HÖGSKOLAN KRISTIANSTAD

EXAMENSARBETE

Hösten 2006

Lärarutbildningen

Multiplikation och tabellerna

Elevernas kunskaper –
lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation

Författare
Lena Malmgren
Cecilia Olsson

Handledare
Jonny Åkesson

www.hkr.se

Multiplikation och tabellerna

Elevernas kunskaper –
lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation

Abstract

Det är, enligt Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, den professionella lärarens plikt att utvecklas kvalitativt genom att pröva och utvärdera undervisningsmålen och att granska och utveckla nya metoder (Skolverket 2006). För att vi skall kunna efterleva dessa krav analyserade vi elevernas kunskaper i multiplikation och multiplikationstabellerna. Vi undersökte även om lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation påverkade elevernas kunskaper.

Med utgångspunkt från gällande kursplaner i matematik och skolans styrdokument visade den kvalitativa analysen att flertalet av eleverna hade goda färdigheter i, och förståelse och förtrogenhet för multiplikation och tabellerna.

Vi granskade några viktiga aspekter i lärandeprocessen; grundläggande arbete i multiplikation, automatisering av tabellerna genom utantillinlärning, strategier, algoritmer, abstraktion och matematikspråk samt motivation. Vi fann att lärarna arbetade på ett traditionellt sätt och att de hade ambitioner till förändring, men saknade verktyg och fortbildning för detta.

Några bevisbara samband mellan elevernas kunskaper och lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation var svåra att finna. Utifrån undersökningens resultat, insåg vi vikten av en kvalitativ grundutbildning i matematik för lärarna. Återkommande reflektioner och utvärderingar av undervisningen är viktiga för att kunna bemöta elevers olika lärande, liksom att kunna inspirera, motivera och engagera eleverna i sin lärandeprocess.

Ämnesord: Abstraktion, algoritmer, automatisering, förståelse, förtrogenhet, matematisk medvetenhet, multiplikation, multiplikationstabellerna, strategier, undervisning.

INNEHÅLL

TACK!

Vi vill först av allt tacka alla de elever och lärare som ställt upp i vår undersökning. Utan er medverkan hade vi inte fått fram de värdefulla kunskaper som vi nu kan dela med oss till andra lärare, lärarstuderande och lärarutbildare. *Ni* har lärt oss mycket! Tack för att ni avsatte värdefull tid till oss.

Jonny Åkesson, vår handledare, tack för att du litade på oss och för att du hjälpte oss tillbaka när vi tappade spåret. Du har varit ett värdefullt bollplank under resans färd.

Tack till våra kära anhöriga, barn och äkta makar, som har stått ut med oss frånvarande studenter under en lång period.

Till alla er som har granskat och korrekturläst vår uppsats, tack.

Wittseröd och Oppmanna januari 2007

Lena Malmgren och Cecilia Olsson

”All undervisning i matematik

borde kräva ett aktivt tankearbete inriktat på förståelse.”

(Rockström 2000, s. 63.)

1 Inledning

> ”Varför måste man gå i skolan?”
> ”För att lära sej saker och ting förstås.”
> ”Vad då för saker”, undrade Pippi.
> ”Allt möjligt”, sa polisen, ”en hel massa nyttiga saker, multiplikationstabellen till exempel”.
> ”Jag har klarat mej bra utan nån pluttifikationstabell i nio år”, sa Pippi. ”Och då går det nog i fortsättningen också.”
> (Lindgren 1968, s. 31.)

”Det är hemskt vad barn är dåliga i matematik. De kan ju inte ens multiplikationstabellen.” Hur ofta har vi inte hört liknande påståenden, både under våra praktiktider och i vardagslivet!

Vi uppfattar det också som att det inte är ovanligt, att just elevernas varierande skicklighet i räknesättet multiplikation och speciellt tabellerna är synonymt med bra eller mindre bra matematikkunskaper. Kan det verkligen vara så illa, att eleverna i årskurs 6 inte kan multiplikationstabellerna, efter flera års tränande? Om det stämmer, vad kan det bero på?

1.1 Syfte och mål

Enligt skolans styrdokument Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo 94, är det den enskilda skolans och den professionella lärarens plikt att utvecklas kvalitativt genom att undervisningsmålen prövas och utvärderas och att nya metoder granskas och utvecklas (Skolverket 2006). Det är både lärarnas och elevernas, men främst lärarnas ansvar, att välja ut lärostoff och undervisningsmetoder, organisera och implementera arbetet i skolan (Skolverket 2002a).

För att vi skall kunna efterleva dessa krav i vårt blivande yrke, valde vi att undersöka hur elevernas kunskaper, i årskurs 6, ser ut i multiplikation och multiplikationstabellerna. Vi undersökte också lärarnas inställning till multiplikation och tabellerna och hur de undervisade. Utifrån dessa frågor blev det då intressant att undersöka om det fanns något samband mellan elevernas kunskaper och lärarnas inställning till multiplikation och hur de undervisade i ämnet.

1.2 Tabell och tabeller

I vår litteraturstudie har vi oftast stött på ordet *multiplikationstabellen* och ordet har då avsett tabellerna 1 till 10 som en helhet. Vi kommer istället att använda ordet tabellerna, dels för att eleverna själva använder denna benämning, dels för att de lär sig tabellerna en i taget. Vi avser endast tabellerna i räknesättet multiplikation och ordet tabellerna kan därför inte innefatta de övriga räknesättens tabeller i denna uppsats.

Även om vi i uppsatsen använder ordet tabellerna anser vi att multiplikationstabellen skall ses som en helhet, bestående och uppbyggd av olika delar.

1.3 Uppsatsens disposition

I andra kapitlet tar vi upp de teorier som vi anser vara viktiga utifrån vårt förberedande arbete och som vi kopplar till analysarbetet av elevundersökningen. I metodgenomgången, kapitel tre, presenterar vi bland annat vårt val av metod och hur vi genomförde undersökningen. Kapitlet avslutas med en problemprecisering. I fjärde kapitlet utgår vi från våra frågeställningar och presenterar resultatet och analysen från undersökningarna, följt av en diskussion i kapitel fem. I sjätte kapitlet sammanfattar vi uppsatsen och därefter avlutas arbetet med litteraturförteckning och bilagor.

2 Litteraturgenomgång

Vi insåg tidigt att matematikutbildningen, som ingår i vår lärarutbildning, inte gav oss någon hjälp inför arbetet med enkätundersökningen. För att förstå vilka kunskaper som var viktiga för eleverna i multiplikation, tog vi hjälp av aktuell litteratur och forskning, parallellt med studier i de statliga kursplanerna i matematik (Skolverket 2002b) och skolans styrdokument, Lpo 94 (Skolverket 2006). Fokus kom därför att ligga på några, som vi ansåg, viktiga aspekter i elevernas lärandeprocess av multiplikation och tabellerna.

- grundläggande arbete i multiplikation
- automatisering av tabellerna
- utantillinlärning med hjälp av traggelmetoden
- strategier och algoritmer
- abstraktion och matematikspråk

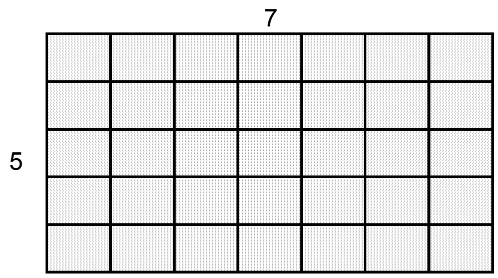
I arbetet med uppsatsen blev vi också varse om hur viktig yttre och inre motivation är, både för eleverna och för lärarna.

2.1 Eleverna upptäcker multiplikation och tabellerna

Eleverna skall utveckla sin förmåga att förstå och generalisera, och även muntligt och skriftligt kunna förklara och argumentera för sitt tänkande, enligt strävansmålen i matematik. De skall också kunna använda de fyra räknesätten och upptäcka talmönster enligt uppnåendemålen för årskurs fem (Skolverket 2002b).

I det grundläggande arbetet är det viktigt att eleverna upptäcker multiplikation och multiplikationstabellerna. Furness (2001) tänker sig rutmönster där raderna och kolumnerna motsvarar olika multiplikationer. Eleverna kan då lättare förstå och se sambandet mellan addition och multiplikation samt kommutativa lagen, det vill säga $a \cdot b = b \cdot a$.

Om eleven förstår kommutativa lagen vid addition, till exempel $5 + 7 = 7 + 5$, blir det naturligt att använda regeln även vid multiplikation, $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$, och det underlättar arbetet vid tabellinlärning (Löwing & Kilborn 2002), se figur 1.



$5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$

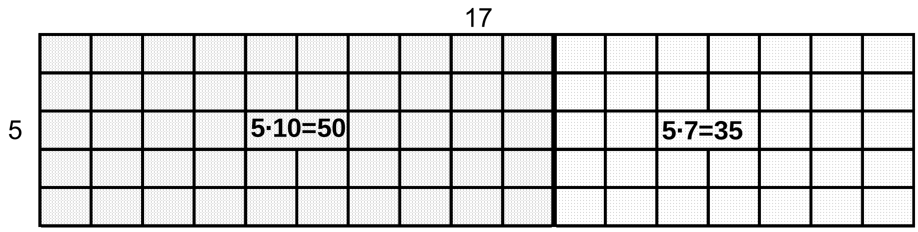
$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35$

$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$

Figur 1. Förståelse för kommutativa lagen med hjälp av rutmönster.

Eleverna kan i ett rutnät, bestående av 10x10 rutor som är numrerade från 1 till 100, färglägga produkterna av olika talkombinationer och på så vis upptäcka tabellernas mönster och inbördes relationer (Unenge m.fl. 2005).

Enligt Furness (2001) är det även lättare för eleverna att se sambanden och förstå multiplikationer med tvåsiffriga faktorer som 5 · 17, se figur 2, med hjälp av rutmetoden [vår benämning].



$$\begin{array}{r} 5 \cdot 10 = 50 \\ 5 \cdot 7 = \underline{35} \\ 85 \end{array}$$

Figur 2. Multiplikation med tvåsiffriga faktorer med hjäkp av rutmetoden.

Det är viktigt att tidigt lära eleverna att 3 · 4 skall utläsas som fyra taget tre gånger vilket ger 4 + 4 + 4, det vill säga summan av tre fyror och inte summan av fyra treor, 3 + 3 + 3 + 3. Summan blir densamma i båda fallen, men för de elever som använder sig av strategin utantillinlärt eller hybridstrategin (se sidan 11 och 12, punkt 5 och 6) kan det bli fel om de inte känner till regeln; om eleven skall räkna ut 3 · 4 och vet att 2 · 4 = 8 måste eleven förstå att hon skall lägga till ytterligare 4 och inte 3. Här blir resultaten olika, 12 respektive 11. Därför är det viktigt att som lärare förstå faktorernas position och benämning, multiplikator och multiplikand[1] (Löwing & Kilborn 2003).

Ahlgren (2001), Malmer (2002) och Ljungblad (2003) har många års erfarenhet av elever med matematiksvårigheter. De anser att det är viktigt att utgå från helheten i allt

[1] I talet 3 · 4 kallas faktor 3 för multiplikator och faktor 4 för multiplikand, det vill säga 4 taget 3 gånger. (Löwing och Kilborn 2002, s. 232).

matematikarbete, men särskilt i arbetet med multiplikation och tabellerna. Eleverna skall tidigt få lära sig att gruppera och dela helheter på olika sätt. Det ger eleverna förståelse för och synliggör sambandet mellan räknesätten multiplikation och division.

2.2 Strategier i multiplikation

Elever som lär sig multiplikation använder sig av olika strategier olika länge beroende på var i utvecklingen de befinner sig. Några strategier anammar eleverna för gott som de är, medan andra vidareutvecklas efter behov (Sherin & Fuson 2005). Det är bra att lära eleverna flera olika strategier så att de har möjlighet att vidareutveckla dem så att de blir individuella. Det stärker elevernas självförtroende (Ljungblad 2003).

Sherin och Fuson (2005) har kategoriserat sex olika nivåer av strategier som vi kortfattat presenterar här. När eleverna behärskar alla tabellerna bör de arbeta i nivå 6.

Vi förklarar de olika strategierna utifrån analysen av den empiriska studien. Benämningarna inom klamrarna är våra översättningar och vi kommer att använda dessa termer fortsättningsvis i uppsatsen.

1. Count-all [räkna alla]: Eleverna räknar ett tal i taget på fingrarna tills de når resultat. Räknandet kan ske öppet, dolt, tyst eller högt.
2. Additive-calculation [upprepad addition]: Eleverna använder sig av upprepad addition, till exempel $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4$. Beroende på talets svårighetsgrad kan eleverna göra en additionsuppställning.
3. Count-by [uppräkning/antalshopp]: Eleverna lär sig produkterna i de olika tabellerna och gör till exempel 5-hopp i 5:ans tabell: $6 \cdot 5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30$.
4. Pattern-based [räkna i mönster/fingerknep]: Eleverna tar hjälp av fingrarna i 9:ans tabell, så kallat fingerknep. Vi ger som exempel $4 \cdot 9$: Eleven håller tio fingrar framför sig. Det fjärde fingret från vänster, det vill säga pekfingret på vänster hand visar multiplikatorn. Nu är det lätt att se vad produkten är; de tre fingrarna till vänster om pekfingret symboliserar tiotal och de sex fingrarna till höger om pekfingret visar ental, det vill säga $30 + 6 = 36$.

   Eleverna kan också utgå från 10:ans tabell och räkna ut $4 \cdot 9$ på följande sätt: $(4 \cdot 10) – 4 = 40 - 4 = 36$.

   Följande sätt kan eleverna använda när de räknar med jämna tiotal, hundratal, tusental och så vidare: $6 \cdot 100 = (6 \cdot 1 = 6 +$ lägger till två nollor$) = 600$.

5. Learned products [utantillinlärt]: Eleverna kan alla eller stora delar av tabellerna utantill och de är lagrade i långtidsminnet.

   Ett annat alternativ är att utgå från en redan känd produkt, till exempel $7 \cdot 5 = = 6 \cdot 5 + 5 = 30 + 5 = 35$. Detta är vanligt vid räkning av svåra hörnan (tabellerna 6, 7, 8 och 9) i multiplikationstabellen.
6. Hybrids [hybrider]: Eleverna använder sig av en eller flera ovan nämnda kategorier samtidigt, till exempel $4 \cdot 200 \rightarrow 2 \cdot 2 +$ två nollor $= 400 \rightarrow \rightarrow 400 + 400 = 800$.

Främst nivåerna 1 till 3 markerar det grundläggande arbetet i multiplikation. Det är viktigt att eleverna har en god taluppfattning för att kunna utvecklas i sitt lärande. En god taluppfattning innebär bland annat, en förståelse för positionssystemet och att ett tal skall kunna delas upp i termer och faktorer (Löwing & Kilborn 2003).

2.3 Korttidsminne och långtidsminne

För att förstå varför skolan fokuserar på att lära alla elever multiplikationstabellerna under de tidiga grundskoleåren, har vi valt att titta närmre på minnets funktion och betydelse i sammanhanget.

Korttidsminnet behandlar den information eleven för stunden bearbetar eller nyss hade fokus på, det som vi vanligtvis kallar arbetsminne (Nationalencyklopedin 2006a, sökord *korttidsminnet*). I långtidsminnet lagras det som vi behöver komma ihåg för en längre tid. Information som behandlats, bearbetats och som återanvänds kommer att lagras här (Nationalencyklopedin 2006a, sökord *långtidsminnet*). För att inte överbelasta korttidsminnet hämtar eleverna förvärvade kunskaper från långtidsminnet. Därför är det viktigt att eleverna automatiserar multiplikationstabellerna, vilket även gäller de övriga räknesättens tabeller (Unenge m.fl. 2005).

I skolan är det långtidsminnet som tränas, då eleverna behöver kunskaper för vidare studier och för framtiden, men eleverna arbetar nästan uteslutande med korttidsminnet under matematiklektionerna (Unenge m.fl. 2005). Ju fler sinnen som är aktiva vid ett lärandetillfälle, desto fler förbindelser aktiveras i hjärnan och möjliggör att stoffet som skall läras blir beständigt (Ladberg 2005). För att information skall kunna kodas in i de olika minnessystemen är det viktigt att eleverna har en förståelse för lärandeobjektet och skapar en association mellan lärandeobjektet och kontexten. ”Att lägga något på minnet är en form av inlärning” (Nationalencyklopedin 2006b, sökord *minne*).

2.4 Ytinriktat och djupinriktat lärande

Marton och Booth (2005) förklarar varför vissa elever lär sig bättre än andra genom att använda begreppen ytinriktat och djupinriktat lärande. Anledningen till skillnaden är uppfattningsförmågan till lärandeinnehållet. Om elevens inställning är att komma ihåg fakta och att återge, det vill säga att bredda sin kunskap, är detta att anse som ytinriktat lärande. I ytinriktat lärande staplas fakta på vartannat och leder inte till att man drar slutsatser, ser samband och skapar en helhetssyn.

Ett djupinriktat lärande är när eleven vill förstå och se något på ett annat sätt. Eleven skapar en mening och förståelse för lärandet och till varför man skall lära sig stoffet (Marton & Booth 2005).

2.5 Utantillinlärning

Det sista steget i tabellträningen är utantillinlärningen. När eleven nått denna nivå har eleven också förståelse för multiplikation (Rockström 2000).

Unenge m.fl. (2005) anser att det är självklart att multiplikationstabellerna skall finnas lagrade i långtidsminnet, men de anser att traggel-/rabbelmetoden är förkastlig som inlärningsmetod och att metoden endast ger ett ytinriktat lärande. Särskilt varnar författarna för att lära eleverna rabbla talserier, till exempel 6, 12, 18, 24, vilka är produkter i 6:ans tabell. Det skapar ingen förståelse för multiplikationstabellernas uppbyggnad.

Marton och Booth (2005) menar att den negativa inställningen till traggel-/rabbelmetoden är kulturellt betingad och dominerar i Europa. I Asien är det vanligt att eleverna memorerar och rabblar inlärt stoff med framgång, då de är motiverade till det. Författarna jämför med vissa yrkeskategorier, till exempel sångare, artister och skådespelare, som genom memorering och rabbling lär sig komma ihåg texterna.

Nationalencyklopedin (2006a) förklarar följande ord så här:

> **rabbla**: ”läsa eller räkna upp (ngt inlärt) med mekanisk och entonig röst ~multiplikationstabellen [...]” (sökord *rabbla*),
>
> **traggla**: ”ständigt och mekaniskt upprepa samma innehåll e.d. [...]: hon ~de matteläxan [...]” (sökord *traggla*),
>
> **öva**: ”1 metodiskt försöka förbättra sin färdighet i (ngt) genom särskilt anpassade (upprepade) aktiviteter vanl. i fråga om intellektuell [...] färdighet [...]” (sökord *öva*).

> **öva**: ”2 metodiskt försöka förbättra färdigheten (i ngt) hos (ngn) genom särskilt anpassade (och upprepade) aktiviteter {eträna 2}: läraren ~de dem i rättskrivning [...]” (sökord *öva*).

Barn lär sig genom att öva om och om igen, och i övandet finns lärandet. Barn är medvetna om att de lär sig genom att ständigt öva (Pramling 1986, i Marton och Booth 2005). För att komma ihåg något krävs motivation till inlärningen: ”Man lär sig det som är viktigt, engagerande och fängslande”, menar Ladberg (2005, s. 62).

Repetition och övande skall vara varierande för att lärandet skall bli meningsfullt och djupinriktat (Jönsson 2000). Det är genom variationer som eleverna lär sig att urskilja mönster och ser samband. De skapar sig bilder som de kan vidareutveckla till nya kunskaper.

2.6 Vardagsspråk och matematikspråk

I skolans styrdokument, Lpo 94, står det att ”skolan skall sträva efter att varje elev lär sig att kommunicera på ett främmande språk” (Skolverket 2006, s. 9). För många elever kan steget vara långt från vardagsspråket till det matematiskt abstrakta språket, och ett för tidigt införande av symbolspråket kan ge förståelseproblem för stoffet (Neuman 1989, Ljungblad 2003). Elever kan vara matematiskt medvetna, men ändå inte nått den abstraktionsnivå som krävs för att kunna tolka och använda matematikspråket (Ljungblad 2003).

Vygotskij (2001) insåg tidigt hur viktig interaktionen mellan människor är för lärandet. Han menade att språk och tanke utvecklas i en ständigt pågående dialog som är både icke-verbal och verbal. Genom att eleven själv sätter ord på sina tankar [icke-verbala], omstruktureras och förändras tanken och blir på så vis en synlig och socialt verbal kunskap. Säljö (2005) tänker sig att en elev som interagerar med andra elever, lärare och/eller artefakter, skapar sig en språklig inre och yttre dialog som fördjupar och befäster nyvunnen kunskap. Det är först då, när eleven har gjort kunskapen till sin genom sitt språk, som han eller hon kan börja abstrahera.

Piaget utgick från individens utveckling i allmänhet, därför problematiserade han den inte mot skolans miljö, och ansåg att barn utvecklades i olika stadier och att det är först från cirka elva års ålder som barnet har möjlighet till abstrakt tänkande (Malmer 1990). Piaget hävdade att tankeutvecklingen var det primära, till skillnad från Vygotskij som ansåg att tanke- och språkutvecklingen var parallella processer beroende av varandra (Bråten 1998). I växelverkan mellan ord och mening utvecklas kunskapen hos eleverna Det matematiska språket utvecklas genom att det används i sin kontext och tillförs utifrån – i detta fall av läraren (Skolverket 2002a).

2.7 Motivation

I skolans uppdrag ingår det att motivera eleverna till att vilja lära sig lära (Skolverket 2006). För att ett lärande skall kunna ske, måste eleverna få möjlighet att vara kreativa och nyfikna i olika meningsfulla och för dem kontextbundna situationer, vilket Ahlberg (2001) anser är ett absolut krav i skolans verksamhet.

I Skolverkets rapport nr 221 (Skolverket 2003), där elever intervjuats om vilka faktorer som är viktiga för att motiveras till lärande, var svaret samstämmigt. Eleverna vill ha lärare som kan inspirera och engagera. De vill också att lärarna tror på deras förmåga att lära och tar hänsyn till deras svårigheter. Andra faktorer som motiverar elevernas lärande är bland annat behovet av att förstå, lyckas och att känna att man lär sig. Ett bra självförtroende och en bra självkänsla är de viktigaste faktorerna för lusten att lära, enligt rapporten, men även att innehållet i undervisningen skall vara begripligt och relevant. Undersökningen visar att ”lärare som förmedlar lust att lära förmår ***anknyta till verkligheten***, [...]” (Skolverket 2003, s. 34).

