalitativ del, en serie om fem observationer och intervjuer med två deltagande elever vid varje tillfälle och en kvantitativ analys som syftar till att ge en bakgrundsinformation om gruppen.

Resultatet på de kvantitativa analyserna visar en grupp elever med problem att klara gymnasiets matematikkurser. Den visade en god modelleringsförmåga men många brister i elevernas aritmetiska kunskaper och ett behov av ökad begreppskunskap.

Resultaten från den kvalitativa undersökningen visar också hur viktigt samarbetet mellan eleverna är för både deras engagemang och lösningsförmåga. De fem observationerna ger en bild av hur viktigt det är att matematiken är verklighetsanknuten för att kunna väcka elevernas intresse. Under intervjuerna berättade eleverna att det är provresultat och betyg som driver dem att arbeta med matematik. Kopplingen till verkligheten upplevs av eleverna som mycket svag.

I diskussionen tar jag bl.a. upp problemet med att samhällsvetare och naturvetare läser samma kurser i matematik med tanke på elevernas olika förutsättningar och intressen. Jag drar också slutsatsen att mer tid behöver läggas på samarbete mellan eleverna och diskussioner i kursen för att entusiasmera eleverna och för att träna deras begreppskunskap och matematiska språk.

Referenser

Bergqvist, T., Lithner, J., Sumpter, L. (2008) International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, ISSN 0020-739X, Volume 39, Issue 1 January 2008 , pages 1–12.

Björkqvist, O. (2001) Matematisk problemlösning. I Grevholm, B. (red) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv.* Studentlitteratur. Lund

Boesen, J. (2006) *Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact.* ISSN 1102-8300 Umeå Universitet, Umeå

Brandell, G. Helenius, O. Häggström, O. (2009) *Regeringen slarvar bort mattereform* Artikel i SvD 20091223. http://www.svd.se/opinion/brannpunkt/regeringen-slarvar-bort-mattereform_3983669.svd Hämtad 100609

Ejersbo,L.R. & Misfeldt, M. (2009) Matematik och rationalitet. I Schilhab, T.S.S. & Steffensen, B.(red) *Nervpirrande pedagogik – En introduktion till pedagogisk neurovetenskap.* Kapitel 11 Liber AB, Stockholm

Engström, A. (1997) *Reflektivt tänkande i matematik.* Malmö: Lärarhögskolan. Almqvist & Wiksell International, Stockholm

Eriksson K.H., Nämnaren Tema (2000) Upplaga 1:12 Om barns förmåga att bilda begrepp *Matematik – ett kommunikationsämne* NMC/ Nämnaren Göteborgs Universitet

Firsov, V. (2006) Måste man vara intresserad av matmatik? Boesen. J, Emanuelsson, G., Wallby, A., Wallby, K.(red.) *Lära och undervisa i matematik – internationella perspektiv* NCM/ Göteborgs universitet, Göteborg.

Gärdenfors, P. (2010) *Lusten att förstå.* Författaren och Natur och Kultur, Stockholm

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin,E. (2005) *Rika matematiska problem – inspiration till variation.* Liber AB, Stockholm.

Holden, I.M. (2001) Matematiken blir rolig. I Grevholm, B.(red) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv.* Studentlitteratur. Lund

Kling Sackerud, L (2009) *Elevers möjligheter att ta ansvar för sitt lärande i matematik.* ISSN 1650-8858. Umeå Universitet, Umeå.

Leron, U. & Hazzan, O. (1997). The world according to Johnny; A coping perspective in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics.* Volym 32. Nr 3: 265–292. Springer Netherlands.

Löwing, M.(2004) *Matematikundervisningens dilemman – hur lärare kan hantera lärandets komplexitet.* Studentlitteratur, Lund.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2008) *Språk, kultur och matematikundervisning.* Studentlitteratur, Lund

Malmer, G. (2002) *Bra matematik för alla.* Studentlitteratur, Lund

Mouwitz, L. (2004) *Bildning och matematik.* Högskoleverkets rapportserie 2004:29R. Stockholm

Maltén, A. (2002) *Hjärnan och pedagogiken – ett samspel.* Studentlitteratur, Lund

Myndigheten för Skolutveckling (2003) *Baskunnande i matematik.* Skolverket Stödmaterial 1651-9787 ; [2003:2] Liber distribution, Stockholm

Myndigheten för skolutveckling (2007). *En samtalsguide om kunskap, arbetssätt och bedömning.* Skolverket Liber Distribution, Stockholm.