2.8 Standardalgoritmer eller elevers privata algoritmer

Enligt kursplanen i matematik, skall eleverna då de slutar årskurs 5 kunna använda sig av skriftliga räknemetoder och använda miniräknare. Eleverna skall även kunna värdera de olika räknemetodernas begränsningar, enligt strävansmålen (Skolverket 2002b).

En vanlig räknemetod är uppställning med hjälp av papper och penna, så kallad algoritm. Det har debatterats i många år, om algoritmräkningens vara eller icke vara. 1988 startade Emanuelsson debatten och menade att algoritmerna fyllde en viktig funktion inom matematiken. Han ville inte kasta ut ”sedan århundraden menings-bärande, beprövade räknemetoder” (Emanuelsson 1988, s. 34).

Unenge svarade att eleverna inte behövde lära sig någon traditionell algoritmräkning, genom att hänvisa till ett resultat[2] där elever som inte fått lära sig algoritmräkning löste en mängd uppgifter på ”kreativa, listiga, speciella och generella” (Unenge 1989, s. 20) sätt. Unenge påstod att detta visade på en matematisk medvetenhet där eleverna istället för att fråga ”Hur ska jag göra?” eller påstod att ”Jag har glömt bort hur man gjorde”, i stället frågade ”Hur kan jag göra?” (Unenge 1989, s. 21).

Mellin-Olsen (1989) införde nya begrepp som standardalgoritmer och elevernas privata algoritmer, och ansåg att det var viktigt att skilja dessa åt. Elevernas egna algoritmer var viktiga att ta hänsyn till vid undervisningen, eftersom de var fungerande verktyg för eleverna. Men Mellin-Olsen ansåg även att det var viktigt att ställa elevernas privata algoritmer mot standardalgoritmerna, och låta eleverna själva avgöra vilka som var mest användbara.

Först 2006, 17 år senare, togs debatten upp igen. Johansson belyste algoritmräkning ur ett historiskt perspektiv och menade vidare att den nya decentraliserade målstyrningen [Lpo 94 och Kursplan i matematik] ställde andra krav på lärare, elever, föräldrar och samhälle (Johansson 2006) och därför borde algoritmernas vara eller icke vara diskuteras igen.

Johansson hänvisade också till ett möte i USA där ledande matematiker och matematikdidaktiker diskuterade algoritmer och där de enades om följande:

> Learning algorithms: Students should be able to use basic algorithms of whole number arithmetic fluently, and they should understand how and why the algorithms work.
> (Johansson 2006, s. 31.)

Hedrén stödde Unenge i debatten och menade, att han i sin forskning (Hedrén 2000), visat på att eleverna lärde sig mer matematik genom att konstruera egna räknemetoder, än av lärarens undervisning i algoritmer. Debattören ansåg att den centrala frågan i debatten borde vara vad eleverna skall lära sig under matematiklektionerna, ”är det matematik eller räkning” (Hedrén 2006, s. 52). [Hedrén avled i april 2006.]

[2] Unenge har fått följa en lärares kurs i matematikdidaktik, där han hämtat ovan nämnda resultat. Försöket att slopa algoritmer fortsatte i ALM-projektet (Alternativ lärogång i matematik).

2.9 Kunskapsformer

Enligt Lpo 94 (Skolverket 2006), ingår det i skolans uppdrag att skapa lärande som ger eleverna olika kunskapsformer – de fyra F:en: Fakta, Förståelse, Färdighet och Förtrogenhet. Det framkommer inte i styrdokumenten hur dessa kunskapsformer skall definieras. Vi sammanfattar Lärarkommitténs betänkande (Skolverket 2002a):

- Fakta likställs med information, regler och konventioner. Kunskapen kan vara både ytlig och djup och är av kvantitativ karaktär.
- Förståelse är detsamma som att begripa, att uppfatta mening eller innebörd och se strukturer i ett fenomen. Kunskapen är av kvalitativ karaktär.

Fakta och förståelse hör ihop och utesluter inte varandra, de anses som teoretiska kunskapsformer. ”Det är fakta, som vi med förståelse försöker se en mening i”, vilket är detsamma som att fakta är förståelsens byggstenar (s. 32).

- Färdighet är en praktisk kunskapsform; när vi vet hur något skall utföras och vi kan utföra det. ”Matematiska färdigheter omfattar t.ex. en för-måga att utföra tankeoperationer” (s. 33).
- Förtrogenhet kallas även för tyst kunskap, vilket innebär att vi kan använda tidigare erfarenheter och nyvunna kunskaper i nya situationer.

Vi använder oss av ovanstående definitioner av de olika kunskapsformerna i vår uppsats och jämställer orden *förstår* och *kan* med förståelse respektive färdighet och förtrogenhet.

3 Metod

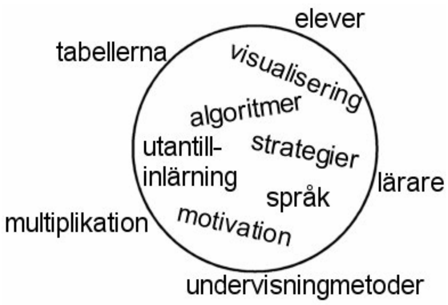
Målet med vår undersökning var att få ett helhetsperspektiv på elevernas förståelse, färdighet och förtrogenhet i räknesättet multiplikation och tabellerna. I vilken utsträckning de kunde förstå och kommunicera det abstrakta symbolspråket och hur de kunde synliggöra sina tankar.

För att få ytterligare perspektiv på elevernas kunskaper i multiplikation intervjuade vi elevernas matematiklärare för att se om det fanns något samband mellan elevernas kunskaper och lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation.

3.1 Undersökningsmetod – kvalitativ forskning

Vi valde att göra en surveyundersökning i kombination med kvalitativ forskning. Surveyundersökning i det avseende, att vi ville undersöka hur omfattande kunskaper i multiplikation eleverna hade i årskurs 6. Empirin gjordes genom en enkätundersökning, som gav oss möjlighet att intervjua eleverna på samma gång (Denscombe 2000).

Valet av kvalitativ forskning byggde på våra utgångsfrågor och av oss förväntat sätt att analysera materialet. Studien var småskalig, med en begränsad omfattning av informanter som gav oss beskrivande svar på sina tankar. Ämnet var begränsat, vi undersökte det i sin kontext och vi avsåg att skapa oss en helhetsbild av elever – lärare – multiplikation – tabellerna, se figur 3. (Denscombe 2000.)



Figur 3. Helhetsbild av våra tankar kring undersökningen.

I direkt anslutning till elevundersökningen, intervjuade vi elevernas matematiklärare. Detta för att se om lärarens inställning till och undervisning i multiplikation påverkade elevernas kunskaper (Patel & Davidson 2003).

Vi utgick inte från att pröva några teorier i undersökningen, istället jämförde vi teorierna med analyserna. Resultaten skapade nya frågeställningar som vi reflekterade över och utvärderade.

> Kvalitativ forskning bygger ofta på idén att teorierna och metoderna kommer att framträda under forskningens gång – och att de således inte ska slås fast redan från början. Teorierna kan utvecklas och prövas som en del av den pågående processen.
> (Denscombe 2000, s. 207.)

3.2 Urval

Eleverna, som ingick i studien, gick i årskurs 6 och representerade tre olika klasser. Arton elever, nio pojkar och nio flickor ingick i undersökningen.

På skola MS I, i mellersta Skåne, gick eleverna A-H med gemensam klasslärare 1 som undervisat eleverna i matematik under hela mellanstadiet. Eleverna E-H undervisades av lärare 2 första terminen av årskurs 6 i en mindre matematikgrupp, då eleverna inte nådde målen i matematik för årskurs 5.

Skola MS I								Skola MS II				Skola NÖ					
A	B	C	D	E*	F*	G*	H*	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
fl	p	fl	p	fl	fl	p	fl	p	p	p	fl	fl	fl	fl	p	p	p
Lärare 1				Lärare 2				Lärare 3				Lärare 4					

Figur4. Undersökningsurval.
A-R motsvarar elever. fl=flicka, p=pojke. * Innebär att eleverna inte nådde målen i matematik för årskurs 5. Lärare 1 undervisade eleverna E-H i årskurs 4 och 5 och lärare 2 undervisade dem under höstterminen 2006.

Skola MS II var också belägen i mellersta Skåne, men i en annan kommun. Lärare 3 var klasslärare och undervisade eleverna I-L i matematik. Lärare 4 arbetade på skola NÖ och undervisade eleverna M-R i matematik. Skolan var belägen i nordöstra Skåne.

Deltagandet var frivilligt från elevernas och lärarnas sida, så till vida, att det var ett obligatorium för de intervjuade elevernas matematikundervisande lärare att ingå i empirin. För att kunna finna eventuella samband mellan elevers kunskaper och lärares inställning till och undervisning i multiplikation, ansåg vi, att det var viktigt att den lärare som undervisade och undervisat eleverna under större delen av deras utbildning i mellanstadiet, ingick i empirin.

3.3 Enkäter och intervjuer

För att kunna framställa enkäter för elevintervjuerna, som garanterade en allsidig kunskapssyn utifrån vår nuvarande utbildning och våra erfarenheter, studerade vi kursplanerna i matematik (Skolverket 2002b) och Lpo 94 (Skolverket 2006) samt aktuell forskning. I utformandet av enkäterna tog vi fasta på följande: ”För att framgångsrikt kunna utöva matematik krävs en balans mellan kreativa, problemlösande aktiviteter och kunskaper om matematikens begrepp, metoder och uttrycksformer” (Skolverket 2002b, s. 28) och ”läraren skall utgå från varje enskild individs behov, förutsättningar, erfarenheter och tänkande” (Skolverket 2006, s. 12).

Vår intention var att enkäten i möjligaste mån skulle bestå av så kallade öppna frågor, det vill säga, eleverna skulle inte känna att svaren de gav var antingen rätt eller fel. Frågorna skulle ge dem möjlighet att utgå från sina tankar och sina kunskaper och det var den enskilde elevens tankeprocess som var intressant för oss. Enkäten finns som bilaga 1.

Vi lät eleverna själva fylla i frågorna A-K i enkäten. Uppgifterna 1 – 19 tryckte vi upp i form av arbetskort, i A5-format, med en uppgift på varje kort. Eleverna fick anteckna och rita som de ville på dessa arbetskort och vi antecknade elevernas svar, förklaringar och tankar i enkäten. Eleverna hade tillgång till miniräknare under hela undersökningen, samma miniräknare som de hade tillgång till under lektionerna.

Uppgifterna 1, 2 och 3 samt uppgiften 9 ställde vi först som muntliga frågor, utan att eleverna fick se arbetskorten. Det gav oss möjlighet att undersöka om de förstod det matematiska språket. Därefter lät vi dem titta på arbetskorten och på så vis kunde vi jämföra om det fanns något samband mellan att endast höra, eller att se och höra en uppgift.

I lärarintervjuerna utgick vi från på förhand formulerade öppna frågor, och vi lät lärarna styra samtalen i möjligaste mån, se bilaga 2.

3.4 Noggrannhet och trovärdighet

Två lärare ville inte att samtalen skulle bandas, och därför valde vi att föra fältanteckningar under samtliga intervjuer. För att säkerställa noggrannheten vid transkriberingen, har lärarna godkänt dessa efter genomläsning, se bilagorna 3-6.

Elevenkäten testades av tre elever från årskurs 5 och eleverna representerade en skola som inte deltog i studien. Vi tog hänsyn till testelevernas kritik och gjorde de förändringar som vi ansåg var viktiga för studiens syfte.

Nackdelarna med en kvalitativ analys är att den är liten, och därför kan inte undersökningen anses vara representativ för skolan, kommunen eller landet, utan endast för vår studie. Det finns också en risk att undersökningens resultat blivit alltför förenklad, vilket vi har försökt undvika genom att jämföra våra resultat mot pågående forskning så långt det varit möjligt. En annan negativ faktor, som ofta påpekas vid kvalitativ analys, är objektiviteten. Tolkningen är alltid kopplad till forskaren – och vi måste acceptera att läsaren kan komma fram till andra slutsatser (Denscombe 2000).

3.5 Etiska överväganden

Lärarna var informerade om studiens mål och syfte, medan eleverna i studien var informerade om att undersökningen gällde matematik. Vi valde att göra på detta sätt, då vi ville att eleverna skulle använda de räknesätt som var mest naturligt för dem, efter deras förmåga.

Eleverna var också införstådda med att de när som helst kunde avbryta deltagandet, utan att behöva ange orsak. Alla informanter är garanterade anonymitet i undersökningen. De tillstånd som behövts för empirin, har vi erhållit av respektive klasslärare i samband med förfrågan om deltagande i undersökningen. Det fanns sedan tidigare, generella tillstånd från föräldrarna på skolorna som även gällde för lärarstuderande.

I textuppgifterna upptäckte vi två elever, A och C, med lässvårigheter. Dessa fick uppgifterna upplästa för sig. De hade inga problem med att ta ut fakta, för att kunna lösa uppgifterna eller göra beräkningarna. Redan i inledningen av undersökningen sa elev A, att hon var sämst på lästal [textuppgifter].

3.6 Problemprecisering

- Förstår eleverna vad multiplikation är och kan de tabellerna?
- Vilken inställning har lärarna till multiplikation och tabellerna?
- Påverkar lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation elevernas kunskaper?

4 Resultat och analys

Under följande kapitel presenterar vi analysen av elevenkäternas resultat, bilaga 7, samt lärarintervjuerna, bilagorna 3-6. I analysen utgår vi från följande frågor:

- Förstår eleverna vad multiplikation är och kan de tabellerna?
- Vilken inställning har lärarna till multiplikation och tabellerna?
- Påverkar lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation elevernas kunskaper?

4.1 Förstår och kan eleverna multiplikation?

4.1.1 Multiplikation och tabellerna

Analys av uppgifterna H, I, J, 4 och 15

I undersökningen lät vi eleverna själva fylla i följande frågor. De kryssade i de tabeller som de ansåg att de behärskade helt eller nästan helt.

H. Tycker du att du kan multiplikationstabellerna?

ja		B					G						M	N		P	Q	
nej											K							
sådär	A		C	D	E	F		H	I	J		L			O			R

I. Vilka tabeller känner du dig säker på och använder du när du multiplicerar?

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
A.	X	X			X				X*	X
B.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
C.	X	X	X	X	X					X
D.	X	X	X	X	X				X	X
E.	X	X			X		X	X		X
F.	X	X	X		X			X	X*	X
G.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
H.	X	X	X	X	X	X	X		X	X
I.	X	X	X	X	X				X	X
J.	X	X	X	X	X	X			X	X
K.	X	X			X				X*	X
L.	X	X	X	X	X				X*	X
M.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
N.	X	X	X	X	X	X	X		X	X
O.	X	X			X				X	X
P.	X	X	X	X	X	X	X		X	X
Q.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
R.	X	X	X		X				X	X

Figur 5. Uppgifterna H och I är kopierade från bilaga 7. * Eleverna uppger att de använder fingerknep.

Alla eleverna ansåg att de kunde tabellerna 1, 2, 5 och 10. Många kunde också 9:ans tabell, men med hjälp av fingrarna [fingerknep]. Därefter följde tabell 3 och 4, samt tabellerna 6, 7 och 8 [svåra hörnan] som knappt hälften ansåg sig kunna. Eleverna uppgav att de även kunde tabellerna 11, 100 och 1000. Flera elever kunde ytterligare tabeller mellan 100 och 1000.

Vi testade elevernas tabellkunskaper och jämförde dem med deras egna svar. Vi fann att de kunde tabellerna bättre än de själva trodde. Elev K sa att ”8:ans tabell är omöjlig!” och hoppade över alla tal med faktor, multiplikator, 8. Efter avslutat test ändrade vi talen så att multiplikanden istället bestod av talet 8 och frågade eleven vad 4 · 8 är. Svaret kom snabbt, ”32”. ”Vad är 7 · 8?” Återigen kom svaret snabbt, ”56”. ”Vad är 8 · 8?” Blixtsnabbt fick vi svaret ”Kan inte!”. ”Vet du vad 5 · 8 är och 3 · 8 är?” ”Ja, det är väl 40 och 18, nej jag menar 24. Då blir ju 8 · 8, 64!”. Elevens tolkning var att multiplikatorn indikerade 8:ans tabell.

Lärare 1 sa i intervjun, att eleverna E, F, G och H ”inte ens kan multiplikations-tabellerna, i alla fall inte den svåra hörnan” [tabellerna 6-9], vilket dessa elever mot-bevisade i undersökningen. Eleverna var lika duktiga som de övriga.

Många elever använde fingerknep, för att lösa 9:ans tabell. Det var genomgående för eleverna A-L i hela undersökningen.

Då eleverna fick uppgiften att fylla i de tal som saknades i olika divisioner (se uppgift 15), konstaterade eleverna A-D snabbt, att det var multiplikation baklänges. Be-tydligt fler elever använde sig av fingerknep och antalshopp som hjälp vid division än multiplikation, och testet tog betydligt längre tid. Elev M kommenterade att hon behövde träna mer på division och elev R sa spontant: ”Åh, vad länge sedan!”.

4.1.2 Strategier vid huvudräkning och överslagberäkning

Analys av uppgifterna 11, 12, 13, 14, 16 och 17.

Många elever kunde hantera flera olika strategier, och några förstod när en strategi passade bättre än en annan. Det var vanligt att eleverna använde sig av strategierna utantillinlärt, upprepad addition, antalshopp och hybridstrategi. Eleverna använde sig även av distributiva lagen och faktorisering av termer. Vi fann följande strategier då eleverna beräknade 15 · 5.

- 10 · 5 + 5 · 5 → 50 + 25 = 75, distributiva lagen, (eleverna A, B, D, G, I, K och O)

- $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 75$ additionsräkning (eleverna C, F och R)
- $15 + 15 + 30 + 15 = 75$ additionsräkning (eleverna J, L och M)
- $10 \cdot 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 75$ additionsräkning med antalshopp (elev E)
- $2 \cdot 15 + 2 \cdot 15 \rightarrow 30 + 30 \rightarrow 60 + 15 = 75$ hybrid räkning (elev P)
- $15 = 3 \cdot 5 \rightarrow 3 \cdot 5 \cdot 5 \rightarrow 5 \cdot 5 \rightarrow 25 \cdot 3 = 75$ faktorisering (elev H)
- $(10 \cdot 15) / 2 = 75$ (elev Q)

När eleverna skulle beräkna $18 \cdot 6$ sågs en större osäkerhet hos eleverna, endast hälften av eleverna nådde ett godtagbart resultat. Två elever använde sig av distributiva lagen med subtraktion, istället för addition.

- $(20 \cdot 6) - (2 \cdot 6) = 108$ (eleverna B och P)

I uppgift 11 fick eleverna göra en enkel överslagsberäkning i multiplikation med öresavrundning till heltal. Eleverna kunde sin multiplikation men behärskade inte avrundning. Fem elever avrundade 6,90 till 6 och därmed blev svaret fel. Elev O valde att räkna ut det exakta beloppet med hybridstrategin: ”360. Det blir 30. Nej, vänta jag är inte färdig. 27,60. Jag tänker så det står still i hjärnan. 90 + 90 = 180, 180 + 180 = 360, 6 · 4 = 24, 3 + 24 = 27, 27 + 60 = 27,60.” Eleven höll isär kronor och ören i huvudet och gjorde en lång beräkning och belastade arbetsminnet hårt.

4.1.3 Standardalgoritmer

Analys av uppgifterna 16 och 17.

Med standardalgoritm menar vi en traditionell uppställning, vilket gäller alla de fyra räknesätten.

I uppgifterna 16-17 skulle eleverna beräkna talen med hjälp av huvudräkning, och därefter kontrollera resultaten. Framförallt eleverna A-H, visade stora svårigheter med att utföra standardalgoritmer. Eleverna A, C, E och H kunde göra en uppställning, men de visste inte hur de skulle utföra beräkningen och behövde hjälp i varje steg. Elev A använde sig av en uppställningsalgoritm även vid huvudräkning, men fick då ofta fel resultat.

Eleverna M-R tog gärna miniräknaren till hjälp, dels för att kontrollräkna resultaten, dels som ersättning för huvudräkningen. Däremot valde eleverna N och R, att lösa uppgiften 17 med en algoritm. Dock gör elev R ett mindre summeringsfel. Ingen av eleverna I-L kontrollerade resultatet med en uppställning. I de fall de valde att kontrollera resultatet valde de miniräknaren. Eleverna A-H avstod från att använda miniräknaren. De var inte ”säkra” på hur de skulle hantera den. ”Vi använder den inte så ofta”, sa elev D

4.1.4 Matematisk språkmedvetenhet

Analys av uppgift F, 1, 3, 9 och 10.

Eleverna ombads att skriva upp de fyra räknesätten i uppgift F och variationen i svaren var stor. Eleverna A-L kombinerade vardagsspråk med matematikspråk, det vill säga, de blandade uttrycken plus, minus, gånger, delat med tillsammans med addition, subtraktion, multiplikation och division. Eleverna B, D och Q svarade på ett korrekt matematiskt språk. Eleverna M-R, förutom Q, använde sig enbart av vardagsspråk. Eleverna O och P kallade division för bråk.

Eleverna tillfrågades i uppgift 1, vad produkten av faktorerna 3 och 5 är. Fem elever klarade uppgiften (B, D, G, P och Q). I uppgift 2 blandade vi vardagsspråk med matematikspråk och frågade: ”Om du multiplicerar talen 3 och 5, vad är produkten?” Nu var det endast fyra elever som inte kunde svara, varav flicka N säger att hon är ”skitdålig på matte!”. ”Om du gångar/gångrar talet 6 med 3, vad är svaret?”, löd uppgift 3. Alla eleverna svarade rätt.

Uppgifterna 9 och 10 var lika, men med olika svårighetsgrader. Uppgift 9 var abstrakt, eller som en vanlig läromedelsuppgift kan vara konstruerad: ”Vad är $0{,}5 \cdot 8$?”. Eleverna N och Q tolkade 0,5 till en halv, ”hälften av åtta är fyra”. Bäst resultat visade eleverna M-R, medan eleverna E-G och I-L var betydligt sämre. Det var endast elev J som klarade uppgiften i grupp I-L. I övrigt var det stor tveksamhet och många elever gissade, och gissade fel svar.

Några elever visade på ytterligare strategier när de hanterade decimaltecknet, men de använde ordet komma istället. $5 \cdot 8 = 40$ flytta kommat 1 steg = 4,0 (eleverna B, D och O).

Uppgift 10 var en textuppgift: ”Hur mycket kostar ½ kg äpple om de kostar 8 kr/kg?”. Det var betydligt fler som klarade uppgiften, men fortfarande hade eleverna E-H stora problem. Först när vi förklarade vad ½ betyder, klarade de uppgiften.

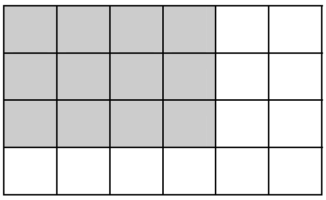
Eleverna fick jämföra uppgifterna. De såg och förstod då att det var samma tal som skulle beräknas. Eleverna tyckte att uppgift 10 var lättast.

4.1.5 Multiplikation ur ett rutigt perspektiv

Analys av uppgifterna 5, 6, 7 och 8.

Då eleverna uppmanades att rita en bild till en multiplikation, uppgift 5, blev många elever osäkra och tvekade. Flera elever ritade följande bild ▲▲▲· O O O O O där symbolerna varierade. Endast sju elever, därav eleverna I-L, ritade bilder som vi kunde godkänna.

I uppgift 6 frågades vilken multiplikation bilden föreställde.



Figur 6. ”Bilden föreställer en multiplikation. Vilken?”

Eleverna gav följande svar, där de två sista svaren inte godkändes.

- 4 · 3 (svaret avsåg den skuggade delen)
- 2 · 12 (svaret avsåg 2 olika områden om 12 rutor, 12 vita rutor och 12 skuggade rutor)
- 4 · 6 (svaret avsåg antal vågräta rader · antalet lodräta kolumner)
- 6 · 8 (svaret avsåg raden med de nedersta vita rutorna · de två yttersta kolumnernas rutor (= 48))
- 12 · 12 (svaret avsåg 12 vita · 12 skuggade rutor (=144))

Frågan var öppen för flera svarsalternativ; att 12 · 12 liksom 6 · 8 var ett orimligt svar insåg inte eleverna.

I uppgift 7 skulle eleverna själva rita in multiplikationen 7 · 5 i ett rutsystem med 10x10 rutor. De av eleverna som klarade uppgiften, knappt hälften, var säkra på hur de skulle gå till väga, och några få elever kände igen arbetssättet. En elev kopplade uppgiften till arbetet med area. Eleverna E-H var markant sämre än de övriga eleverna på att visualisera multiplikation.

Uppgift 8 gick ut på att färglägga 4 · 6 i ett mindre rutnät, 6x6 rutor. Här var eleverna hjälpta av att faktorn 6 var given i rutverket. Eleverna resonerade på samma sätt som i uppgift 7, och resultatet blev detsamma.

4.2 Lärarnas inställning till multiplikation och tabellerna

”Ungarna måste kunna dem utantill, både framlänges och baklänges”, sa lärare 2 och de övriga lärarna delade hennes inställning. Eleverna skall nöta in tabellerna, enligt lärare 4. Lärare 1 var ambivalent om vad som var viktigt kring tabellerna.

> Multiplikationstabellerna skall de kunna. Jag menar att de är inte lika viktiga som att ha förståelsen för dem, det är viktigare. Men de ska kunna tabellerna ändå för det underlättar för dem i framtiden om de kan dem. Nu pratar jag nästan emot mig själv! Jo, multiplikationstabellerna är superviktiga att kunna och jag tror att nästan alla kan lära sig om de bara arbetar med dem och vill lära sig. (Lärare 1, bilaga 3, s. 61.)

Även lärare 3 och 4 ansåg att multiplikationens uppbyggnad var viktig att ha förståelse för, det vill säga att upprepad addition ger multiplikation. Lärare 3 tyckte också att det var viktigt att eleverna hade en förståelse för *när* och *hur* de skall använda räknesättet.

Lärarna betonade flera gånger att tabellerna är en investering för elevernas framtid som vuxna, för att klara av fortsatta studier och sitt vardagsliv.

4.3 Hur arbetar lärarna med eleverna i multiplikation?

4.3.1 Lärare 1 – undervisade eleverna A, B, C och D

Bilaga 3.

Lärare 1 undervisade eleverna E-H i matematik i årskurs 4 och 5.

Eleverna introducerades i multiplikation i årskurs 2 eller 3 med hjälp av upprepad addition. Utantillinlärningen av tabellerna startade i årskurs 3, och skedde oftast i form av läxor tillsammans med tabelltest på tid, 1 gång per vecka. Testet innebar, enligt läraren [samtal 2006.12.03], att eleverna hade begränsad tid per tal, vilket skulle visa på en automatisering av tabellerna. Detta arbetssätt pågår mer eller mindre regelbundet tills eleverna slutar årskurs 6.

Läraren ansåg att det var svårt att utgå från elevernas egna erfarenheter och vardag, vilket innebar att läromedlet styrde multiplikationsarbetet i stor utsträckning. För eleverna innebar det också mycket individuellt arbete. Läraren försökte dock att ha gemensamma genomgångar med eleverna, där de aktivt deltog med att visa och berätta hur de gjorde och tänkte. ”Matte går av gammal vana liksom”.

4.3.2 Lärare 2 – undervisade eleverna E, F, G och H

Bilaga 4.

Lärare 2 arbetade med en mindre matematikgrupp där eleverna inte klarade målen i matematik för årskurs 5. Hon följde klasslärare 1:s önskemål om matematikinnehåll och det läromedel övriga klassen arbetade med. Läraren ville gärna arbeta med konkret och laborativt material samt uppgifter som skapar diskussioner. Hon tyckte det var bra att arbeta med multiplikation och division parallellt då eleverna kan se att räknesätten hör ihop. Läraren arbetade också med regelbunden tabellträning och test.

”Det är traditionerna som styr vad ungarna ska kunna och hur de ska räkna”, ansåg lärare 2. Hon tyckte det var bra att eleverna inte behövde träna så mycket på algoritmer längre, utan att det blev mer huvudräkning istället.

4.3.3 Lärare 3 – undervisade eleverna I, J, K och L

Bilaga 5.

Lärare 3 ville arbeta med alla räknesätten parallellt från tidig ålder. Hon ansåg att matematik skall ämnesintegreras, då det är lättare att utgå från elevernas vardag och erfarenheter, närmsta omgivning. Hon menade att detta arbetssätt ger eleverna möjlighet att starta med multiplikation och tabellerna när de är mogna för det. Däremot arbetade hon inte så på sin nuvarande arbetsplats, utan de startade med tabellträningen i årskurs 2 eller 3, i form av läxa och test en gång per vecka. Eleverna repeterade tabellerna på detta vis upp till och med årskurs 6. Hon tyckte inte om arbetssättet och menade att om

> [...] eleverna inte har lärt sig tabellerna efter första året, så är det inte mycket lönt att fortsätta traggla dem, utan som pedagog får man reflektera över varför några elever inte kan lära sig tabellerna utantill.
> (s. 69.)

På lärarens förra arbetsplats undersökte eleverna de mönster som tabellerna bildar, men även hur tabellerna kan delas. I fjärde klass introducerades area, och läraren ansåg att arbetet med multiplikation och area visualiserade tabellerna. Hon menade att de elever som inte förstått multiplikationens uppbyggnad tidigare, brukade göra det i detta skede. Läraren ville inte lära eleverna att antalshoppa då eleverna kunde bli ”fast i det tänket”, men ansåg att det är viktigt att arbeta med större tal som tio-, hundra- och tusental i multi-plikation.

4.3.4 Lärare 4 – undervisade eleverna M, N, O, P, Q och R

Bilaga 6.

Lärare 4 introducerade multiplikation i årskurs 2 genom att jämföra addition och multiplikation, det vill säga upprepad addition. Hon arbetade laborativt och lärde eleverna antalshoppa *innan* de startade tabellträningen. Eleverna lärde sig dubblorna, det vill säga 2:ans tabell, då läraren ansåg att det hjälpte eleverna längre fram i lärandet av mer avancerade tal. Hon arbetade också med rutmönster, både i multiplikation och i division. Eleverna fick också lära sig fingerknep. Läraren antydde att hon arbetade med kommutativa lagen i samband med att eleverna hade svårt för 8:ans tabell: ”Många tänker inte på att de kan vända talen $5 \cdot 8 = 8 \cdot 5$. Då hade de klarat det”. Hon ville även att eleverna skulle rita för att förstå, och var positivt inställd till att använde miniräknare som hjälpmedel.

Läraren arbetade med tabelltester på tid och lät eleverna på så vis utmana sig själva.

> För vissa elever kan inlärningen av multiplikationstabellen handla om mognad, att kunskapen får ligga och mogna till sig och senare kommer en aha-upplevelse. Det kan dröja år och man kan inte provocera fram kunska-perna.
> (s. 74.)

4.4 Lärarnas syn på sin utbildning och kompetensutveckling

Lärare 1 var nöjd med sin lärarutbildning och ansåg att hon fått en bra basutbildning med mycket metodikundervisning i matematik. Hon önskade sig mer kompetens-utveckling i form av didaktisk utbildning, och verktyg för att kunna utvärdera sitt arbete med eleverna.

> Den här intervjun ger mig en kick framåt för du ställer frågor som jag inte vet vad jag ska svara på, men som jag borde ha tagit ställning till för längesedan.
> (Bilaga 3, s. 64.)

Lärare 2 tyckte att hennes utbildning var bra med mycket praktik, och tyckte samtidigt att dagens lärare har för lite praktik och undervisningsmetodik med sig ut i yrkeslivet. Hon menade att utbildningen är för teoretisk och att verkligheten ser annorlunda ut. Läraren har varit aktiv i sin kompetensutveckling, vilket har resulterat i att hon vågat ifrågasätta och byta läromedel.

Lärare 3 ansåg att hennes utbildning var bra jämfört med de nya lärarna, som har för lite erfarenhet med sig ut i verksamheten. Hon saknade kontinuerlig kompetensutveckling, då det sker så stora förändringar i samhället idag att andra kunskaper efterfrågas.

> Utbildning är alltid utvecklande, även för oss lärare ... eller jag ska kanske säga speciellt för oss lärare. Vi ska ju helst ligga steget före så att eleverna inte ligger steget efter. Kan man säga så?
> (Bilaga 5, s. 71.)

Lärare 4 ansåg att hon hade fått en bra utbildning, men saknade matematik på folkskollärarseminariet. Hon hade mycket arbetslivserfarenhet och har varit matematikansvarig på sin arbetsplats. Utbytet med andra matematikansvariga lärare i kommunen och med lärare från högskolorna i Malmö och Kristianstad, såg hon som positiva erfarenheter.

4.5 Sammanfattning

4.5.1 Förstår eleverna vad multiplikation är och kan de tabellerna?

Trots att eleverna visade att de inte till fullo behärskade rutmönstermetoden, inte lärt sig kommutativa lagen eller faktorernas positioner, och trots att många elever visade stora kunskapsbrister i standardalgoritmer, anser vi att eleverna i undersökningen visar förståelse, färdighet och förtrogenhet för multiplikation och tabellerna. En del av de uppräknade bristerna uppvägs av andra kunskaper, såsom deras färdighet i att välja väl fungerande strategier för de olika uppgifterna i enkäten. Även deras förmåga att kombinera olika räknesätt vid huvudräkning, samt deras snabbhet och säkerhet, visar på att eleverna har automatiserat tabellerna och algoritmerna i långtidsminnet. Vi anser att de flesta eleverna, med några få undantag, har ett djupinriktat lärande.

4.5.2 Vilken inställning har lärarna till multiplikation och hur undervisar de?

Lärarna var ense om att det var multiplikationens uppbyggnad och utantillinlärning av tabellerna som var viktiga baskunskaper för eleverna. Det fanns även en stark åsikt om att kunskaperna skall täcka ett framtida behov hos eleverna, vilket innebär kunskaper för fortsatta studier, men också vardagspraktiska matematiska kunskapsbehov, då eleverna blir vuxna.

Gemensamt för lärarna var, att de arbetade med traggelmetoden som startades redan i årskurs 2 eller 3 i läxform, följt av olika tester. Det innebar i de flesta fall ett individuellt arbete med utgångspunkt i läromedlen. Ett individuellt arbete i den mening, att eleverna arbetade själva i sina läromedel och inte en individuellt anpassad lärandeprocess.

Lärarna arbetade alla olika och fokuserade på olika aspekter i undervisningen, bland annat elevernas egna aktiva deltagande, att multiplikationen bygger på upprepad addition, parallellt arbete med räknesätten multiplikation och division, huvudräkning, laborativt arbete, antalshopp, fingerknep, rutmönster och kommutativa lagen.

4.5.3 Påverkar lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation elevernas kunskaper?

I undersökningen finner vi inga *bevisbara* samband mellan elevernas kunskaper och lärarnas inställningar till och undervisning i multiplikation. När det gällde att lära eleverna tabellerna utantill använde sig alla lärarna av traggelmetoden, läxor och tester. Flertalet av eleverna kunde alla, eller nästan alla, tabellerna, men vi kan inte säga med hjälp av undersökningen, att dessa kunskaper beror på lärarnas sätt att undervisa.

Vi såg ett tydligare samband mellan de lärare som sa att de lärde eleverna 9:ans tabell med hjälp av fingerknepsmetoden, och de elever som använde sig av metoden i praktiken. Eleverna använde sig nästan uteslutande av denna metod både i multiplikation och i division.

Eleverna M-R visade ett bättre resultat än de övriga eleverna i undersökningen när det gällde att arbeta med rutmönster, vilket stämmer med lärare 4:s undervisning. Trots detta visade samma elever att de inte såg sambandet mellan division och multiplikation, vilket övriga elever gjorde som inte arbetat med rutmönstermetoden. Lärare 4 ansåg att miniräknaren är ett naturligt hjälpmedel för eleverna, vilket vi kan se hos eleverna då de på ett säkert och naturligt sätt tog hjälp av redskapet för att kontrollera sin huvudräkning.

Lärare 1 sa att hon arbetade mycket med strategier och att hon lät eleverna aktivt delta med sina egna tankar och ord i undervisningen, vilket vi också uppmärksammade under vår enkätintervju med eleverna A-H; eleverna kunde redogöra för sina tankeoperationer och motiverade dem på ett klart och tydligt sätt, och de var mycket säkra då de använde sina individuella algoritmer. Lärare 2 ansåg att det var viktigare att eleverna kunde huvudräkning än algoritmer. Eleverna A-H visade stora brister i standardalgoritmräkning.

Vi såg ett starkt samband mellan lärarnas undervisning i och inställning till multiplikation, och deras åsikt om att matematik ”går av gammal vana” och att det är traditioner som styr undervisningen i ämnet. Mycket lite har förändrats i undervisningen sedan vi själva gick i skolan och fick lära oss multiplikation.

5 Diskussion

Redan inledningsvis valde vi att fokusera på olika fenomen i elevernas lärandeprocess, företeelser som vi ansåg var viktiga för eleverna för att de skall kunna skapa förståelse, färdighet och förtrogenhet för multiplikation och tabellerna. Givetvis är lärandet komplext och bildar en helhet, men för att underlätta för läsaren har vi valt att diskutera de olika aspekterna under huvudfrågorna enligt följande:

- Förstår eleverna vad multiplikation är och kan de tabellerna?
  - grundläggande arbete i multiplikation
  - automatisering av tabellerna
  - abstraktion och matematikspråk
- Vilken inställning har lärarna till multiplikation och hur undervisar de?
  - utantillinlärning med hjälp av traggelmetoden
  - strategier och algoritmer
  - motivation
- Påverkar lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation elevernas kunskaper?

Därefter följer vi upp vårt syfte med undersökningen och diskuterar det mot vår utbildning och blivande profession. Vi avslutar kapitlet med att reflektera över undersökningsmetoden och hur den kan ha påverkat resultatet.

5.1 Förstår eleverna vad multiplikation är och kan de tabellerna?

5.1.1 Visuellt grundläggande arbete

Många elever hade svårt för att visualisera multiplikation och de ansåg att bilduppgiften var svårast i undersökningen. Vi vet av egna erfarenheter, att eleverna tidigt startar med bildövningar i olika former, både att rita och att tolka multiplikationsbilder. Tyvärr ser vi också, att detta arbetssätt försvinner snabbt ur utbildningen och ersätts med att räkna.

Enligt Furness (2001) och Unenge m.fl. (2005) innebär det visuella arbetet, i detta fall rutmönstermetoden, att eleverna skall skapa sig en förståelse för multiplikationens och tabellernas uppbyggnad. Som vi ser det, är rutmönstermetoden viktig att införa tidigt i skolarbetet, redan då eleverna arbetar med addition. Metoden ger eleverna en förståelse för sambandet mellan tecknet lika med (=) och kommutativa lagen, vilket enligt Löwing och Kilborn (2002), underlättar för eleverna vid tabellinlärningen; det är lätt att se att antalet rutor blir desamma, oavsett vilket håll rutorna räknas på. I undersökningen kunde vi inte se att eleverna använde sig av kommutativa lagen när de löste räkneuppgifterna, däremot fick elev K en aha-upplevelse och lärde sig något nytt. Vi funderade på om detta kan bero på otydlighet från lärarens sida, där läraren inte använder ordet kommutativa lagen och visar på lagens användbarhet i multiplikation, men även i addition. När eleverna blir äldre blir förståelsen för lagen viktig i andra matematiska sammanhang, till exempel vid lösning av ekvationer Vi undrade även om läraren är tillräckligt klar över kommutativa lagens betydelse för lärandet av tabellerna.

5.1.2 Kommutativa lagen, multiplikand och multiplikator

För eleverna är det viktigt att förstå hur kommutativa lagen fungerar då de lär sig tabellerna utantill, anser vi. Det reducerar antalet talkombinationer betydligt. Likaså reduceras den svåra hörnan [tabellerna 6-9] till färre tal om eleverna har förtrogenhet för tecknet lika med. Om vi tänker oss att eleverna lärt sig till och med 5:ans tabell samt 10:ans tabell, är det ytterligare 16 talkombinationer de skall lära sig, se figur 7.

$6 \cdot 6$	$6 \cdot 7$	$6 \cdot 8$	$6 \cdot 9$
$7 \cdot 6$	$7 \cdot 7$	$7 \cdot 8$	$7 \cdot 9$
$8 \cdot 6$	$8 \cdot 7$	$8 \cdot 8$	$8 \cdot 9$
$9 \cdot 6$	$9 \cdot 7$	$9 \cdot 8$	$9 \cdot 9$

Figur 7. ”Svåra hörnan”.

Har eleverna även lärt sig 9:ans tabell, vilket de flesta eleverna i undersökningen gjort, reduceras svåra hörnan till 9 talkombinationer. Vi inser att kommutativa lagen är *mycket viktig* att lära eleverna tidigt. Kan eleverna även ”tvillingarna”, det vill säga $6 \cdot 6$, $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$ och $9 \cdot 9$, blir det endast 6 kombinationer att träna, vitmarkerade i figur 7.

Hur viktigt blir det då, att eleverna lär sig att $3 \cdot 4$ betyder fyra taget tre gånger, det vill säga multiplikatorns och multiplikandens positioner? Enligt Kilborn och Löwing (2003) blir det viktiga kunskaper då eleverna använder hybridstrategin för att produkten av två olika faktorer skall bli rätt. Det var endast lärare 4 som antydde att hon lärde eleverna faktorernas positioner, men vi fann inga elever i undersökningen som använde denna metod. Vi undrar hur vanligt detta räkneförfarande är.

Kommutativa lagen säger att $3 \cdot 4 = 12$ liksom $4 \cdot 3 = 12$. Visuellt kan eleverna se att det är skillnad på tre pizzor delad i fyra bitar eller fyra pizzor delad i tre bitar. Bitarna blir större respektive mindre, men antalet bitar blir desamma. Om vi då säger att *en* pizza kostar 69 kr blir skillnaden tydligare. Det innebär att multiplikatorns och multiplikandens positioner blir betydelsefulla, det är multiplikanden som styr vilken tabell som avses.

Kan vi lära eleverna båda sätten, eller måste vi ta ställning för eller emot en av metoderna? Om vi ser det ur ett elevperspektiv, räcker det om eleverna förstår hur kommutativa lagen fungerar och har färdighet i att använda regeln? Vi anser att kommutativa lagen underlättar räknandet och tabellinlärningen och ger eleverna en viss matematisk förståelse, medan faktorernas positioner handlar om matematisk medvetenhet och är abstrakt för eleverna.

5.1.3 Automatisering av tabellerna

Eleverna i undersökningen visade att de hade automatiserat de flesta tabellerna, men de ansåg själva, att de var sämre än de var. Det framgick inte av undersökningen varför det var så. Däremot upplevde vi under undersökningen, att några informanter hade ett något sämre självförtroende än de övriga. Trots detta, visade de på ett bra resultat, precis som de övriga eleverna.

Många elever, allt för många enligt oss, använde sig fortfarande av fingerknep i årskurs 6, vilket vi anser visar på, att *alla* tabellerna inte var automatiserade. Det var främst tal där faktorn 9 ingick eller tal som hörde till 9:ans tabell. Om inte eleverna automatiserar även denna tabell innan de når högstadiet, anser vi, att de kan få många problem. Bland annat tar räknandet på fingrarna för lång tid och belastar arbetsminnet för eleverna. Tabellbrister kan även skapa problem vid räknesättet division, eftersom division är multiplikation baklänges. Ännu längre fram i utbildningen kan vi se att eleverna får problem med att till exempel förkorta bråk.

Att automatisera innebär att eleverna lagrar fakta i långtidsminnet (Unenge m.fl. 2005), vilket ger eleverna helt andra möjligheter att reflektera och ifrågasätta det de gör och läser, anser vi. Två elever i undersökningen, löste uppgifterna säkert och snabbt, men ifrågasatte innehållet i några av våra textuppgifter. De behövde inte belasta arbetsminnet med uträkningar, utan de kunde istället koppla uppgifterna till deras egna kunskaper, och pröva dem mot sina egna erfarenheter. Vi anser att det kan vara en positiv effekt av att lagra fakta i långtidsminnet.

5.1.4 Matematik, ett abstrakt och främmande språk

Neuman (1989) anser, att ett för tidigt införande av abstraktion kan vålla problem för många elever, men enligt Ljungblad (2003) kan eleverna ändå vara matematiskt medvetna. Detta fenomen såg vi i undersökningen. Eleverna ansåg att uppgift 10 var lättare, där talet ½ förekom i sin kontext, än i uppgift 9 där uppgiften framstod som abstrakt för eleverna.

Abstraktionsproblemen, som vi såg hos eleverna, kan bero på att lärarna inte använder det matematiska språket i undervisningen, så att det blir en naturlig del av elevernas språk. De elever som visade sig mest förtrogna med språket, var medvetna om att de använde rätt ord vid rätt tillfälle. De använde orden kontinuerligt, och skiftade inte mellan det vi kallar vardagsspråk och matematikspråk. Dessa elever undervisades av lärarna 1 och 2, som ansåg att ett aktivt deltagande från eleverna, där de fick berätta och diskutera mycket, gav eleverna bättre möjligheter att lära sig matematik.