Myndigheten för skolutveckling (2004) *Individuell planering och dokumentation i grundskolan.* Skolverket Liber distribution, Stockholm

Nilsson, H. (1999). *Upptäck din förmåga att lösa problem.* Bokförlaget Kritan, Malmö. Tryck Studentlitteratur, Lund

Olteanu, C. (2007) *Vad skulle x kunna vara?* ISSN 1650-8858; 19 Umeå Universitet, Umeå

Skolverket (2009) TIMSS 2007: Försämrade resultat i matematik för svenska elever. www.skolverket.se/sb/d/2544/a/14285

Skolverket (2009)TIMSS (2007)- En internationell studie av elevers kunskaper i matematik och naturvetenskap. www.skolverket.se/sb/d/1679

Stanovich, K.E., & West, R.F. (2002). Individual differences in reasoning: Implications for the rationality debate? In T. Gilovich, D. W. Griffin, D. Kahneman (Eds.), *Heuristics and biases: The psychology of intuitive judgment* (pp. 421-440 *)*. New York: Cambridge University Press.

Statens offentliga utredningar, SOU 2004:97 *Att lyfta matematiken – intresse, lärande, kompetens.* Utbildningsdepartementet, Regeringskansliet

Strandberg, L. (2006) *Vygotskij i praktiken.* Nordstedts Akademiska Förlag, Stockholm

Vinterek, M. (2006) *Individualisering i ett skolsammanhang*. Forskning i Fokus nr 31. Myndigheten för skolutveckling. Liber distribution, Stockholm

Wistedt, I. (2001). Rum för samtal. I Grevholm, B. (red) *Matematikdidaktik – ett nordiskt perspektiv.* Studentlitteratur. Lund

Ziehe, T. (2002) Adjö till sjuttiotalet! I Berg, J (red) *Pedagogik.* Liber, Stockholm

Bilaga 1

Matematik B

Maxpoäng: 21p (varav 7vg),

Betygsgräns: G = 7p, VG = 13p (varav 4vg), MVG = 17p (varav 5vg) samt hur väl ¤ är löst

Fullständiga lösningar krävs till samtliga uppgifter.

Hjälpmedel: Miniräknare och linjal.

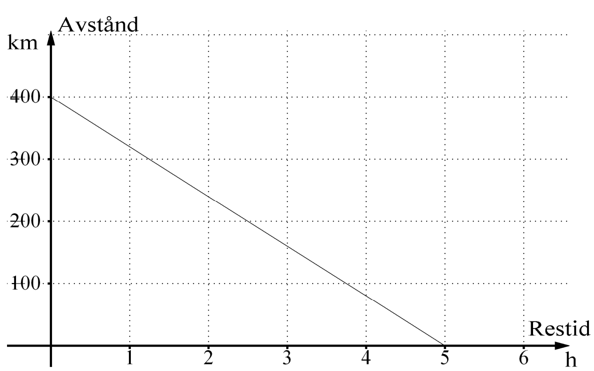
---

1. Rita linjen y = x + 1 i ett koordinatsystem utan att göra värdetabell. Förklara hur du gör! (2/0)

2. Familjen Thuresson åker med sin bil till Orsa för en skidsemester. Nedanstående graf visar hur långt de har kvar att åka. (2/0)

   a) Hur lång tid tar resan?

   b) Med vilken hastighet färdas de?



3. En rät linje L går genom punkten (–2, 1) och är parallell med linjen y = x – 1. Bestäm ekvationen för linjen L. (2/0)

4. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y = 5 - 2x \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ med grafisk metod.

   (2/0)

vänd!

5. Bestäm riktningskoefficienten för den linjära funktionen $f(x)$ om

$f(x + 4) - f(x) = 24$

(0/2)

6. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (−3, 1) och (0, 2). (1/1)

7. Skriv följande ekvationer som räta linjer och lös sedan ekvationssystemet grafiskt:

$2x + 2 - y = 0$ och $-5 + y - x = 0$ (2/1)

8. Mauro har hyrt en bil. Han betalar 400 kronor varje vecka samt 12 kr för varje mil han kör.

   a. Skriv en funktion som beskriver vad bilen kostar varje vecka.
   b. Hur långt kan Mauro köra på en vecka om han högst kan göra av med 1000 kronor?
   c. Vad kostar bilen i vecka om Mauro kör 50 mil den veckan? (2/1)

9. Tillverka en uppgift som kan ställas upp som en funktion, teckna funktionen och visa en lösning. Uppgiften måste innehålla både text och formel för att ge full poäng. (1/2)¤

Lycka till!

Bilagor
Prov 2 Steg 2

Maxpoäng: 18p (varav 8vg), Betygsgräns: G = 6p, VG = 13p (varav 3vg), MVG = 15p (varav 6vg) samt hur väl ¤ är löst. Fullständiga lösningar krävs till samtliga uppgifter.