Ytterligare en anledning till abstraktionsproblem kan vara, att grupparbete och diskussioner i matematikundervisningen inte är så vanligt. Lärarna ansåg att eleverna arbetade mycket i matematikböckerna, det vill säga färdighetstränade. Eleverna får då inte möjlighet att pröva orden i sitt sammanhang, de får inte heller möjlighet att bygga upp det självförtroende som behövs, för att våga använda ett främmande språk. Vi vill se mer interaktion mellan eleverna, ur ett sociokulturellt perspektiv, vilket för oss innebär att samspelet mellan gruppen och individen är i fokus. Där interaktion och kommunikation, liksom dialoger mellan elever och lärare - elever är centralt. Det är lärarens skyldighet, att se till att det finns förutsättningar för grupparbete, bland annat genom att anpassa grupperna efter förmågor, och forma uppgifterna så att de blir individuella, anser vi. Både Vygotskij (2001) och Säljö (2005) menar, att elever som får interagera med andra elever, får möjligheter att pröva nya kunskaper mot gamla erfarenheter, och gör den nya kunskapen till sin egen med hjälp av sitt språk. Vad som är viktigt att komma ihåg, anser vi, är att det som är självklart för en individ, inte behöver vara det för en annan. Ett fenomen är abstrakt tills individen har lärt sig så mycket om det, att hon kan sätta egna ord på det. Eleven kan först då utveckla sitt eget språk till det gemensamma matematikspråket.

5.2 Vilken inställning har lärarna till multiplikation och hur undervisar de?

5.2.1 Utantillinlärning ...

Eleverna i undersökningen startade utantillinlärningen tidigt, redan i årskurs 2 eller 3. Ett antal år senare, i årskurs 6, arbetade de fortfarande med tabellerna som hemläxa, vilka sedan testades av i skolan. Vårt intryck av lärarintervjuerna var, att lärarna ansåg att utantillinlärning av tabellerna var det primära, och att visualisering och förståelse för tabellernas uppbyggnad var sekundärt.

Att enbart kunna multiplikationstabellerna utantill, är det samma som att rabbla fakta, anser vi. Marton och Booth (2005) kallar det för ett ytinriktat lärande. Vi anser, att eleverna skall få ett djupinriktat lärande, där eleverna får erövra bilder, skapa sig bilder, om hur multiplikation ser ut. Det är därför viktigt, att eleverna ser det mönster och samband som produkten av olika faktorer skapar, för att förstå hur tabellerna är uppbyggda.

Rockström (2000) säger, att *sista steget* i tabellträningen är utantillinlärningen, vilket visar på och ger en förståelse för multiplikation. Vi håller med henne så till vida, att *om* det är sista steget i multiplikations- och tabellträningen, så bör det bli ett djupinriktat lärande för de flesta elever.

Både lärare 3 och 4 ansåg att inlärningen av tabellerna handlar om mognad och det stämmer väl överens med Piagets (i Malmer 1990) teorier om barns olika utvecklingsstadier. Skall eleverna verkligen behöva träna tabellerna från tidig ålder tills de slutar årskurs 6? Ungefär samtidigt som eleverna börjar med multiplikation, startar undervisningen i engelska. Erfarenheter från våra egna barn, visar att eleverna i de lägre åldrarna (ca 10 år) skall lära sig 5-10 engelska glosor i veckan, därefter ökar antalet glosor i läxa successivt med årskurserna. Vi gör då en jämförelse med tabellerna, och om vi använder oss av kommutativa lagen, inser vi att eleverna har cirka 55 multiplikationskombinationer att lära sig. Vi vet att eleverna lär sig mer än 55 engelska glosor under samma period.

Lärare 3 ansåg, att som pedagog borde man reagera över de elever som inte lärt sig multiplikationstabellerna efter ett år, och att reflektera över varför de inte kan dem och om de måste kunna dem. Givetvis skall läraren reagera tidigt och följa upp elevernas problem, anser vi, men borde inte läraren långt tidigare, ha klargjort sin inställning till *om alla* elever skall kunna tabellerna utantill? Först och främst borde frågan vara diskuterad på skolan och klargjord i de lokala kursplanerna, men frågan bör också aktualiseras med jämna mellanrum i återkommande diskussioner. Det är inte frågan *om*, som läraren skall reflektera över, utan *hur*. *Hur* kan eleverna arbeta med multiplikation, för att få en förståelse och färdighet? *Hur* kan tabellerna visualisera? *Hur* hjälper vi eleverna att automatisera tabellerna? Vilka hjälpmedel kan eleverna vara behjälpta av?

5.2.2 ... med hjälp av traggelmetoden

Ett av huvudmålen i skolan är att eleverna skall lära sig multiplikationstabellerna utantill, att automatisera dem. En metod, traggelmetoden, har ofta blivit ifrågasatt. Flera lärare antydde att det är traditionerna som styr undervisningen. Vi ser inte tragglandet av tabellerna som en gammal matematiktradition, utan som en konsekvens av den forskning som ligger till grund för hur minnet fungerar. Men hur medvetna är lärarna om detta?

Vi instämmer med Unenge m.fl. (2005) som anser, att traggel-/rabbelmetoden är förkastlig som inlärningsmetod, *om* den ger ett ytinriktat lärande. Men om traggelmetoden är ett *komplement* till den övriga multiplikationsträningen i form av utantillinlärning av tabellerna, anser vi att den är bra och hjälper eleverna till ett djupinriktat lärande.

Vi protesterar mot att orden traggla och rabbla, som i Nationalencyklopedin (2006a) associeras negativt till matematik och multiplikationstabellerna, används i utbildningssammanhang överhuvudtaget. Det vore på sin plats att använda ordet öva istället som, enligt samma uppslagsverk, sammankopplas med intellektuell färdighet.

Marton och Booth (2005) anser att synen på traggelmetoden är en kulturell fråga. Är frågan endast kulturellt betingad? Vi undrar om det inte är ett negativt normativt tyckande i denna fråga. Vi anser, att det handlar om att värdera och förstå metoden, som är vanlig i skolorna *än* idag, inte minst har undersökningen visat det. Det är viktigare som pedagog/arbetslag/skola att själv ta ställning till vilka förkunskaper som krävs innan tabellinlärningen sker i form av övametoden. *Hur* den skall utföras och *när* den skall introduceras? Vad är *målet* och *syftet* med metoden? En fråga som inte blir svår att besvara, anser vi, *om* pedagogen/arbetslaget/skolan har tagit ställning till metoden genom evaluering.

5.2.3 Elevernas strategier ...

Tidigt i undersökningen såg vi, att eleverna använde olika strategier och att några elever valde olika strategier, beroende på uppgiftens karaktär. De strategier som Sherin och Fuson (2005) presenterade, återfanns hos eleverna med ett undantag, räkna alla. Den borde vi inte heller finna, då den markerar den lägsta inlärningsnivån. Ett fåtal elever var delvis kvar på nivå 2, upprepad addition, medan flera elever arbetade på nivå 3, det vill säga antalshopp, främst då de räknade med 3:ans och 5:ans tabeller. Lärare 3 ansåg att antalshopp inte var bra för eleverna då ”de blir fast i det tänket” (bilaga 5, s. 70). Precis tvärt emot tyckte lärare 4, som lärde eleverna att antalshoppa i det grundläggande arbetet i multiplikation. Vi instämmer med Unenge m.fl. (2005) som anser att metoden är ett mekaniskt upprepande av tal, ett ytinriktat lärande, som inte ger eleverna någon förståelse för tabellernas uppbyggnad. Eleverna använde sig oftare av antalshopp i division än i multiplikation, vilket kan bero på dålig automatisering av tabellerna, anser vi.

Enligt Ahlberg (2001), Malmer (2002) och Ljungblad (2003), är det viktigt att arbeta med helheter och delar av en helhet, vilket ger sambanden mellan räknesätten multiplikation och division. Vi anser att rutmetoden är ett bra redskap, där eleverna kan laborera med både helheter och delar, vilket lärare 4 sa att hon gjorde. Lärare 4:s elever M-R, visade betydligt bättre resultat än de övriga eleverna, i de uppgifter där de skulle rita in olika multiplikationer i ett rutmönster. Trots detta ser vi tydligt att samma elever har svårt att se sambanden mellan multiplikation och division. Det kan bero på, att eleverna inte har arbetat visuellt i sådan utsträckning att de har skapat sig inre bilder, menar vi, och ställer oss undrande till *hur* läraren arbetar och vilket *syfte* och *mål* hon har med denna metod.

Många elever tog hjälp av fingerknep, nivå 4, då de skulle göra beräkningar i 9:ans tabell. Även elever på våra praktikplatser har använt denna metod, då i form av en inlärningsmetod. Vi är tveksamma till om detta är bra, då vi ser metoden som ett hinder för eleverna att automatisera tabellen, vilket undersökningen bekräftar. Det hade varit bättre att lära eleverna att utgå från 10:ans tabell ($4 \cdot 9 = (4 \cdot 10) – 4 = 40 - 4 = 36$), anser vi. Eleverna hade fått både förståelse och förtrogenhet för tabellernas samband, inte minst hade de blivit matematiskt medvetna

Lärarna i undersökningen arbetade med de olika strategierna i olika faser i lärandeprocessen, men vi uppfattade inte lärarnas undervisning som ett medvetet val grundat på teorier eller forskning. Är det då viktigt att förstå elevernas strategier? Ja, det anser vi.

Om en elev arbetar med strategier från de lägre nivåerna under längre perioder och inte avancerar, anser vi att undervisande lärare måste analysera var elevens förståelse för multiplikation och tabellerna brister. Det innebär också, att läraren måste reflektera över sina undervisningsmetoder. Förstår vi hur strategierna fungerar och vilken nivå de markerar, kan vi leda eleverna vidare i lärandeprocessen.

5.2.4 ... blir elevernas algoritmer

Eleverna i undersökningen var mycket duktiga på huvudräkning! De behärskade många olika strategier, och de utförde dem i huvudet. När eleverna beskrev sina uträkningar muntligt, gjorde de en form av skriftlig huvudräkning med förklarande mellanled. Vi såg likheterna med Sherins och Fusons (2005) strategier, och insåg att flertalet av eleverna arbetade på nivå 6. Vi har då valt att kalla dessa strategier för algoritmer istället. Efter att ha tagit del av algoritmdebatten i Nämnaren (Emanuelsson 1988, Mellin-Olsen 1989, Unenge 1989, Hedrén 2006, Johansson 2006) anser vi också att det finns olika sorters algoritmer; elevernas algoritmer och standardalgoritmer

Lärare 1 sa, att hon arbetade mycket med huvudräkning och olika strategier, och det stämmer bra överens med det resultat vi fann för eleverna A-H. Vad eleverna däremot inte kunde, var standardalgoritmer. De visste hur de skulle ställa upp talen, men de visste inte hur de skulle gå till väga för att lösa dem.

Kursplanemålen i matematik säger att eleverna skall behärska skriftliga räknemetoder i slutet av årskurs 5 (Skolverket 2002b). Det framgår inte vilka metoder som avses, utan det finns en viss tolkningsfrihet för skolan och/eller läraren. Lärare 2 anser att det är traditioner som styr ”vad ungarna ska kunna räkna och hur de ska räkna” (bilaga 4, s. 67). Är det en tradition eller ett behov, att kunna göra en korrekt uppställning på papper? Behöver eleverna lära sig standardalgoritmer då vi har små enkla hjälpmedel lätt tillgängliga, som till exempel miniräknare eller kalkylator i mobiltelefonerna? Vi menar att den ena algoritmen inte kan uteslutas för den andra, de används olika och kompletterar varandra. Att arbeta med algoritmer innebär att eleverna måste ha förståelse och färdighet i multiplikation, de måste också ha automatiserat tabellerna. När eleverna har färdighet, förståelse och förtrogenhet för de individuella algoritmerna, anser vi att eleverna kan värdera behovet av att även kunna standardalgoritmerna. På denna nivå skall eleverna vara så pass matematiskt medvetna att de kan se och förstå behovet av ytterligare arbetsmetoder. Frågan borde kanske inte vara *om*, utan istället, *när skall* eleverna lära sig standardalgoritmer. Vi ser gärna att debatten kring algoritmerna fortsätter i lärarutbildningen, men även ute på skolorna och tillsammans med föräldrarna.

5.2.5 Motivation

Vi förstår i vår undersökning, att lärarna har svårt att motivera eleverna till varför de skall lära sig tabellerna. Flera av dem framhåller att det är en kunskap inför framtiden som vuxen och för fortsatta studier. Men det är ju här och nu, i de tidigare åldrarna som eleverna skall motiveras att lära sig multiplikation och tabellerna utantill, menar vi. Vi förstår av lärarintervjuerna att de saknar fortbildning och kontinuerlig kompetens-utveckling. Den vidareutbildning lärarna har erhållit, har gett dem bättre självförtroende och fler metoder för att kunna utgå från elevernas erfarenheter och vardag, vilket gör det lättare att motivera eleverna i lärandet, anser vi.

Elevernas synpunkter i Skolverkets rapport nr 221 (Skolverket 2003), har starkt påverkat vår syn på lärarens roll i elevernas lärandeprocess. Rapporten, tillsammans med vår undersökning, har fått oss att inse hur viktigt det är, att vi lärare har mycket goda ämneskunskaper och tar del av aktuell forskning. Det hjälper oss att motivera och engagera eleverna utifrån deras erfarenheter och vardagsliv. Det innebär också, att vi kan hjälpa eleverna att vara kreativa och bygga upp deras kunskaper individuellt. Genom att lyssna på eleverna, hjälper vi dem att bygga upp det självförtroende och den självkänsla, som behövs i en lärandeprocess.

5.3 Påverkar lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation elevernas kunskaper?

Det var svårt att finna tydliga samband mellan hur läraren undervisade och vilken inställning läraren hade till multiplikation och elevernas kunskaper. Frågan är relevant i förhållande till undersökningen, men också intressant och aktuell i förhållande till vår lärarutbildning.

Med utgångspunkt från resultaten i enkäterna och efterföljande intervjuer med lärarna, funderar vi på om lärarna arbetade medvetet med de didaktiska frågorna: vad, varför och hur. Lärarna arbetade i hög grad traditionellt – av gammal vana, enligt flera av dem och så ser vi det också. Lärare 1 bekräftade våra tankar vid ett telefonsamtal

(2006.10.10), där hon menade att hon inte reflekterade eller utvärderade sin undervisning så som hon borde göra. ”Den här intervjun ger mig en kick framåt för du ställer frågor som jag inte kan svara på [...] (bilaga 3, s. 64).

Lärare 3 säger aldrig rakt ut att kollegornas undervisning är traditionsbunden, men vi tolkar hennes uttalande i intervjun så, då hon berättar om sin frustration över att behöva undervisa på ett sätt som inte överensstämmer med hennes tankar om viktiga aspekter i en lärandeprocess. Då hon förklarar sina arbetsmetoder (bilaga 5), tycker vi att dessa ligger i linje med gällande styrdokument, Lpo 94, (Skolverket 2006) och kursplanerna i matematik (Skolverket 2002b) samt den forskning som vi har tagit upp under kapitel 2. Vi upplever även, att lärare 3 har en större medvetenhet kring de didaktiska frågorna än de övriga lärarna: ”Vid flera tillfällen fick jag verkligen fundera över vad det var vi lärare egentligen sysslade med under lektionerna, vad vi ville uppnå. Lärde sig eleverna det vi hade som mål att de skulle lära sig?” (bilaga, 5, s. 69).

Vi saknade även motivation, inspiration och kreativitet hos lärarna, viktiga aspekter enligt eleverna (Skolverket 2003) och en viktig förmåga hos läraren för att kunna förmedla lust att lära. Även om eleverna är 10-12 år gamla, tror vi, att de hade tyckt att det var roligt att få leka, sjunga och använda kroppen i arbetet med multiplikation och tabellinlärningen. ”Skapande arbete och lek är väsentliga delar i det aktiva lärandet.” (Skolverket 2006, s. 5.)

Att vi inte fann några klara och viktiga samband mellan elevernas kunskaper och lärarnas undervisning, gjorde oss både förvånade och besvikna och vi började fundera på hur viktig kompetensutbildning är. Även lärarna saknade kompetensutbildning och ansåg att det skulle tillföra dem viktiga kunskaper och verktyg. Det stod också klart för oss hur viktigt det är, att ta del av aktuell forskning inom olika områden som berör skola och lärande för att kunna reflektera och utvärdera sin undervisning.

Om kompetensutbildning är viktig, är matematikutbildningen i lärarutbildningen ännu viktigare för där läggs grunden till våra kunskaper. För oss står det klart att det inte räcker med ämnesfördjupning, även ämnet metodik måste ingå i utbildningen. Hur skall vi annars kunna ifrågasätta och reflektera över de metoder som används i undervisningen? Vi funderade även på vilket resultat vi hade fått, om vi hade gjort samma undersökning på skolor där obehöriga lärare eller där lärare utan matematikutbildning hade ingått. Diskussionen om kunniga obehöriga lärare och okunniga behöriga lärare i verksamheten, får nu en annan dignitet, liksom diskussionen kring lärarutbildningen.

5.4 Vår yrkesroll och betydelsen av att vara kunnig

> ”Varför måste man gå i skolan?”
> ”För att lära sej saker och ting förstås.”
> ”Vad då för saker”, undrade Pippi.
> ”Allt möjligt”, sa polisen, ”en hel massa nyttiga saker, multiplikationstabellen till exempel”.
> ”Jag har klarat mej bra utan nån pluttifikationstabell i nio år”, sa Pippi. ”Och då går det nog i fortsättningen också.”
> ”Ja, men tänk så tråkigt det ska bli för dej att vara så okunnig.”
> (Lindgren 1968, s. 31).

Vi återvänder till citatet ur Pippi Långstrump, fast med ett litet tillägg, den sista meningen.

Vad betyder då okunnig? Jo, det betyder att någon ”har dåliga kunskaper inom ett visst område” (Nationalencyklopedin 2006a, sökord *okunnig*). Att Pippi inte kunde multiplikationstabellen var kanske inte så konstigt, hon visste bara inte om att hon behövde kunna den för att klara sig här i livet.

Redan inledningsvis insåg vi att vi var okunniga och därmed blev syftet med vår undersökning självklar och vilka mål vi skulle fokusera på i undersökningen. Det var kunskaper som vi ansåg var viktiga för elevernas arbete med multiplikation och tabellerna, men också sådana kunskaper som är viktiga för oss lärare, för att förstå och kunna leda eleverna i deras lärandeprocess. För att vi skall anses som professionella i vårt yrkesutövande, är det enligt Lpo 94, lärarens plikt att utvärdera och pröva undervisningsmålen, men även att granska och utveckla nya metoder. För att vi skall kunna göra detta, krävs det att vi känner till vilka *metoder* som används och finns. Vi insåg ganska snart, att vi saknar ämnet metodik i vår matematikutbildning, och det innebär att vi inte har möjlighet att granska eller utveckla nya metoder. Det är lätt att vi fastnar i traditionell matematikundervisning och då kan vi inte leva upp till skolans uppdrag.

Det är också viktigt att vi, blivande lärare, får en möjlighet att ta ställning till sakfrågor, som kan påverka elevernas utbildning. Under undersökningens gång, har vi fått avsätta mycket tid för sakdiskussioner. Vi har gjort ställningstagande, som vi anser är viktiga att ha med oss ut i yrkeslivet för att kunna föra en kreativ dialog med kollegor och föräldrar. En plattform att utgå och utvecklas från, som gör oss professionella. Kunskaper som gör att vi kan utvärdera och pröva undervisningsmålen och utvecklas som lärare, på ett kvalitativt sätt (Skolverket 2006).

5.4.1 Pippi Långstrump

Pippi Långstrump är aldrig fel i något utbildningssammanhang. Varför inte då använda Astrid Lindgrens bok om Pippi Långstrump i matematikundervisningen. Boken innehåller mycket matematik, och den är bra som utgångspunkt för många matematiska samtal. Diskussioner och dialoger som skapar viktiga interaktioner i klassrummet.

Att läsa upp citatet om pluttifikationstabellen och diskutera konsekvenserna av att inte kunna tabellerna, kan vara motiverande för eleverna. Dessutom ger det oss lärare en möjlighet att förstå elevernas tankar och arbeta utifrån deras erfarenheter och vardag.

Vad är det vi skall lära eleverna, ”är det matematik eller räkning”? (Hedrén 2006, s. 52). En fråga som vi anser borde diskuteras under lärarutbildningen, både ur ett elevperspektiv och ur ett undervisningsperspektiv.

5.5 Metoddiskussion

Vi anser att elevenkäten uppfyllde de krav vi ställde från början (se kapitel 2 och 3) och var så omfattande att vi har fått en väldigt god bild av elevernas kunskaper och erfarenheter. Vår intention var att frågorna skulle vara så öppna som möjligt, vilket vi sett av elevernas svar att frågorna var. Vi har i vissa fall fått omvärdera våra bedömningar av elevsvaren, då eleverna har presenterat andra möjliga svar än de som vi från början kunde anse som korrekta. Ett exempel är uppgift 6, där vi bad eleverna berätta vilken multiplikation bilden föreställde (se figur 6, s. 26). Vi ansåg initialt att endast $3 \cdot 4$ skulle vara ett korrekt svar på uppgiften. Efter att vi tagit del av alla elevernas svar bestämde vi oss för att också godkänna $2 \cdot 12$, vilket är vita rutor · gråa rutor och $4 \cdot 6$, vilket är antalet rader · antalet kolumner.

Under analys- och diskussionsarbetet insåg vi att vår undersökning var alltför liten för att vi skulle kunna finna några bevisbara samband mellan lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation och elevernas kunskaper. Vi har funderat över hur svaren från lärarna hade sett ut om vi först analyserat elevenkäterna och därefter intervjuat lärarna. Fördelarna hade varit att vi hade kunnat precisera frågorna och efterfrågat mer detaljerade svar. Med denna metod ser vi också nackdelar som bygger på våra egna erfarenheter ute på fältet. Flera gånger under våra praktikperioder har vi erfarit att lärarna gärna svarar på våra frågor på ett sådant sätt som det förväntas att frågan skall bli besvarad på, men med ett tillägg om att ” så fungerar det inte i verkligheten” eller ”du kommer att se att så är/blir det inte”. Det var just sådana normativa svar vi *inte* önskade. De svar vi erhöll i lärarintervjuerna upplevde vi som ärliga, genuina och personliga, men dock för övergripande.

Eftersom det är en kvalitativ analys hade det varit på sin plats med kompletterande frågor till lärarna som ingår i undersökningen, men tidsbegränsningen gjorde att vi inte fick tillfälle till detta.

Vi har också försökt värdera metoden för hur vi intervjuade eleverna och lärarna. Borde vi ha gjort det tillsammans eller som vi gjorde, enskilt och på olika skolor? Fördelarna med att vara två vid intervjutillfället är att två par ögon och öron ser och hör mer. Nackdelarna är att informanterna kan bli pressade av detta och kan känna sig stressade. Informanten kan också uppleva sig som ett bevakat objekt istället för den individ hon är och som vi var intresserade av att ta del av. Vi ser också fördelar med att dela upp intervjuerna mellan oss så som vi gjorde. Vi hann med fler informanter och vi kunde bevara objektiviteten vid analysen vilket är viktigt, till exempel upplevde vi lärare 2 helt olika i våra analyser. Dels upplevde vi henne som arrogant och nonchalant, dels kunnig och självsäker. Efter att ha diskuterat intervjun och reflekterat över varandras åsikter, enades vi om att lärare 2 var självsäker och kunnig och att hon arbetade målmedvetet i sin profession. Hon var medveten om sina kunskaper men framförde dem på ett sådant sätt, att hon kunde upplevas som nonchalant i sina uttalanden.

6 Sammanfattning

Då vi ansåg att multiplikationstabellerna ofta får klä skott för elevers dåliga matematik-kunskaper, valde vi att undersöka sanningshalten i detta med utgångspunkt från Lpo 94 (Skolverket 2006) och kursplanen i matematik (Skolverket 2002b). Det är skolans och den professionella lärarens skyldighet att ifrågasätta vilka kunskaper som är viktiga för eleverna, men även hur eleverna skall erövra dessa kunskaper. Enligt Lpo 94 ingår det i skolans uppdrag att granska, värdera och pröva undervisningsmål och undervisnings-metoder.

Målet med vår undersökning var att få ett helhetsperspektiv på elevernas förståelse, färdighet och förtrogenhet i räknesättet multiplikation och tabellerna, i vilken ut-sträckning de kunde förstå och kommunicera det abstrakta symbolspråket och hur de kunde synliggöra sina tankar. För att få ytterligare perspektiv på elevernas kunskaper i multiplikation, intervjuade vi elevernas matematiklärare för att se om det fanns något samband mellan elevernas kunskaper och lärarens inställning till och undervisning i multiplikation. Undersökningen genomfördes med hjälp av en kvalitativ analys i form av elevenkäter och lärarintervjuer. Informanterna kom från tre olika skolor i Skåne och bestod av arton elever från årskurs 6 och fyra matematiklärare.

I litteraturstudierna fokuserade vi på några viktiga aspekter i lärandeprocessen: Grundläggande arbete i multiplikation, automatisering av tabellerna genom utantill-inlärning, strategier, algoritmer, abstraktion och matematikspråk samt motivation.

Många forskare, däribland Furness (2001), Löwing och Kilborn (2002, 2003), Unenge m.fl. (2005), är överens om att det grundläggande arbetet är viktigt för att skapa en förståelse för multiplikation och tabellerna, där eleverna upptäcker mönster och samband. Det är även viktigt att eleverna ser helheten och delarna och upptäcker sam-bandet mellan multiplikation och division. I sammanhanget är det viktigt att visualisera, speciellt för de elever som kan anses ha matematiksvårigheter, enligt Ahlberg (2001), Malmer (2002) och Ljungblad (2003). Om eleverna förstår hur kommutativa lagen fungerar, underlättar det tabellinlärning för eleverna (Löwing & Kilborn 2002), liksom multiplikatorns och multiplikandens positioner (Löwing & Kilborn 2003). Vi saknade delvis dessa grundläggande undervisningsmetoder hos lärarna, men vi kunde inte se att bristerna påverkade elevernas kunskaper i multiplikation.

När eleverna förstår de grundläggande baskunskaperna kan utantillinlärningen av tabellerna påbörjas enligt Rockström (2000). Det är viktigt att automatisera tabellerna och lagra dem i långtidsminnet för att inte överbelasta korttidsminnet (Unenge m.fl. 2005, Nationalencyklopedin 2006a, 2006b). Undersökningen visade att eleverna startade tabellträningen redan i årskurs 2 eller 3, ungefär samtidigt som multiplikation introducerades, oftast i form av traggelmetoden. Unenge m.fl. (2005) anser att traggelmetoden är förkastlig, då den ger ett ytinriktat lärande istället för ett djupinriktat lärande (Marton & Booth 2005). Däremot anser både Pramling (1986, i Marton & Booth 2005) och Marton och Booth (2005) att övandet är naturligt för barn, särskilt i sin kontext. Jönsson (2000) håller med och menar att det krävs variation i övandet för ett lärande.

I undersökningen såg vi att eleverna var mycket duktiga på huvudräkning och använde sig av Sherin och Fusons (2005) olika strategier. Flertalet av eleverna arbetade med de mest avancerade strategierna som vi anser bör kallas för elevernas egna algoritmer istället, då de utgör ett verktyg för eleverna. Däremot var kunskaperna i standardalgoritmerna dåliga, och vi önskar att den debatt, som till och från blossat upp i tidskriften Nämnaren (Emanuelsson 1988, Mellin-Olsen 1989, Unenge 1989, Hedrén 2006, Johansson 2006) kring algoritmernas vara eller icke vara fortsätter; i lärarutbildningen, på skolorna och tillsammans med föräldrarna.

Elevernas abstraktionsförmåga och förmåga till det matematiska språket var begränsat. Ett sätt att råda bot på detta problem, är enligt Vygotskij (2001) och Säljö (2005) interaktion i undervisningen. Två av lärarna i undersökningen anser att det också kan vara en fråga om mognad hos eleverna, vilket även Piaget (i Malmer 1990) och Neuman (1989) anser.

Lärarna i undersökningen hade svårt att motivera elevernas arbete i multiplikation, då de ansåg att multiplikationskunskaperna behövdes för elevernas fortsatta studier och deras vuxna vardag. I Skolverkets rapport nr 221 (Skolverket 2003) framgår det med klar tydlighet hur viktig motivationen är för resultat i elevernas lärande.

Vår slutsats av arbetet är att eleverna hade förståelse, färdighet och förtrogenhet i multiplikation och tabellerna trots, bland annat, brister i grundläggande baskunskaper. Vi fann inte några bevis för att lärarnas inställning till och undervisning i multiplikation påverkade elevernas kunskaper, vilket kan bero på undersökningens småskalighet. Däremot inser vi, att flertalet av lärarna hade en traditionell inställning till sin undervisning i multiplikation och tabellerna. Vi anser, att dessa lärare inte utvärderar och reflekterar över sin undervisning och att de saknar viktiga ställningstaganden för att kunna uppfylla skolans uppdrag om en kvalitativ utvecklande undervisning i frågor såsom: Vilka algoritmer är viktiga att lära eleverna?, Skall alla elever lära sig tabellerna utantill?, Är traggelmetoden effektiv?, Skall vi lära eleverna räkna eller skall vi lära dem matematisk medvetenhet?

7 Litteraturförteckning

Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur.

Bråten, I. (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur.

Denscombe, M. (2000). *Forskningshandboken för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Emanuelsson, G. (1988). Ska vi verkligen, utan vidare, slopa algoritmräkningen? Göteborg: *Nämnaren*, NCM. 4/1988, s. 34. Hämtad från < http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/Algoritmer.pdf>. Hämtad 2006.11.28.

Furness, A. (2001). *Matematiken tar form*. Solna: Ekelunds Förlag.

Hedrén, R. (2000). *Social konstruktivism i elementär aritmetik. Kan elever i år 2-5 göra skriftliga beräkningar utan de traditionella uppställningarna?* Högskolan Dalarna: Kultur och Lärande. Rapport 2000:1.

Hedrén, R. (2006). Elever har rätt att lära sig matematik. Göteborg: *Nämnaren*, NCM 2/2006, s.52-53.

Johansson, B. (2006). Elever har rätt att få lära sig räkna. Göteborg: *Nämnaren*, NCM. 1/2006, s. 28-31.

Jönsson, B. (2000). *Learning by searching*. Stockholm: Utbildningsdepartementet. Hämtad från <http://www.itis.gov.se/studiematerial/kopia/pdf/387.pdf> Hämtad 2006.12.26.

Ladberg, G. (2005). *Skolans språk och barnets. Att undervisa barn från språkliga minoriteter*. Lund: Studentlitteratur.

Lindgren, A. (1968). *Pippi Långstrump*. Rabén & Sjögren.

Ljungblad, A-L. (2003). *Matematisk Medvetenhet.* Varberg: Argument.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.

Löwing, M. & Kilborn, W. (2003). *Huvudräkning. En inkörsport till matematiken*. Lund: Studentlitteratur.

Malmer, G. (1990). *Kreativ matematik*. Solna: Ekelunds Förlag.

Malmer, G. (2002). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur.

Marton, F. & Booth, S. (2005). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

Mellin-Olsen, S. (1989). Hvem bestemmer hvilken algoritme elevene skal bruke? Göteborg: *Nämnaren*, NCM. 3/1989, s. 40-41. <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/Algoritmer.pdf>. Hämtad 2006.11.28.

Nationalencyklopedin (2006a). Hämtad från prenumerationssida. <http://www.ne.se.ezproxy.bibl.hkr.se/jsp/notice_board.jsp?i_type=1>. [skriv in sökord] genom <http://www.hkr.se/templates/Page____1159.aspx>. Hämtad 2006.11.30.

Nationalencyklopedin (2006b). Hämtad från prenumerationssida. <http://www.ne.se.ezproxy.bibl.hkr.se/jsp/search/article.jsp?i_art_id=714553>. genom <http://www.hkr.se/templates/Page____1159.aspx>. Hämtad 2006.11.30.

Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter*. Stockholm: Fritzes förlag.

Patel, R. & Davidson, B. (2003). *Forskningsmetodikens grunder. Att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur. Tredje upplagan.

Pramling, I (1986). *The Origin of the Child's idea of Learning through Practice.* European Journal of Education, Vol. I, No 3, s. 31-46 i Marton, F. & Booth, S. (2005). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.

Rockström, B. (2000). *Skriftlig huvudräkning. Metodbok*. Stockholm: Bonniers.

Sherin, B. & Fuson, K. (2005). *Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources*. Hämtat från < http://www.sesp.northwestern.edu/publications/9322929394421d01fea4cd.pdf>. Hämtad 2006.11.22.

Skolverket. (2002a). *Bildning och kunskap*. Särtryck ur läroplanskomitténs betänkande skola för bildning (SOU 1992:94). Stockholm: Fritzes. Hämtat från <http://www.skolverket.se/>, <Publikationer>, <Söktitel: *Bildning och kunskap*> Hämtad 2007.02.12.

Skolverket. (2002b). *Grundskolan. Kursplaner och betygskriterier 2000*. Stockholm: Fritzes.

Skolverket. (2003). Skolverkets rapport nr 221. *Lusten att lära, med fokus på matematik*. Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. Hämtat från <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1148>. Hämtat 2006.11.08.

Skolverket. (2006). *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet, Lpo 94*. Hämtad från <http://www.skolverket.se/sb/d/468>. Hämtad 2006.08.22.

Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella redskap. Om lärprocesser och det kollektiva minnet.* Falun: ScandBook.

Unenge, J. (1989). Kan man slopa algoritmerna? Göteborg: *Nämnaren*, NCM. 2/1989, sidan 20-21. Hämtad från <http://ncm.gu.se/media/namnaren/debatt/Algoritmer.pdf>. Hämtad 2006.11.28.

Unenge, J. & Sandahl, A. & Wyndhamn, J. (2005). *Lära matematik. Om grund-skolans matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur.

Vygotskij, L. S. (2001). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos.

Bilagor

Elevenkät 2006 **Bilaga 1**

A. Jag går i årskurs ______ ☐ flicka ☐ pojke

B. Jag tycker att matematik är (max två alternativ.)

☐ roligt ☐ tråkigt ☐ sådär ☐ lätt ☐ svårt

C. Vad tycker du att du är bäst på i matematik?

D. Vad tycker du att du är sämst på i matematik?

E. Vad skulle du helst vilja arbeta med/göra i matematik?

F. Vilka är de fyra räknesätten?

G. Vilket räknesätt tycker du

a. är lättast att använda? ______________________________

b. är svårast att använda? ______________________________

c. att du använder oftast? ______________________________

H. Tycker du att du kan multiplikationstabellerna?

☐ ja ☐ nej ☐ sådär

I. Vilka tabeller känner du dig säker på och använder du när du multiplicerar?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

J. Kan du fler tabeller? T.ex. tabellerna 15, 25, 50, 75, 100, 200 - 1000.

K. Kan du ge några exempel på hur du använder matematik i din vardag.

1. Vad är produkten av faktorerna 3 och 5?

Läs uppgiften högt för eleven.

2. Om du multiplicerar talen 3 och 5, vad är produkten?

Läs uppgiften högt för eleven.

3. Om du gångar/gångrar talet 6 med 3, vad är svaret?

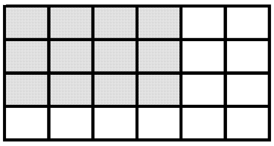
Läs uppgiften högt för eleven.

4. Vad är

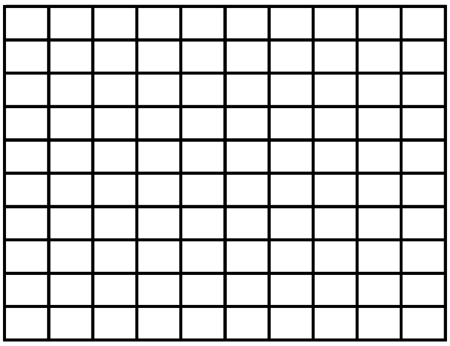
a)	$3 \cdot 7 =$	______	b)	$8 \cdot 4 =$	______
c)	$5 \cdot 5 =$	______	d)	$6 \cdot 5 =$	______
e)	$8 \cdot 7 =$	______	f)	$9 \cdot 6 =$	______
g)	$6 \cdot 3 =$	______	h)	$7 \cdot 3 =$	______
i)	$9 \cdot 2 =$	______	j)	$8 \cdot 8 =$	______
k)	$6 \cdot 6 =$	______	l)	$6 \cdot 10 =$	______
m)	$10 \cdot 60 =$	______	n)	$100 \cdot 60 =$	______
o)	$60 \cdot 0 =$	______	p)	$1000 \cdot 6 =$	______

5. Teckna en bild av $3 \cdot 5$. Du får inte använda siffror.

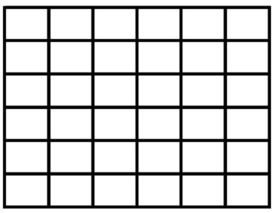
6. Bilden föreställer en multiplikation, vilken?



7. Färglägg $7 \cdot 5$.



8. Färglägg $4 \cdot 6$.



9. Vad är 0,5·8

Läs uppgiften högt alt. låt eleven se arbetskortet om han/hon inte förstår.

10. Hur mycket kostar ½ kg äpple om de kostar 8 kr/kg?

Arbetskort.

11. I affären kostar godiset 6.90 kr/hg. Du köper 4 hg. Hur mycket pengar behöver du ha med dig för att du skall kunna betala godiset?

a) 20 kr b) 25 kr c) 30 kr

Överslagsberäkning

12. Ni skall ha klassfest och alla eleverna lägger vardera 10 kr för att ni skall kunna köpa popcorn och läsk. Hur mycket pengar samlar klassen in om ni är 20 elever i klassen?

13. Om ni är 200 elever på er skola och alla eleverna får vars två pennor per termin, hur många pennor måste skolan köpa in då?

14. Hur många pennor måste skolan köpa in under ett läsår? Ett läsår är lika med två terminer.

15. Skriv in de tal som saknas.

a) $\frac{25}{?} = 5$

b) $\frac{?}{7} = 6$

c) $\frac{32}{8} = ?$

d) $\frac{?}{4} = 4$

e) $\frac{12}{?} = 4$

f) $\frac{80}{8} = ?$

g) $\frac{63}{?} = 9$

h) $\frac{?}{10} = 20$

16. Vad är 15·5 Kontrollera om det stämmer.

Eleven får använda miniräknare.

17. Vad är 18·6 Kontrollera om det stämmer.

Eleven får använda miniräknare.

18. En ostbit väger 5 kg. 1 kg ost kostar 28 kr. Nu vill jag veta vad ostbiten kostar. Vilken uträkning använder jag?

a) 5 + 28

b) 28 + 28 + 28 + 8

c) $\frac{28}{5}$

d) 5 · 28

Eleven får använda miniräknare.

19. En ostbit väger 0,923 kg. 1 kg ost kostar 27,50 kr. Nu vill jag veta vad ostbiten kostar. Vilken uträkning använder jag?

a) 27,50 + 0,923

b) 27,50 - 0,923

c) $\frac{27,50}{0,923}$

d) 0,923 · 27,50

Eleven får använda miniräknare.

Vägledande intervjufrågor till lärare i årskurs 6 Bilaga 2

- Kön
- Ålder
- Utbildning
- Arbetslivserfarenheter inom och utanför skolan

- Vad är baskunskaper, basfärdigheter i matematik/multiplikation
- Vad är vardagsmatematik/multiplikation för eleverna
    - jmf med Lpo94
    - skolverkets kursplan i matematik
    - lokala kursplanen i matematik

- Hur undervisas eleverna i matematik/multiplikation
    - katederundervisning
    - arbetslag

    - individuellt arbete
    - interaktion/grupparbete/praktisk erfarenhet
    - konkret material
    - utgår från vardagshändelser t.ex. media
    - elevernas erfarenheter

    - läromedel

    - fokus på nationellt prov i åk 5

    - fokus mot högstadiet

- Hur utvärderas elevernas kunskaper

- Lärarens kompetensutveckling

- Samarbete med de olika stadierna i matematik

- Hur ser läraren på sin utbildning kontra sitt yrkesutövande i matematik

Finns det någon fråga som läraren tycker att vi glömt och som vi borde ha ställt

Lärarintervju 1 **Bilaga 3**

Kvinna, drygt 40 år, utbildad till 1-7 lärare med ämnesinriktningarna matematik, svenska, engelska och geografi. Tidigare erfarenheter från kontorsarbete och mamma till tre barn. Arbetar för nuvarande på en mindre skola i mellersta Skåne och är klassföreståndare för en sjätteklass. Hon har drygt 10 års erfarenheter av läraryrket.

Under intervjun växlar läraren mellan orden elever och barn som synonymt för eleverna i skolan. Vi använder endast ordet elever i vår redovisning.

Vad innebär baskunskaper i multiplikation/matematik för dig?

Läraren anser att baskunskaper i matematik för eleverna är att kunna tänka logiskt, kunna matteord och överslagsberäkningar. De ska klara sin matematiska vardag.

Läraren: Multiplikationstabellerna skall de kunna. Jag menar att de är inte lika viktiga som att ha förståelsen för dem, det är viktigare. Men de ska kunna tabellerna ändå för det underlättar för dem i framtiden om de kan dem. Nu pratar jag nästan emot mig själv! Jo, multiplikationstabellerna är superviktiga att kunna och jag tror att nästan alla kan lära sig om de bara arbetar med dem och vill lära sig.

Läraren säger också att det är mycket viktigt att ge eleverna olika strategier i matematik. De arbetar intensivt med olika strategier i huvudräkning för räknesätten addition och subtraktion just nu. Förhoppningsvis skall de även hunnit arbeta med strategier i multiplikation innan vinterlovet börjar. Hon är tveksam till om de matematiksvaga eleverna kommer att klara av det, då det innebär att de arbetar med två faktorer. Läraren förklarar vidare att de kan ju inte ens multiplikationstabellerna, i alla fall inte den ”svåra hörnan” [tabellerna 6, 7 och 8, i vissa fall även tabell 9].

Vad anser du är vardagsmatematik för eleverna när det gäller multiplikation?

Läraren tyckte att frågan var svår att besvara och menade att multiplikation är detsamma som upprepad addition och när eleverna har lärt sig multiplikationstabellen så använder de den som en form av strategi vid huvudräkning. Det är till exempel bra att använda multiplikation då de dubblar eller flerdubblar ett recept. Några elever har insett att de är dåliga på tabellerna nu då de har arbetat med area och därför tog läraren upp tabellövningarna igen på elevernas egen begäran.

Tycker du att du har stöd i kursplanen för matematik i vad som kan anses vara baskunskaper? Då menar jag både den statliga och er lokala kursplan.

Nej, läraren tycker inte att det framgår vad som avses med baskunskaper och inte heller vad basfärdigheter är. Hon efterlyser också mer diskussioner på skolan bland lärarna.

Lärare: Vi har ju vår lokala kursplan i matematik som gäller. Alltså den är inte bra och vi har bildat en arbetsgrupp denna termin för att göra något åt vårt dåliga resultat i de nationella proven. Vi har precis börjat arbetet och ... vi har inte kommit så långt ännu. Det är mest pedagogiska diskussioner. Vi träffas en gång i veckan och det är bra!

Intervjuare: Vem upprättade den lokala kursplanen i matematik som ni arbetar efter idag?

Lärare: Det vet jag inte. Den fanns när jag kom hit. Det var säkert de äldre lärarna som gått i pension idag.

Hur arbetar du med eleverna i multiplikation?

Läraren förklara att det har varit tradition att eleverna i trean börjar med multiplikation, men många nya lärare har kommit till skolan så nu startar de oftast redan i tvåan. Några redan till och med i ettan, vilket hon tycker är lite väl tidigt.

Lärare: Jag har nästan alltid en genomgång med eleverna först och ibland får några komma fram till tavlan och visa hur de gör. Jag tycker att det är bra att de kan berätta hur de tänker. [Vid elevintervjuerna var dessa elever mycket duktiga på att beskriva hur de tänkte och de var duktiga på att motivera sina olika svar.] Det blir mycket arbete i böckerna. Det tycker jag egentligen inte om, men för att vi ska hinna med vad de ska lära sig får det bli så. Vi har precis skaffat nya matteböcker så det är lite rörigt för eleverna just nu.

Intervjuare: Arbetar ni något med konkret material?

Lärare: Tystnad. Nej, det gör vi inte och det har jag dåligt samvete för. Det borde vi kanske göra lite mer. De tycker att det är jätteroligt när vi har gjort mattespel och sånt. Tystnad. Det är mest lärarkandidaterna som arbetar konkret. De har så många roliga idéer och det tycker ungarna är toppen. Jag lär mig också jättemycket på det, men sen går det som vanligt igen efter ett tag. Det är egentligen sorgligt att det blir så.