Hjälpmedel: Miniräknare och linjal

1.Lös olikheten $3x+4 \geq 5x$ (2/0)

2.Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x+3y=31 \\ 5x-y=1 \end{cases}$ med valfri algebraisk metod. (2/0)

4. Om du köper två kg plommon och fem kg potatis så kostar det 44 kr. Om du istället handlar sex kg potatis och ett kg plommon kostar detta 36 kronor. Vad kostar plommonen och potatisen per kg? (1/1)

4. Lös ekvationssystemet $\begin{matrix} 2x - y = 1 \\ y - x = 1 \end{matrix}$ grafiskt (0/2)

5. Ange ett värde på x så att $4-2x > 4x+10$. (1/1)

6. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} y = 3x+1 \\ y = x+5 \end{cases}$ (2/0)

7. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$ (2/0)

vänd

8. Det kostar 35 kr att hyra en film i en videobutik, men om man köper årskort för 100 kr kostar det bara 22 kr per film.

a Ställ upp en olikhet som beskriver hur många filmer man ska hyra för att det ska löna sig med årskort.

bHur många filmer ska man hyra för att det ska löna sig med årskort? (0/2)

10. Skriv en egen uppgift som kan lösas med hjälp av ett ekvationssystem.

Teckna ekvationssystemet och visa en lösning. (0/2)

Lycka till!

SPSS *t* – test på medelvärden på prov 1 och 2

Group Statistics

	Kön	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Poäng prov 1	Flicka	22	10,523	5,0955	1,0864
	Pojke	17	7,000	3,9607	,9606
Poäng prov 2	Flicka	26	8,481	4,9040	,9618
	Pojke	19	5,105	4,2901	,9842

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means						
							95% Confidence Interval of the Difference	
		t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
Poäng prov 1	Equal variances assumed	2,352	37	,024	3,5227	1,4980	,4875	6,5580
Poäng prov 2	Equal variances assumed	2,402	43	,021	3,3755	1,4055	,5410	6,2100

Uppgift till observationerna. Ur nationella provet i Matematik B VT 2002

Uppgift nr 10

10. Johanna och Michael köper CD-skivor i London. CD-skivorna har färgmarkeringar som kod för priset. Johanna betalar 32 pund för två röda och en blå skiva. Michael betalar 36 pund för en röd och tre blå skivor. Johannas köp kan beskrivas med ekvationen $2x + y = 32$.

a) Beskriv Michaels köp med en liknande ekvation. (1/0)

b) Använd ekvationerna för att beräkna priset på en röd respektive en blå skiva. (2/0)

Bilaga 5

Intervjumall matematikdidaktik 3

5. Attityd och självförtroende

Är matte viktigt?

Roligt?

Roligt nu?

Om det förändrats – hur?

Nöjd med din insats?

Är du duktig i matte –

Har det förändrats?

Utnyttjar du WS?

Varför/varför inte?

Gör du läxor hemma?

Hur ofta/ hur länge?

Om du fastnar – vad skulle du vilja göra?

Vad gör du?

Tillverkar du en egen uppgift på proven? Varför inte

6. Begrepp och språk

Tycker du att det är svårt att förstå vad läraren säger?

Tycker du att det är svårt att förstå vad det står i böckerna?

Finns det ett matematiskt språk?

Skiljer det sig från vårt vanliga språk?

Kan du matematiska begrepp? (Lista)

Svårt att översätta från vanligt språk till mattespråk?

Bilaga 6

Begrepp

Variabel

Riktningskoefficient

Funktion

Ekvation

Likhetstecken

Konstant

Räta linjens ekvation

Graf

Grafisk lösning

Algebraisk lösning

Substitutionsmetoden

Additionsmetoden

Till föräldrar och elever i SP2 Bilaga 7

Hej!

Jag går en vidareutbildning i matematisk didaktik på Kristianstad Högskola. På kursen ska vi skriva en uppsats och jag behöver då elevernas hjälp med detta. Jag kommer att genomföra ett antal intervjuer i klasserna. Alla intervjuerna naturligtvis helt anonyma. För att följa reglerna kring att intervjua minderåriga behöver jag både elevernas och förälder/vårdnadshavares tillstånd och jag ansöker härmed om detta.

Eleven:

☐ Jag har inget emot att bli intervjuad

☐ jag vill inte bli intervjuad

Elevens namn……………………………………………………………..

Vårdnadshavaren:

☐ Jag har inget emot att min son/dotter blir intervjuad

☐ Nej tyvärr, jag vill inte att min son/dotter ska bli intervjuad

Förälder/Vårdnadshavares namn……………………………………………

Namnförtydligande …………………………………………………………

Undrar ni något får ni naturligtvis gärna ringa eller maila mig.

Vänliga hälsningar

Margareta Wahlgren