Läraren berättar också att eleverna arbetar nästan uteslutande individuellt med sina läromedel. Det händer ytterst sällan att de arbetar i grupper. Ibland kan eleverna arbeta två och två med textuppgifter.

De har inga arbetslag på skolan utan var och en arbetar med sin klass. Spontant händer de att de byter ämnen med varandra, t.ex. engelska mot svenska eller bild mot ett basämne.

I Lpo 94 står det att läraren ska utgå från elevernas egna erfarenheter och vardag, hur väl stämmer det in på ert arbete?

Lärare: Jag vet! Näe, det kan jag inte säga att vi gör, inte som t.ex. i svenskan eller andra ämnen. Matte är svårare, för de ska kunna saker inför framtiden, ja det ska de kunna med andra ämnen också, men matten är svårare. Det är mer pedagogik liksom. Det här tyckte jag var en bra fråga om hur vi kan ta reda på det. Det skall jag anteckna och ta med till nästa möte. Matte går av gammal vana liksom.

Hur utvärderar du elevernas kunskaper i multiplikation?

Eleverna får just nu göra en multiplikationstest en gång i veckan. [De får 25 tal där de skall skriva produkten, de får 1 ½ minut på sig att lösa uppgifterna, vilket skulle ge ungefär 3 sekunder per tal på sig. Detta är tydligen ett riktmärke för någon form av kunskap i tabellen. Personlig upplevelse då jag besökte en matematiklektion med läraren och eleverna vid intervjutillfällena.] Läraren anser att det bästa sättet att utvärdera elevernas kunskaper är att lyssna på dem under lektionerna. Läraren har nästan helt uteslutit de större proven i helklasser då hon anser att de inte säger henne så mycket om hur de tänker eller vad de egentligen kan. Då de behöver testa av enstaka elever fokuserar de bara på det de vet att eleven har problem med.

Läraren: Det blir de nationella proven förstås och så har vi några större prov till men, som sagt, jag tycker inte om dem.

Hur fungerar ert samarbete mellan stadierna? Hur får ni reda på vad eleverna arbetat med innan de kommer till er? Brukar ni förbereda eleverna inför högstadiet?

Lärare: Nej! Alltså eleverna kan vad de kan när de slutar här. Det får högstadiet acceptera. Sen borde vi ju kanske ha en dialog mellan de olika stadierna. Jag tror att vi hade fått en bättre matematikundervisning om vi hade samarbetat bättre. Vi har faktiskt pratat om det i vårt projekt.

Hur ser du på din utbildning kontra ditt yrkesutövande i matematik?

Läraren anser att hon har en bra utbildning som bas och de fick mycket metodikundervisning i matematik. Det tycker hon att hon har haft väldig nytta av. Allt var inte bra som de fick lära sig men hon kände sig trygg som nybakad lärare. Idag önskar hon att hon hade fått en mer didaktisk utbildning och lite mer verktyg för att kunna utvärdera sitt arbete med eleverna.

Läraren: Något jag saknar är kompetensutveckling för oss lärare här på skolan. Vi har fått en ny rektor i höstas och hon har lovat oss lite olika kurser om ekonomin tillåter det. Vi får väl se vad som händer nu efter valet. Jag uppskattar att vi fick schemalagd tid för vårt nya matematikprojekt, för det är ett måste om vi ska kunna visa på resultat.

Intervjuare: Vad för sorts resultat?

Lärare: En arbetsplan i matematik som alla kan ställa sig bakom och som kan användas som ett fungerande arbetsredskap. Just det här med baskunskaper är viktigt. Den här intervjun ger mig en kick framåt för du ställer frågor som jag inte vet vad jag ska svara på, men som jag borde ha tagit ställning till för länge sedan.

Läraren godkände utskriften, från fältanteckningarna, 2006.10.10 och det var hennes önskan att de två sista meningarna skulle vara med.

Lärarintervju 2 Bilaga 4

Kvinna, drygt 55 år, med en gammal ”dagisutbildning” som kompletterades med tre terminer pedagogik för att bli behörig lärare för de yngre eleverna i grundskolan. Läraren har lite mer än 30 års erfarenheter av arbete med andras och egna barn. Idag arbetar hon på en större skola i mellersta Skåne som ”hjälplärare” på mellanstadiet. Hennes främsta uppgifter är att arbeta med de elever som inte klarat eller kommer att klara de nationella proven i svenska och matematik för årskurs fem.

Läraren använder nästan enbart ordet ungar om eleverna i skolan och vi har valt att använda oss av hennes uttryck.

Vad anser du att baskunskaper i multiplikation är?

Lärare: Att kunna tabellerna givetvis. Det måste de kunna! Hur ska de annars kunna klara sig när de blir större. De kan ju inte räkna procent om de inte kan multiplikation. Det slarvas alldeles för mycket med tabellerna i skolan. Ungarna måste kunna dem utantill, både framlänges och baklänges.

Vad anser du är vardagsmatematik för eleverna när det gäller multiplikation?

Läraren vidhåller att det är tabellerna som skall kunnas som rinnande vatten i alla lägen. Det är så ofta som man som vuxen behöver räkna i livet och har man inte kunskaperna står man sig slätt. Just vad som menas med vardagsmatematik för ungarna är svårt att säga, tycker läraren och menar att mycket som ungarna lär sig i skolan är för framtiden. Det gäller inte bara matematik utan alla ämnena.

Tycker du att du har stöd i kursplanen för matematik i vad som kan anses vara baskunskaper? Då menar jag både den statliga och er lokala kursplan.

Läraren: Skojar du! Den är ett skämt tycker jag, berättar knappt vad ungarna ska behärska. Vår lokala arbetsplan är bättre, men inte bra. Den vi har är gammal och jag tror inte den är färdig ens. Jag rättar mig lite efter vad eleverna ska kunna på de nationella proven [årskurs fem], det är ett bra riktmärke på var ungarna ska ligga när de slutar sexan. Jag tycker att de gamla läroplanerna var bra men ... nej, kanske inte. Lpo 94 har ju gett oss frihet att arbeta med ungarna som vi aldrig har haft. Jag tycker att det är större skillnad på bra och dåliga lärare idag.

Hur arbetar du med eleverna i multiplikation?

Oftast arbetar läraren med en mindre grupp, cirka 6-8 ungar åt gången. Hon utgår från vilka önskemål läraren har om innehåll och tittar även på vilka böcker de arbetar med. Just i de här små grupperna arbetar hon mycket med konkret material av olika slag och försöker även att arbeta med problemuppgifter som de kan diskutera. Läraren arbetar bara med en strategi i taget, den som böckerna föreskriver. Hon anser att det blir för mycket för ungarna annars och de vet inte hur de skall gå åt uppgifterna. Att arbeta med division och multiplikation parallellt tycker hon är bra för då ser de flesta ungarna att det hör ihop. Det gör att de också lär sig se vilket räknesätt som skall använda för uppgiften och de kan testa på räknaren om de valt rätt sätt. Ibland använder läraren uppgifter från t.ex. Kamratposten, Lilla löpsedeln eller dagstidningarna som ungarna får bearbeta, men säger att det blir ju inte bara multiplikation då utan de tränar på alla räknesätten.

I Lpo 94 står det att läraren ska utgå från elevernas egna erfarenheter och vardag, hur väl stämmer det in på ert arbete?

Läraren: Det blir som det blir med det, men jag vet att det är viktigt. Alltså dom som skrev det har väl aldrig arbetat i en skola. Vill dom att vi ska lära ungarna det dom behöver i vuxenlivet och framtiden eller...? Ungarna har ju hur vitt skilda bakgrunder som helst och med dessa stora klasser går det inte att göra så. Man får ta ett medelvärde och arbeta utifrån det.

Hur utvärderar du elevernas kunskaper i multiplikation?

Enligt läraren blir det genom olika sorters tester eller prov. Oftast får eleverna som inte kan tabellerna ett miniprov två gånger i veckan för att se om de har övat på sin läxa. Det är viktigt att inte släppa ungarna utan ställa krav på dem menar läraren. Har man svart på vitt är det också lättare att övertyga föräldrarna om vilka punktinsatser som behövs göras och vad föräldrarna måste göra.

Hur fungerar ert samarbete mellan stadierna? Hur får ni reda på vad eleverna arbetat med innan de kommer till er? Brukar ni förbereda eleverna inför högstadiet?

Skolan är för stor med för många lärare, menar läraren, för att ett sådant samarbete ska kunna äga rum, de får ingen tid till det. De har övertagarkonferenser då ungarna går upp på högstadiet. Ibland har det hänt att kollegor bytat stadium och då har det blivit lite olika pedagogiska diskussioner en tid, men det ebbar ut för arbetstiderna är inte desamma och det är svårt att få ihop dagarna.

Hur ser du på din utbildning kontra ditt yrkesutövande i matematik?

Läraren tror att erfarenheten är viktigare. Det har hänt så mycket under hennes yrkesverksamma år men hon tycker inte att skolan har förändrats lika mycket. Inte när det gäller matematik.

Läraren: Det är traditionerna som styr vad ungarna ska kunna och hur de ska räkna. Lite förändringar har ju skett, t.ex. förenklad division och ungarna behöver inte träna så mycket algoritmer längre, det är mer huvudräkning. Det tycker jag är viktigt! Jag tycker synd om de nya lärarna som börjar här, de kan bara lite av varje och mycket av antingen matte eller svenska. Jag tycker att de har för lite med sig i bagaget. Tidigare var de mycket mer ute på praktik och fick lära sig hur man undervisar ungarna. Idag har de fått lära sig det teoretiskt och sedan upptäcker de att verkligheten ser annorlunda ut. Det är tufft för dem!

Behövs kompetensutveckling i skolan idag?

Läraren: Ja, det tycker jag. Matematikbiennalerna har varit fantastiska med bra föreläsningar och frågestunder. Jag har också varit på några kurser som olika läromedelsförlag har hållit i och de har inspirerat mig till att våga byta läromedel. De känns lite modernare och de vänder sig mer till ungarna. Jag hoppas att det blir mer sånt nu, det behöver vi.

Läraren har läst igenom och godkänt anteckningarna 2006.11.13.

Lärarintervju 3 Bilaga 5

Kvinna, drygt 50 år, med en lågstadieutbildning i botten. Vidareutbildning under flera perioder bl.a. 30 poäng i matematik och teknik. Läraren har 25 års erfarenheter från läraryrket främst de lägre åldrarna, men även undervisning på mellanstadiet. Idag undervisar hon på en mellanstor skola, drygt 500 elever, i mellersta Skåne. Läraren arbetar som klassföreståndare för årskurs 5-6 med extra timmar i matematik för elever med matematiksvårigheter.

Läraren valde att omtala eleverna i skolan med ordet elever, vilket vi gör härefter.

Vad anser du att baskunskaper i multiplikation är?

Läraren menar att eleverna ska kunna tabellerna och ha en förståelse för hur de är uppbyggda och ha en förståelse för när och hur de ska användas. Multiplikation är ett måste för att på ett enkelt sätt kunna räkna med procent och många gånger använder man multiplikation när man gör överslagsberäkningar t.ex.

Läraren: Det är viktigt att koppla räknesättet till något konkret så att eleverna förstår att de får användning för sina nya kunskaper.

Vad anser du är vardagsmatematik för eleverna när det gäller multiplikation?

Läraren: Det där är en svår fråga. Jag brukar utgå från elevernas närmaste omgivning i de lägsta åldrarna och arbetar oftast utan läromedel. Vi tittar på familjen, hur de bor, fritidsintressen och så kopplar jag det till matematik. Jag låter eleverna själva bestämma vilka räknesätt de vill använda. Jag pratar mycket matematik med eleverna och arbetar nästan uteslutande ämnesintegrerat. Frågan är svår då de inte har så stor erfarenhet av matematik, men jag försöker göra dem uppmärksamma på vad matematik kan vara. T.ex. tid, mönster, schema, tabeller och diagram, vikt, storlek, pengar ja ... det finns massor om man bara sätter sig ner och tänker efter.

Tycker du att du har stöd i kursplanen för matematik i vad som kan anses vara baskunskaper? Då menar jag både den statliga och er lokala kursplan.

Läraren säger att man måste vara införstådd med att kursplanen är ett måldokument. Den beskriver inte *hur* och *vad* vi skall arbeta med i varje stadie. Hon tror att det var många lärare som inte förstod, eller ville förstå, att den nya läroplanen gav lärarna större frihet men också mer ansvar. Läraren berättar att det finns en arbetsplan på skolan som har några år på nacken och som hon inte tycker är så väl bearbetad och genomtänkt. Själv har hon arbetat på sin nuvarande arbetsplats i två terminer men använder den kursplanen som hennes förra arbetsplats tagit fram i matematik.

Läraren: Vi var tre arbetslag där som utarbetade både kursmål och strävansmål i matematik, svenska och engelska. Mycket intressant arbete! Vid flera tillfällen fick jag verkligen fundera över vad det var vi lärare egentligen sysslade med under lektionerna, vad vi ville uppnå. Lärde sig eleverna det vi hade som mål att de skulle lära sig?

Hur arbetar du med eleverna i multiplikation?

På sin nuvarande arbetsplats börjar eleverna arbeta med multiplikationstabellerna i årskurs två på våren eller i årskurs tre på hösten. De får lära sig tabellerna utantill med hjälp av bl.a. snottror och egenhändigt gjorda tabelltavlor. Eleverna får dem nästan alltid som läxor. De flesta lärarna testar sedan eleverna en gång i veckan. Sedan repeteras alla tabellerna genom alla årskurserna tills de slutar årskurs 6. [Det hörs på lärarens ton att hon inte gillar detta arbetssätt, men hon säger att hon inte vill klaga på sina kollegors arbetssätt.] Själv tycker hon att har eleverna inte lärt sig tabellerna efter första året så är det inte mycket lönt att fortsätta traggla dem utan som pedagog får man reflektera över varför några elever inte kan lära sig tabellerna utantill, och om de måste kunna det.

På sin förra arbetsplats arbetade de med alla räknesätten från första skoldagen och därför blev det naturligt för några elever att lära sig tabellerna tidigt och andra lite senare. De kom många gånger av sig själv. Parallellt tittade de på vilka mönster de olika tabellerna bildade och framför allt hur man kunde dela de olika tabellerna. Som exempel gav läraren alla tabellerna man kan dela med två, tre eller fem. I fjärde klass brukar hon arbeta med area och multiplikation parallellt, för det visualiserar tabellerna och de elever som inte har förstått multiplikationens uppbyggnad bukar göra det då.

Läraren: Däremot passar jag mig för att lära eleverna rabbla svaren till tabellerna. Du vet 2, 4, 6, 8, 10 osv. Många elever blir fast i det tänket och det är inte bra, anser jag. Sen tycker jag att det är mycket viktigt att arbeta med de större talen också, 10, 20, 100, 200, 1000, 2000 osv. Förstår eleverna strategierna här brukar det vara lättare när de ska lära sig tiopotenserna sen.

I Lpo 94 står det att läraren ska utgå från elevernas egna erfarenheter och vardag, hur väl stämmer det in på ert arbete?

Här hänvisar läraren till sitt svar i vår andra fråga. Samtidigt vidhåller hon att det är svårt. Ett bra knep är att ta olika sporter till sin hjälp, liksom att ämnesintegrera. Hon anser själv att hon har blivit bättre på att arbeta med dagstidningar och reklamblad efter en kortare utbildning hon gått på.

Hur utvärderar du elevernas kunskaper i multiplikation?

Läraren: Jag pratar mycket med mina elever under varje lektion. Vi har mycket grupparbete. Färdighetsträningen får de som hemläxa om det behövs. De får också uppgifter som de ska ta reda på hemma, det gör att de måste prata med sina föräldrar eller andra vuxna i sin omgivning. Det tog ett tag för föräldrarna att förstå att deras delaktighet var viktig för kommande lektionsinnehåll. Det är bara hos några elever som det inte fungerar men de stannar hos mig två gånger i veckan för läxläsning och då hjälps vi åt med dessa uppgifter.

Hur fungerar ert samarbete mellan stadierna? Hur får ni reda på vad eleverna arbetat med innan de kommer till er? Brukar ni förbereda eleverna inför högstadiet?

Läraren menar att det inte finns något samarbete alls mellan stadierna på denna skola. Det saknar hon eftersom det fanns ett mycket bra samarbete på hennes förra arbetsplats. Det var tack vare samarbetet som de fick ihop en så bra kursplan i matematik. Den sträcker sig från förskoleklassen till sexan men med siktet inställt på vilka mål eleverna skall nå för att klara högstadiet.

Hur ser du på din utbildning kontra ditt yrkesutövande i matematik?

Hon tycker att hennes utbildning har varit bra, speciellt om hon jämför med alla nya lärare som inte har mycket erfarenheter med sig ut i verksamheten. Det hon saknar är kontinuerlig vidareutbildning för det sker så stora förändringar i samhället idag och det är andra kunskaper som efterfrågas. Läraren hade gärna sett ett större samarbete med olika lokala näringsidkare för att eleverna ska få ett större perspektiv på sitt kunskaps-behov.

Läraren: Utbildning är alltid utvecklande, även för oss lärare ... eller jag skall kanske säga speciellt för oss lärare. Vi ska ju helst ligga steget före så att eleverna inte ligger ett steg efter. Kan man säga så?

Behövs kompetensutveckling i skolan idag?

Se lärarens svar i ovanstående fråga.

Läraren har godkänt anteckningarna efter att ha fått dem upplästa för sig per telefon 2006.11.13.

Lärarintervju 4 Bilaga 6

Kvinna, 62 år, som har gått folkskola, realskola, gymnasium och folkskollärar-seminariet. Hon har arbetat i 40 år som lärare. Läraren har också sommarjobbat på kontor och på äppleodling. Arbetar för nuvarande på en mindre skola i nordöstra Skåne och i olika klasser från åk 2 till 6 samt på skolans fritidshem. I matematik undervisar hon de elever i åk 6 som klarat nationella provet.

Under intervjun använder läraren ordet elever vilket vi använder i vår redovisning.

Vad innebär baskunskaper i multiplikation/matematik för dig?

Lärare: Det är att förstå vad multiplikation är, att man förstår att multiplikation är en upprepad addition. Det är bra om eleverna har förstått att multiplikation är en upprepad addition om multiplikation inte fungerar. Det är ett bra sätt att tänka.

Intervjuare: Fortsätter eleverna att använda sig av upprepad addition eller lämnar de den metoden?

Lärare: Många elever lämnar den upprepade additionen. De kan komma tillbaka till den tillfälligt om det gått en lång tid sedan de använde multiplikation sist eller om de är osäkra som t ex vid tvåsiffrig multiplikation. Då kan de vara osäkra på minnessiffrorna. Det viktiga är att de har förstått principen. En del jobbar stegvis på fingrarna, de använder fingrarna när tabell-kunskaperna brister.

Vad anser du är vardagsmatematik för eleverna när det gäller multiplika-tion?

Lärare: Att kunna tabellen så snabbt som möjligt så att det underlättar för eleverna och att de förstår vad multiplikation är. Kan de tabellerna går det fortare för dem att räkna. Så småningom kommer eleverna till insikt om att det bästa är att nöta in tabellerna.

Intervjuare: Vad jag har märkt på eleverna, har ni nött in tabellerna. Stämmer det?

Lärare: Ja, det har vi gjort. Vi tar det i olika steg och gör tester.

Läraren berättar att eleverna får tester som de får göra så fort som de kan utifrån sig själva. Nästa gång eleverna får testet ska de försöka göra testet lite snabbare än senast eller fler tal på samma tid. De gör på lite olika sätt från gång till gång. Det viktiga är att eleverna inte jämför sig med varandra utan att man jämför sig med sig själv och tidigare resultat och att man gör det i sin egen takt.

Tycker du att du har stöd i kursplanen för matematik i vad som kan anses vara baskunskaper? Då menar jag både den statliga och er lokala kursplan.

Läraren: Ja, det tycker jag. Det ”gröna häftet” (skolans lokala kursplan) var svårt att utforma. Det är så mycket i matematik som man ska skriva ner. Det finns jättemycket. Man märker på nationella proven att de inte testar allt. De nationella proven är snävare och de testar inte bara matematikkunskaper utan även hur eleverna samarbetar och annat.

När läraren säger att det finns så mycket att skriva ner i matematik tänker hon på alla de delmoment som ingår som taluppfattning, problemlösning, tid, geometri mm som ska definieras i matematik. I t ex svenska rör det sig bara om tre-fyra delmoment som ska behandlas.

Hur arbetar du med eleverna i multiplikation?

Läraren berättar att eleverna introduceras i tabellen i åk 2. Då börjar hon med att jämföra addition med multiplikation och visar på att t ex $2 + 2 + 2 = 6$, att $3 \cdot 2$ också är 6 och att man använder 3 stycken 2: or. Hon använder sig av tärningar och låter eleverna hoppa 2-hopp och 3-hopp mm innan hon ens nämner för eleverna att man arbetar med multiplikations-tabellen. Hon leder in dem på dubblor: $2 \cdot 2 = 4$, $4 \cdot 2 = 8$, $8 \cdot 2 = 16$ osv. Hon ser att vissa elever fortfarande tänker i sådana här dubblor men på ett mer avancerat sätt som $2{,}5 \cdot 2 = 5{,}0$. Läraren använder också rutmönster i undervisningen, både vid multiplikation och vid division. När intervjuaren påpekar att inte alla eleverna har känts vid det under enkätintervjun svarar hon att eleverna ibland glömmer bort det som man har arbetat med. Vidare berättar läraren att när eleverna lär in tabellen får hon ta till många olika sätt att lära ut till eleverna. Hon visar dem 2-hopp och 3-hopp och hon tar det i små steg upp till 5. När eleverna ska lära sig 9: ans tabell visar hon dem ett fingerknep t ex $6 \cdot 9$, där man viker ner sjätte fingret och så räknar man fingrarna till vänster om sjättefingret. De är tiotalssiffran i svaret. Därefter räknar man fingrarna till höger om sjättefingret och de är entalssiffran i svaret, alltså 54. På detta sätt lärde sig eleverna 9:ans tabell snabbare än de andra tabellerna som 7:an och

8:an. Är eleverna säkra på subtraktion kan de räkna $10 \cdot 8 - 8$ för att få fram svaret på $9 \cdot 8$. Man tar alltså omvägen över 10:ans tabell för att få ett svar i 9:ans.

Intervjuare: I vår undersökning har vi sett att eleverna har störst problem 8:ans tabell. Varför tror du att de har det?

Lärare: Jag tror att de har det för att de har inget att hänga upp den tabellen på. Den ligger långt bak. De flesta klarar det bra upp till $8 \cdot 5$ sedan räknar de vidare på 8-steg. Ofta måste de ju räkna över tiotalsövergångarna och det är mer komplicerat. Många tänker inte heller på att de kan vända talen, $5 \cdot 8 = 8 \cdot 5$. Då hade de klarat det.

När eleverna inte arbetat på ett tag med multiplikation tar det lite tid innan de plockat fram, dvs. friskat upp minnet, kring tabellen.

Matematik är mycket teoretiskt, fortsätter läraren. Det kräver ett korrekt skrivet språk och det kan vara svårt för eleverna att koppla ihop tankarna till det korrekta språket. Alla elever ligger inte heller på samma nivå. De snabba eleverna vill börja arbeta men när de väl börjat behöver de hjälp och en ny genomgång för att de egentligen hade för bråttom.

För vissa elever kan inlärningen av multiplikationstabellen handla om mognad, att kunskapen får ligga och mogna till sig och senare kommer en aha-upplevelse. Det kan dröja år och man kan inte provocera fram kunskaperna, säger läraren.

Lärare: Man kan inte hoppa över tabellen. Den måste man kunna för annars blir det för jobbigt om man inte kan den. Kan man inte tabellen, kan man inte heller division och då får man stora problem på högstadiet. Då krävs det att man snabbt kan använda sig av tabellen. Sedan finns det ju elever som inte kan lära sig tabellen. De kan det bara inte och då finns det ju tabeller och miniräknare som de får ha som hjälpmedel. Miniräknaren är ett bra hjälpmedel.

Läraren säger vidare att det är hemskt svårt att få eleverna att rita för att förstå multiplikation eller lösa problem. Hon har märkt att eleverna hellre arbetar med laborativt material, men hon uppmanar eleverna att rita.

Läraren: Förr ansågs det som fusk att rita men så är det inte idag. Tvärtom! Jag ritar själv många gånger när jag ska lösa problem. Det är bra att rita.

I Lpo 94 står det att läraren ska utgå från elevernas egna erfarenheter och vardag, hur väl stämmer det in på ert arbete?

Läraren: Jag försöker att ta exempel som finns runt eleverna och att de själva ska ge exempel. Jag använder praktisk matematik tills eleverna själva förstår. I bråk tänker vi oss att vi delar tårtor, kakor, pizzor, äpplen mm. Eleverna får klippa och rita. Det är ju lättare när man jobbar med bråk. Vika och klippa gör mycket.

Hur utvärderar du elevernas kunskaper i matematik?

Lärare: Jag försöker se hur snabbt de kan tabellen och hur lång tid de tar på sig, vilka fel de gör och vissa diagnoser, problem, lucktester och algoritmerna. Jag vill se till att de inte står still eller rent av går baklänges.

Hur fungerar ert samarbete mellan stadierna? Hur får ni reda på vad eleverna arbetar med innan ni får dem? Brukar ni förbereda eleverna inför högstadiet?

Läraren anser att övergången till högstadiet är inte lätt, varken för eleverna eller för de överlämnade lärarna. Högstadieskolan är inte alltid intresserad av mellanstadieeleverna och det blir ibland missar, vilket läraren verkar bekymrad över. Mellanstadielärarna vill åtminstone få tala om hur långt eleverna har kommit och om de klarat nationella proven eller ej. Vissa lärarlag på högstadiet vill ha överlämning och andra inte. Tydligen vill de lärarlagen själva bilda sig uppfattningar om elevernas brister och fördelar. Läraren berättar att inom skolan går man över stadiegränserna mycket mer då låg- och mellanstadium finns på samma skola. I övrigt sker ingen speciell matematikförberedelse inför högstadiet.

Hur ser du på din utbildning kontra ditt yrkesutövande i matematik?

Lärare: Ja, jag har fått en hel del utbildning. På gymnasiet fick vi mycket matematik men kanske inte så mycket på seminariet.

Läraren har fått mycket utbildning i yrket, hon har varit matematikansvarig på skolan och då fick hon många kurser, hon fick delta i matematikbiennalerna, träffar 1 gång i månaden med andra matematikansvariga lärare i kommunen samt lärare på högskolorna i Malmö och Kristianstad. Hon tyckte vid det senaste erbjudandet om en 5 p kurs i matematik att hon kunde stå över och lämna sin plats till förfogande till andra lärare som inte haft samma chanser till kompetensutveckling inom matematik som hon.

Läraren har godkänt utskriften från fältanteckningarna 2006.12.27.

Resultat elevenkäter **Bilaga 7**

A. *Flickor* IIIII IIII *Pojkar* IIIII IIII

B. *Jag tycker att matematik är* *(max två alternativ.)*

roligt		B									K	L		N				R
tråkigt																		
sådär	A		C	D	E	F	G	H	I	J			M		O	P	Q	
lätt		B		D		F	G	H	I									
svårt											K	L		N				

C. *Vad tycker du att du är bäst på i matematik?*

A. Plus
B. Subtraktion, Addition, multiplikation
C. Plusa
D. Lästal
E. Vet inte
F. Huvudräkning av stora tal. 3:ans tabell
G. Plus
H. Plus och gånger
I. Allt möjligt, fast inte läsetal.
J. Plus
K. Inget
L. Vet inte. Kanske lästal. Plus.
M. Bråk, tabellen, minus, pluss, procent, tyst och lyssna
N. Tabelen. Jag lär mig snabbt. Kommer ihåg.
O. Plus
P. Gånger
Q. Mycket
R. Att räkna gånger

D. *Vad tycker du att du är sämst på i matematik?*

A. Lästal [svårt att förstå texten]
B. Division
C. Minus
D. Ställa upp [standardalgoritm; add. och subt. är lätt; div. och multi. är svårt]
E. Gånger tabelerna
F. Strategier [vilket räknesätt som ska användas vid olika läsetal]
G. Vet ej.
H. Area och när man mäter omkring [omkrets]
I. Läsetal och mulitplikation, tabellerna.
J. Divit ... Delat med
K. Minus när man ställer upp.
L. Minus i huvudet och delat med.
M. Delatmed
N. Problem tal
O. Gångertabellen
P. Bråk
Q. Division
R. På diagnoser

E. *Vad skulle du helst vilja arbeta med/göra i matematik?*

A. Mattelekar
B. Mäta och räkna, göra tester
C. Minus [för att jag vill bli bättre]
D. Lästal
E. Spel
F. Kunna alla tabellerna. Huvudräkning
G. Spel
H. "Allt möjligt. Det är väl bra som vi gör."
I. Tabellerna, spel, mäta och väga.
J. Spel och räkna i böcker. [Andra böcker än läromedel.]
K. Roliga saker: spel, tävlingar.
L. Tabellerna och spel.
M. Bråk
N. Matte Sagor
O. Göra frågor.
P. Att räkna gånger
Q. Mycket
R. Mer geometri

F. *Vilka är de fyra räknesätten?*

A. Plus, minus, gåger, divition
B. Multiplikation, addition, subtraktion, division
C. Minus, Plus, Multiplikation, delat med
D. Subtraktion, adition, multiplikation, divition
E. Plus, minus, gånger, divition
F. Addition, Subtration, Delatmed och gånger.
G. Plus.minus, division, multiplikation
H. Gånger, divition, adtion, minus
I. Multiplikation, gånger, plus, divition, minus. Det blir ju fem? "Så är det!"
J. Plus, minus, multiplikation, delat med.
K. Multiplikation, plus, minus, delat med
L. Addition, minus, multiplikationen ... divition
M. Pluss, Minus, Gånger, Delatmed (osäkert svar)
N. Plus, minus, gånger. Delatmed.
O. plus, minus, gånger och bråk
P. plus, minus, gånger och bråk
Q. Addition, Subbtraion, Division, Multplikation
R. Uppställning, gånger, minus, plus

G. *Vilket räknesätt tycker du* <u>*a. är lättast att använda?*</u>

A. Plus
B. Addition
C. Plus
D. Plus
E. Plus
F. Plus och minus i huvudräkning.
G. Gånger
H. Plus
I. Plus
J. Plus
K. Plus och gånger
L. Plus
M. Pluss
N. plus och minus
O. Plus
P. Gånger
Q. Plus
R. Plus

Addition	16
Multiplikation	3
Subtraktion	2

<u>*b. är svårast att använda?*</u>

A. Divition
B. Dividion
B. Minus
D. Multiplikation
E. Gånger
F. Multiplikation
G. Minus
H. Divition
I. Delat med
J. Minus
K. Divition
L. Divition
M. Delatmed
N. Delatmed
O. Gånger
P. Bråk
Q. Multiplikation
R. Gånger

Division	8
Mulitplikation	6
Subtraktion	3
Bråk	1

<u>*c. att du använder oftast?*</u>

A. Plus, gånger
B. Addition
C. Multiplikation [i skolan]
D. Plus
E. Plus
F. Multiplikation och plus.
G. Gånger
H. Plus och gånger.
I. Plus och minus.
J. Gånger
K. Plus
L. Plus
M. Pluss och minus
N. Delatmed
O. Plus
P. Gånger
Q. Multiplikation och plus
R. Uppställning

Addition	12
Multiplikation	8
Subtraktion	2
Division	1
Uppställning	1

H. *Tycker du att du kan multiplikationstabellerna?*

ja		B					G					M	N		P	Q		
nej										K								
sådär	A		C	D	E	F		H	I	J	L			O			R	

I. *Vilka tabeller känner du dig säker på och använder du när du multiplicerar?*

	1	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***	
A.	X	X			X				X*	X	*fingrarna
B.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
C.	X	X	X	X	X					X	
D.	X	X	X	X	X				X	X	
E.	X	X			X		X	X		X	
F.	X	X	X		X			X	X*	X	*fingrarna
G.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
H.	X	X	X	X	X	X	X		X	X	
I.	X	X	X	X	X				X	X	
J.	X	X	X	X	X	X			X	X	
K.	X	X			X				X*	X	*fingrarna
L.	X	X	X	X	X				X*	X	*fingrarna
M.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
N.	X	X	X	X	X	X	X		X	X	
O.	X	X			X				X	X	
P.	X	X	X	X	X	X	X		X	X	
Q.	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
R.	X	X	X		X				X	X	

J. *Kan du fler tabeller? T.ex. tabellerna 15, 25, 50, 75, 100, 200 - 1000.*

A. 100 och 1000 [det är som 10:ans tabell]
B. 11, 12, 15, 25, 50, 100, 200, 500, 1000
C. 11, 100, 200, 500, 1000
D. 11, 15, 25, 50, 100, 200-1000
E. 11, 100, 1000
F. 11
G. 11, 12, 50, 100, 200 - 1000
H. 11, 12, 100, 1000
I. 11, 100, 1000
J. 11, 25, 100, 50, 200, 300, 400, 500, 600, 1000
K. Nej!
L. 11, 100, 1000
M. Ja, en del. Med uppställning.
N. Eleven menar här att hon kan t. ex. $2 \cdot 25 = 50$ eller $2 \cdot 75 = 150$
O. Nej
P. Ja 100, 1000 och 50
Q. 11, 12, 13, 14
R. 15, 50, 25, 30, 40

K. *Kan du ge några exempel på hur du använder matematik i din vardag.*

A. Handlar [räknar ihop innan jag betalar i kassan]
B. Bakar
C. Basket och shoppar
D. Handlar (få tillbaka mynt), tid (passar busstider)
E. Nej
F. Träningen [trampolin=studsmatta]
G. Delar kakor och andra saker
H. Lagar mat och bakar, kokar ägg (5 min.), duschar (max 3 min.), tvättar bilen → pengar, säljer för WWF → pengar, handlar (godis ochs saker), spara pengar, fyller år: år.
I. "Vet inte!" Kör till mormor i Dalarna: tankar (liter och pengar), kör långt (km), det tar tid (klockan). Läser tidningen (TV-tablåerna). Veckopeng. Köper fotbollskor. Spelkar Monopol (handlar med hus och hotell, betalar hyra och böter.
J. "Nej!" Klockan och TV:n. Datan (samla poäng). Spara till en ny cykel (pengar) Säljer jultidningar (pengar). Mobiltelefon (hålkla koll på kontantkortets markeringar). Veckopeng.
K. Handla, baka, mäta, fotboll, klockan, simma, läsa tidningar (tal i texten).
L. Simmar (tar tid, räknar längder), handlar till mamma (växel, väger, räknar). Hjälper till att baka. Ger djuren mat. Klockan (åker buss ofta).
M. När jag bakar, städar och gör läxan.
N. Nej
O. Jag brukar plussa och tänka efter i huvudet.
P. om jag ska gå och handla
Q. I affären
R. Läxor

1. *Vad är produkten av faktorerna 3 och 5?*

A. Förstod ej frågan
B. 15
C. Förstod ej frågan
D. 15, säkert
E. Förstod ej frågan
F. Förstod ej frågan
G. 15
H. Det vet inte jag!
I. "Är det 8 eller 15?"
J. ???
K. Förstod ej frågan.
L. Förstod ej frågan
M. Ingen aning. Har nog inte pratat om det.
N. Ingen aning.
O. Eleven förstår inte frågan.
P. 15 osäkert
Q. Jag kommer inte ihåg vad faktorn är. 15
R. Vet inte

2. *Om du multiplicerar talen 3 och 5, vad är produkten?*

A. 15
B. 15
C. 15
D. 15 säkert
E. Vet inte. Osäker på om X förstått frågan.
F. 8
G. 15
H. 15?
I. Aha, 15!
J. "Är det gånger?"
K. Förstod ej frågan.
L. 15
M. 15
N. Ähh, vadå multiplicerar? Jag är skitdålig på matte.
O. 15
P. 15
Q. 15
R. 15

3. *Om du gångar/gångrar talet 6 med 3, vad är svaret?*

A. 15, nej 18 blir det
B. 18
C. 18 med hjälp av fingrarna: 3, 6, 9, 12, 15, 18
D. 18 säkert
E. 18 säkert
F. 18 säkert
G. 18 säkert
H. 18 säkert
I. 18 säkert
J. 12 nej 18, 18!
K. 18 säkert
L. 15 nej 18
M. 12, nej 18 menar jag.
N. 18
O. 18
P. 24, eller 18.
Q. 18
R. 18

4. *Vad är*

a) $3 \cdot 7 =$	*b)* $8 \cdot 4 =$	*c)* $5 \cdot 5 =$
d) $6 \cdot 5 =$	*e)* $8 \cdot 7 =$	*f)* $9 \cdot 6 =$
g) $6 \cdot 3 =$	*h)* $7 \cdot 3 =$	*i)* $9 \cdot 2 =$
j) $8 \cdot 8 =$	*k)* $6 \cdot 6 =$	*l)* $6 \cdot 10 =$
m) $10 \cdot 60 =$	*n)* $100 \cdot 60 =$	*o)* $60 \cdot 0 =$
p) $1000 \cdot 6 =$		

A. Kunde ej **b** och **h**, gjorde trehopp i uppg **g**
B. Säker! Började träna tabellerna i åk 2. (traggla)
C. Tvekade på uppg **n** och **p** om hur många nollor som skulle läggas till.
D. Uppg **e** och **j** svåra och gjordes sist. Uppg **f** gjordes med hjälp av fingrarna. Eleven bygger upp bilder av tabellen i huvudet och använder dem som hjälp.
E. Går mycket bra, ingen tvekan, har ett jämt tempo. Använder fingrarna i uppg **f**.
F. Arbetar jämt och lugnt. Tvekar på uppg **n** och **p** om hur många nollor som ska läggas till. Använder fingrarna i uppg **f**. Gör femhopp i uppg **c** och **d**.
Tvekar vid uppg **e** och förklarar sin uträkning: 9x2=18 + 6x6=36.
G. Säker. Tvekar inte.
H. Osäker och tar lång tid på sig. Gör femhopp vid uppg **c** och **d** samt vid **k**:
6x6= 5x5+6 = 36. Gör trehopp vid uppg **h** men ej i uppg a. Kan ej uppg **j**.
I. Alla rätt. Använder fingrarna vid 9:ans tabell. Gör femhopp vid 5:ans tabell.
J. Inga problem, lung och säker.
K. Hoppade över alla i åttans tabell: "8:ans tabell är omöjlig att lära sig!" Använde fingrarna i uppgift **f**.
Jag frågade vad är 4x8? "32", vad är 7x8? "54" vad är 3x8? "18 nej 24"
vad är 40+24? "40, 50, 60, 64 ... 64"
L. Lugnt tempo. Tar hjälp av fingrarna i uppgifterna **f** och **i**.
M. Det är inlärt. Vi brukar ha sådana i slutet av mattelektionerna. Det är lätt.
Jag är säker på de flesta. Eleven osäker på **j** och **n**.
N. Vid någon uppgift börjar eleven skriva talet på bordet varpå jag erbjuder henne papper att skriva på.
På uppgift **n**. håller eleven över 0:orna, vilket en av lärarna har lärt henne att man kan göra. Eleven berättar att hon använder sig mest av upprepad addition och att hon tyckte att talen ovan var lätta.
O. På uppgift **k** tvekade eleven länge. När jag frågade hur hon kom på svaret svarade hon att hon kom på att orden rimmade: "Sex gånger sex är trettiosex." Hon ansåg att hon kunde de flesta och att de övat ganska mycket på dem förutom talen i uppgifterna m, n, o och p.
P. Eleven tänkte gånger, gångade talen. N, o och p, den typen av tal kände eleven inte igen men resten hade klassen övat mycket på förr och därför kände eleven igen dem.
Q. Eleven är snabb men slarvar mycket. Han kom ihåg talen som har har lärt sig genom att räkna.
R. Vissa kunde eleven i huvudet och vissa räknade han på fingrarna.

5. *Teckna en bild av 3 · 5. Du får inte använda siffror.*

A. Säker på svaret — G

O O O
O O O
O O O
O O O
O O O

B. O O O · O O O O O — IG

C. Ritade 3 streckgubbar med vardera en påse, där varje påse innehöll fem bollar. "Hur många bollar har gubbarna tillsammans?" — G

D. Kan inte, förstår inte uppgiften. — IG

E. ▲ ▲ ▲ · O O O O O — IG

F. O O O · O O O O O — IG

G. Ritade tre streckgubbar med vardera fem kronor. "Hur mycket pengar har de tillsammans?" — G

H. Kan inte. — IG

I. Vill inte. — IG

J. Gör tre stycken börsar med fem kronor i varje = 3x5=15 — G

K. Ritar fem lådor med tre bilar i varje. "Hur många bilar finns det i alla lådorna?" — G

L. Säker på svaret — G

O O O
O O O
O O O
O O O
O O O

M. Ritar 3 ballonger och 5 bollar. — IG

N. Eleven är tveksam och förstår inte uppgiften. Efter ganska mycket hjälp ritar hon tre blommor som ska säljas för en 5:a styck. — IG

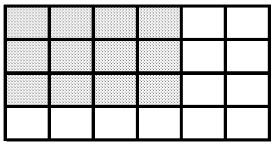
O. Eleven är tveksam när hon ser uppgiften. Jag frågar hur hon brukar tänka när ska räkna ut 3·5? Hon svarar: "Jag brukar räkna på fingarna." Jag ber henne försöka rita det på pappret. Hon tillägger att hon kunde detta talet utantill. — IG

P. Eleven förstår inte uppgiften. Jag försöker hjälpa honom så mycket jag kan men eleven får inga bilder av hur man skulle kunna använda 3 · 5. Eleven kan talet utantill och det verkar göra det hela svårare när man börjar prata om bilder. — IG

Q. Eleven ritar 5 cirklar i tre grupper. Han knyter samman grupperna med +-tecken så bilden påminner om upprepad addition. — G

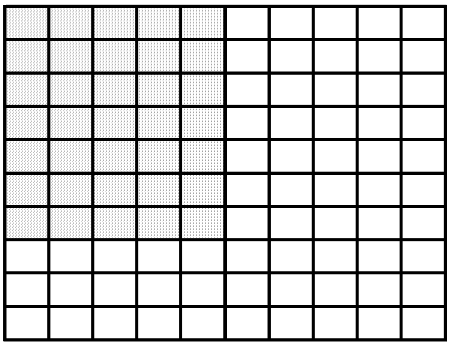
R. Eleven kunde talet i huvudet. Han får ganska mycket hjälp innan han ritar en bild där han beskriver hur han räknade ut 3 · 5 förut genom att räkna 3-hopp på sina fingrar. Bilden föreställer en hand där det står 3 på varje finger. — IG

6. *Bilden föreställer en multiplikation, vilken?*

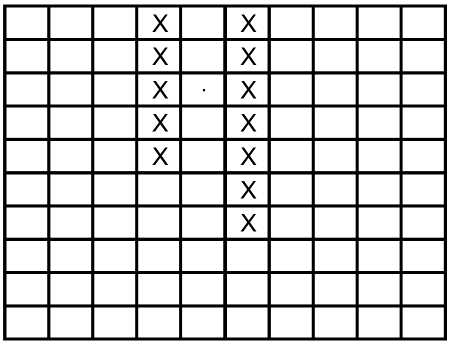


A.	4x3 [säker på svaret]	G
B.	12x12 [12 skuggade x 12 vita]	IG
C.	4x6 [4 vågräta rader x 6 lodräta rader] eller 3x4 [om man bara räknar de grå rutorna]	G G
D.	6x8 [6 vita i vågrät rad x 8 vita i två lodräta rader]	IG
E.	3x8? Vet inte!	IG
F.	12x12 [12 skuggade x 12 vita]	IG
G.	12x12 [12 skuggade x 12 vita]	IG
H.	6x4 [6 vågräta rader x 4 lodräta rader]	G
I.	"Vet inte!" (gissar) 3x4 eller 12x12.	G/IG
J.	12x12 eller 4x6	IG/G
K.	"12x12, det kan också vara 3x4 eller 6x4" Säker.	IG/G/G
L.	3x4	G
M.	6x4. Eleven räknade rutor, 6 åt ena hållet och 4 åt det andra.	G
N.	Eleven förstår inte uppgiften. Hon säger att hon aldrig har settt en sådan här uppgift tidigare. Jag förklarar först väldigt ytligt och hon svarar 12. Jag förklarar då att man kan räkna 3 rutor på höjden och 4 rutor på längden. Det blir 3x4.	IG
O.	Eleven räknar rader och kolumner.	G
P.	Eleven räknade först de mörka rutorna och sedan de ljusa. Inte det svar vi väntade väntade oss men, visst det är rätt det med 2x12	G
Q.	4x3 Eleven säger att han arbetat med rutmönster förut.	G
R.	Vet ej	IG

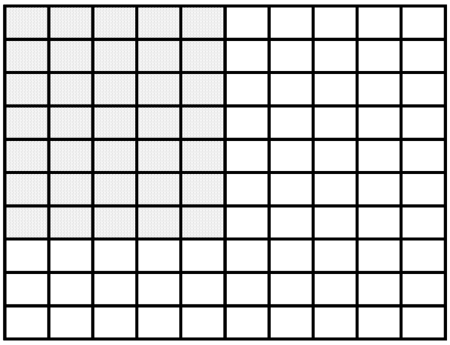
7. *Färglägg 7·5.*



A. Säker på svaret G

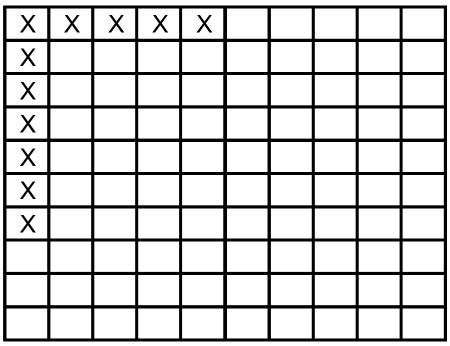


B. Tvekar och börjar om flera gånger. IG
Kopplar inte uppg. till föreg. uppg.
Vill ha bekräftelse på att det blir rätt.



C. Kopplade uppgiften till area som de arbetat med i skolan den senaste veckan. Ingen tvekan. Säker på sin sak.
G

D. Vet ej och väljer att hoppa över. IG



E. 7x5? Tveksam. IG

		X							
	X	X							
X	X								

F. Ingen tveksamhet. IG

							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
						X	X	X	X
						X	X	X	X
						X	X	X	X
						X	X	X	X
						X	X	X	X

G. Tveksam. Funderar på om det är samma uppg som i föregående.. Beslutar sig för att färglägga 35 rutor.

IG

X	X			X	X				
X	X	X	·	X	X				
X	X			X					

H. "Det går inte för det blir 10 x 10." IG
Gör ändå ett tveksamt försök.

X	X	X	X	X	X	X			
						X			
						X			
						X			
						X			

I. Vill inte göra uppgiften men gör den ändå.

IG

X	X								
X	X								
X	X								
X	X								
X	X								
X									
X									

J. Tvekar och är mycket osäker. IG

X	X	X	X	X	X	X			
X	X	X	X	X	X	X			
X	X	X	X	X	X	X			
X	X	X	X	X	X	X			
X	X	X	X	X	X	X			

K. Säker. G

X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					

L. Säker. G

					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X
					X	X	X	X	X

M. Eleven gjorde rätt men var mycket tveksam och gissade lite hur hon skulle göra.

G

X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					

N. Eleven förstår bilden här och använder de kunskaper hon skaffade sig i bilden ovan. Hon löser den korrekt.

G

X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					

O. Eleven förstod uppgiften. Hon verkar ha arbetat en del med rutmönster för hon säger att hon hatar dem.

G

X	X	X							
X	X	X							
X	X	X							
X	X	X							
X	X	X							
X	X	X	X						
X	X	X	X						
X	X	X	X						
X	X	X	X						
X	X	X	X						

P. Eleven färglägger 35 rutor.
Eleven har inte tidigare arbetat med rutmönster. IG

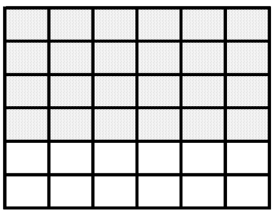
							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
							X	X	X
								X	X
								X	X
								X	X
								X	X
								X	X

Q. Eleven färglade 35 rutor inte 7 · 5. IG

X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					
X	X	X	X	X					

R. Eleven är tveksam men ringar in 7 · 5. G

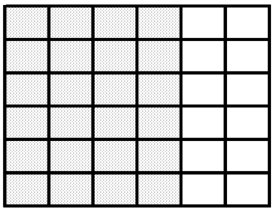
8. *Färglägg 4·6.*



A. Säker. G

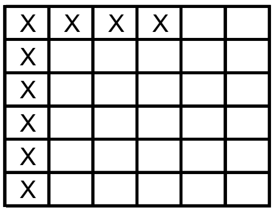
X	X	X	X		
		·			
X	X	X	X	X	X

B. Tvekar och börjar om flera gånger. Tittar på föregående uppgift. Vill ha bekräftelse på att det blir rätt. IG

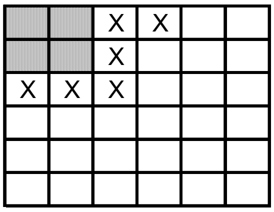


C. Kopplade uppgiften till area som de arbetat med i skolan den senaste veckan. Ingen tvekan. Säker. G

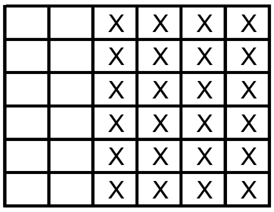
D. Vet ej och väljer att hoppa över. IG



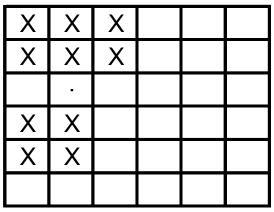
E. 4x6? Tveksam. IG



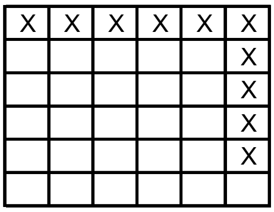
F. Säker. IG



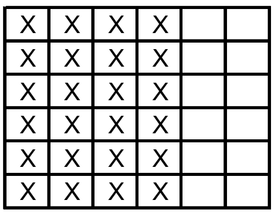
G. Tveksam men beslutar sig för att göra som i föregående uppgift. Färglägger 24 rutor. IG



H. Osäker och tvekar. IG



I. Vill inte göra uppgiften men gör den ändå. IG



J. Ännu mer tveksam i denna uppgift. Gör som i föregående uppgift men ändrar sig och gör enligt bilden. Vill göra om uppgift 7. G

X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X

K. Säker. G

X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X

L. Säker G

X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		

M. Eleven var säkrare. G

X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		

N. Denna uppgifen klarar hon ännu snabbare. G

X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X

O. G

X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		

P. Eleven färglägger 24 rutor som i detta fallet råkar bli $4 \cdot 6$. IG

		X	X	X	X
		X	X	X	X
		X	X	X	X
		X	X	X	X
		X	X	X	X
		X	X	X	X

Q. Eleven färglägger 24 rutor som i detta fallet råkar bli $4 \cdot 6$. IG

X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		
X	X	X	X		

R. Eleven är säkrare och ringar in $4 \cdot 6$. G

9. *Vad är 0,5·8*

A.	0,40 [gör en algoritm i huvudet]	IG
B.	"4,0 eller kanske 0,5?" Räknar högt:" 5x8=40, flytta decimaltecknet = 4"	G
C.	"0,5 eller 0x8=0 men så ska man fytta kommat också?"	IG
D.	5x8=40 = 0,40 [lägger till en nolla och decimaltecken framför svaret 40]	IG
E.	Förstår inte frågan och får se uppgiften. Gissar på 40?	IG
F.	"Vet inte!" Får titta på uppgiften och svarar säkert "Nu fattar jag! 4."	G
G.	4, tror jag.	G
H.	"Jag kan inte räkna ut med så'nt tecken." [decimaltecken]	IG
I.	????	IG
J.	4. 8/2=4	G
K.	"Vet ej! Är 0,5 lika med en halv?" Ja! "Mmm ... då blir det 4." Tveksam	G
L.	??	IG
M.	12 1 · 8 = 8 Blir det inte 0? Jag vet inte.	IG
N.	Om det varit en 1:a där (pekar på 0,5) hade det blivit 8. Hälften av 8 blir ju 4. Jag vet inte. Jag har inte sett det förut.	G
O.	4,5 5· 8 = 45 Eleven berättar att hon tar kommat från 0,5 och sätter mellan 4 och 5 i 45 och får då 4,5. Innan hon har berättat allt detta färdigt för mig har hon sett att hon räknat fel och korrigerar sig till 4,0.	G
P.	4 · en halv = 2, 2+2= 4	G
Q.	4. Hade det stått 1 hade svaret blivit 8 men nu blir det hälften.	G
R.	Vet inte	IG

10. *Hur mycket kostar ½ kg äpple om de kostar 8 kr/kg?*

A.	"40 öre, nej 40 kr"[gör en algoritm och ser att decimaltecknet placerats fel] "4 kr"	G
B.	"4 kr", förklarar: "8 delat på två är lika med 4".	G
C.	4 kr. Säkert svart utan tvekan. Ser vid jmf att det är samma uppg.	G
D.	4 kr "Det är hälften av 8." Ser och förstår likheterna då vi jmf uppg.	G
E.	Tänker länge och svara 4 kr. Fortsätter tänka och säger att hälften är svårt. Kan inte koppla uppg 9 och 10 med varandra.	G
F.	4 kr säkert och säger att det var samma uppgift som innan fast med text.	G
G.	"4 kr, för ½ av 8 är lika med 4."	G
H.	Förstår ej vad ½ symboliserar. ½ = halv klarar eleven uppgiften: 4 kr.	IG
I.	4 kr, vill inte förklara svaret.	G
J.	4 kr, man delar 8 på mitten.	G
K.	4 kr. "Är det samma som som innan?"	G
L.	4 kr. Vid jgm av uppg 9 ser eleven att det är samma uppgift tast utan text.	G
M.	8 kr. Åh, var det ½ kg. Det blir ju 4 kr.	G
N.	Det är 1½. Jag har sett det när jag bakar. (Eleven förstod inte här symbolen ½ När jag förstått det berättar jag för henne vad symbolen innebär.) Svaret blir 4 kr Eleven tyckte att uppgift 9 var lättast eftersom hon först inte förstod ½.	IG
O.	4 kr. ½ kg och 8 kr. Man tar bort hälften. Eleven ser att 0,5 och ½ är samma sak. Hon tyckte att uppgift 10 var lättast då det fanns text till uppgiften.	G
P.	4 kr. Eleven tog hälften av 8.	G
Q.	4. Det är ett halvt kg, då blir det 4 för man tar hälften.	G
R.	4 kr. Eleven tog hälften av 8. När jag påpekar att 0,5 är det samma som ½ ser han att även svaret på uppgift 9 blir 4. Han tycket att uppgift 10 var lättast.	G

11. *I affären kostar godiset 6.90 kr/hg. Du köper 4 hg. Hur mycket pengar behöver du ha med dig för att du skall kunna betala godiset?*

a) ***20 kr***

b) ***25 kr***

A. [Räknar 6x4=24]

E. [Räknar 6x4=24 + 4x0,9=?] Reder inte ut sitt tänkande utan vidhåller svar b.

F. Skriver 4x5=20, 5x5= 25 som suddas ut.
Skriver 4x5 =20, 4x6=24. Svar b.

L. "4x6=24" Men de 90 örena då?" 25?"

M. 25 kr 6,90 avrundas till 7 kr 7 ·4 = 21 Jag ska ta med mig 25 kr.

c) ***30 kr***

B. "Avrunda 6,9 till 7 och sen 7x4 som blir 28." Säkert svar.

C. "Man måste avrunda till 7 och så gångrar man det med 4, det blir 28. Svar c." Säkert svar.

D. "Jag avrundar till 7 och gånger 4 så blir det nästan 30." Säkert svar.

G. "Ohh jäklar, det var dyrt godis! 6x4=24 + 4x9=36 flytta kommat ett steg = 3,6" Svarar c säkert men diskuterar godispriset med mig en lång stund.

H. 6x4=24, svar b. Men de 90 örena då? Aaah ... 25+4 = 29, svar c.

I. 6,90 ≈ 7, 7x4 = 28. Svar c.

J. 7x4 - 4x10 öre = 27,60. Svar c.

K. 7x4=28. Svar c.

N. Det blir 7 kr (menar avrundning av 6,90). Man får ha med sig 30 kr.

O. 360. Det blir 30. Nej, vänta jag är inte färdig. 27,60. Jag tänker så det står till i hjärnan. 90+90= 180, 180+180= 360, 6 · 4 = 24, 3+24= 27, 27+60= 27,60 När eleven säger detta gör hon ingen skillnad på kronor och ören så det märks i samtalet. Hon har en ganska komplicerad tankeritual och klarar av att hålla väldgit mycket i huvudet. Hon vet om att man kan avrunda till 7 och beräkna 7 · 4= 28 men tror att vi är intresserade av det korrekta svaret.

P. Eleven noterar 360 på hjälppappret. Han anger det exakta svaret till 27,50 och drar slutsatsen att man behöver 30 kr.
9 · 4= 36 och sedan lade han till en 0:a på slutet, 360. 6 · 4 = 24, 24+3,60= 27,50. Han insåg att de andra alternativen var för små därför valde han 30 kr. Eleven berättar också att om han löst uppgiften på papper hade han ställt upp talet och multiplicerat.

Q. Jag tog 7 · 4 = 28

R. c. Eleven gjorde en avrundning och tog 7 · 4.

12. *Ni skall ha klassfest och alla eleverna lägger vardera 10 kr för att ni skall kunna köpa popcorn och läsk. Hur mycket pengar samlar klassen in om ni är 20 elever i klassen?*

A. 20x10=200 [huvudräkning, jag läser uppgiften högt]
B. 2x1=2 plus två nollor = 200
C. 10x20=200 [Läser igenom uppgiften repterar högt de uppg. eleven behöver för att kunna lösa uppg. och visar att eleven förstått uppg.]
D. 10x20= 200 Säker.
E. 10x20=20. Säker. IG
F. 20 nej! 200 kanske? 20x10=200 200 blir det!
G. 20x10=200. Säker.
H. 20x10=200. Säker.
I. 200. Säker
J. "Vad betyder vardera? Kostar det inte mer?" [popcorn och läsk 10 kr] 10x20=200
K. "Vad betyder vardera?" 10x2=20 plus en nolla = 200.
L. 20x10=200
M. 200 kr 10 · 20 = 200
N. Är det 200? Jo, det är det.
O. 200 kr.
P. 200 kr. 20/10= 10, 10 · 10= 100 100+100=200
Q. 10 · 20= 200.
R. 200. Eleven adderade på fingrarna 10, 20, 30, 40 osv 20 gånger.

13. *Om ni är 200 elever på er skola och alla eleverna får vars två pennor per termin, hur många pennor måste skolan köpa in då?*

A. 2x200=400 [huvudräkning, jag läste uppgiften högt]
B. 2x2=4 plus två nollor = 400
C. 200x2 = 400. "Det blir dubbelt så mycket ju!"
D. 200x20=400. Säker.
E. 2x200=400. Säker
F. 200x2=4, nej ... 400 blir det ju!
G. Filosoferar fram och tillbaka om X skall beräkna svaret på 1 eller 2 terminer. Tycker inte att det framgår av frågan. Jag låter X bestämma själv. Svaret blir 4 pennor x 200 = 800.
H. 2x200=200. Ändrar sig inte! IG
I. 400. Säker.
J. 200x2 =400
K. 200x2=400
L. 200x2=400
M. 200 + 200 = 400 st. Osäkert svar.
N 400 får det väl bli då. 200 elever får 2 pennor, då dubblar man.
O. 200 + 200 = 400
P. 2 · 200 = 400
Q. 2 · 200 = 400
R. 400. 1 penna/ elev = 200 pennor
<u>1 penna/ elev = 200 pennor</u>
Det ger 400 pennor.

14. *Hur många pennor måste skolan köpa in under ett läsår? Ett läsår är är lika med ett år.*

A. 200x4=800 [tar hjälp av uppgiften ovan, jag läser båda uppgifterna högt, huvudräkning]

B. (200x2(=400)) + (400x2)=800

C. 200 pennor. "Alltså eleverna behöver bara vars en penna. Man klarar sig på en penna varje termin." "Ja, då blir det ju 400 förstås!"

D. 400x2=800. Säkert svar och kopplar ihop uppgifterna.

E. 200+200 =800. Säkert svar. Kopplar ihop uppg 13 och 14.

F. 800. "Det är dubbelt upp 400!" [Utgår från uppg. 13]

G. "Ja, det blir ju samma sak! [800] Det kunde jag väl räknat ut, så här gör dom *alltid* i räkneböckerna. Man vet precis vad dom vill att man ska svara."

H. 2x2=4 pennor. Räknade du eleverna också? Jag läser uppgiften högt för eleven. "Då blev den andra fel [uppg 13], det blir 400 och så blir denna 800. (multipl.)

I. 400+400 = 800. Säker.

J. 400+400=800

K. 400x2=800. "Man kan också ta 400+400, men det går fortare att gånga."

L. 200x2=400+400=800

M. 400 + 400 = 800 st

N. En termin var 400 då blir det 400 nästa termin med. 400+400=800

O. 400 + 400 = 800

P. Man tar de 400 från uppgiften ovan. Då blir det 400 · 2= 800.

Q. 400 · 2 = 800

R. 800 additionsalgoritm

15. *Skriv in de tal som saknas.*

a) $\frac{25}{?} = 5$ b) $\frac{?}{7} = 6$ c) $\frac{32}{8} = ?$ d) $\frac{?}{4} = 4$

e) $\frac{12}{?} = 4$ f) $\frac{80}{8} = ?$ g) $\frac{63}{?} = 9$ h) $\frac{?}{10} = 20$

A. Upptäcker att det är multiplikation baklänges. Använder fingrarna i uppgift **g**.

B. Upptäcker att det är multiplikation baklänges. Säker och snabb.

C. Upptäcker att det är multiplikation baklänges. Vid uppgift **c** görs åttahopp.

D. Upptäcker att det är multiplikation baklänges, men tabellerna "låser" sig för eleven. Löser alla uppgifterna men det tar tid. [Känner sig troligtvis stressad.] Gör bilder i huvudet. [Bilderna består av mängder som motsvarar talen och som sedan adderas ihop.]

E. Tänker efter länge och använder fingrarna på olika sätt. Är trots detta säker i sina svar och arbetar i ett jämnt tempo. Skriver fel men upptäcker och ändrar felen själv.

F. Kan ej uppg **b** och är tveksam till uppg **g**. Löser uppgift **g** med fingrarnas hjälp. Får h till 2 och vidhåller att svaret är rätt.

G. Alla rätt. Räknar lugn och metodiskt.

H. Tycker att det är svårt men gör alla uppgifterna. Använder fingrarna som stöd i de flesta uppgifterna. Skriver fel men upptäcker och ändrar felen själv. Alla rätt. 5 min.

I. "Vill inte" [Eleven är troligtvis hungrig!] Eleven gör alla uppgifterna, alla rätt. Tar mycket lång tid och använder fingrarna som stöd i nästan alla uppgifterna.

J. Lugn och säker. Använder fingrarna i uppgift g.

K. Hoppar över uppgift **c**. Skriver 2 i uppgift **h**. Vi diskuterar svaret och eleven ändrar till 200 men är inte övertygad om att det är rätt.

L. Kan ej uppgift c och tar fingrarna till hjälp vid uppgift g.

M. Inga större problem. Eleven stannar upp lite vid b-uppgiften men kommer på att hon kan räkna 7 · 6 för att få fram täljaren. Eleven kommenterar själv att hon behöver öva på division.

N. Eleven är jätteosäker på hur hon ska hantera talen. Det var länge sedan de jobbade med det. Hon körde fast med en gång på a så jag tipsade henne att börja på b och då kunde hon gå vidare.

O. Eleven hade svårt för att börja på a så jag tipsade henne om att börja på b. Hon kom på att om man multiplicerar kvoten med nämnaren får man fram täljaren. Senare kom hon på att 5 · 5 = 25. Likaså visste hon att 10 · 8 = 80 och kunde lösa uppgift f. Hon såg samband mellan multiplikation och division.

P. Eleven börjar med a. Han löser uppgifterna enligt: **a**, **e**, **g** 25xX=25. G-uppgiften tänkte han på 9:ans tabell, vilken som var mindre än de tal som gånger 9 blir 63. **b**, **d**, **h** räknade han t ex 7 · 6 men han hade svårt för att komma rätt på **d**-uppg.

Q. Eleven börjar med uppgift a. Han är snabb och slarvig och verkar inte ha blivit utmanad av uppgifterna. När jag fråar hur han tänker säger han att han tänkte två gånger, t ex 10 · 20 = 200 eller 7x9=63

R. Eleven utbrister spontant: "Åh, vad lämge sedan." när han ser uppgifterna. Eleven börjar med uppgift b för att komma igång.Uppgifterna b, d, h löser han genom upprepad addition: 6+6+6+6+6+6+6=42. Uppgifterna a, e löser han genom Uppgifterna a, e löser han genom att göra 5- respektive 4-hopp tills han kommer till talet i täljaren: 5, 10, 15, 20, 25 = 5 hopp och 4, 8, 12, = 3 hopp.

16. *Vad är 15·5* *Kontrollera om det stämmer.*

A. 75 Algoritm men behärskar inte tekniken.

B. 10x5=50, 5x5=25, 50+25= 75 Snabb huvudräkning. Vill ej kontrollera, säker.

C. Använder fingrarna och tar femsteg. Vet ej hur det skakontrolleras.

D. (10x5) + (5x5) = 75. Säkert svar.

E. 75. Började på 10x5 och hoppade femsteg till 75. Säkert svar.

F. 75. Gör femhopp med hjälp av fingrarna. Ingen kontroll behövs.

G. "Först tar jag 50 sen tar 5x5 och då blir det 75. Lätt som en plätt!"

H. "Kan ej!" 15=3x5 → 15x5=3x5x5 → 5x5=25+3 nej! 5x5=25x3=75
Huvudräkning, kan ej algoritmer.

I. "Orkar inte!" ... "Alltså 15x5 är ... 75. Algoritm i huvudet.

J. 75: 2x15=30 + 30 + 15=75

K. 75: 5x10=50 + 5x5=25

L. 15+15=30+30=60+15=75

M. 45. Nej, det blir inte 45! 75 15+15 = 30, 15+15 = 30, 30+30 = 60, 60+15 = 75
Eleven kollar med miniräknaren och talet stämmer.

N. Är den 35? 65. Jag… Eleven kontrollerar på miniräknare och svaret blir 75.

O. 5 · 10 = 50, 5 · 5 = 25, 50 + 25 = 75

P. 2· 15 = 30, 2· 15 = 30, 30+30= 60, 60+15=75

Q. 75 10 ·15 = 150 eftersom 10 är dubbelt så mycket som 5 tar man hälften av
150 som är 75.

R. 75. Eleven gör 15 stycken 5-hopp på fingrarna.

17. *Vad är 18·6* *Kontrollera om det stämmer.*

A. Algoritm [Behärskar ej tekniken], får inget svar. Det tar lång tid. IG

B. 20x6=120, 120-12=108 (120-(2x6)=108). Snabb huvudräkning. Säker. Ej kontr. G

C. Gör en uppställning för algoritm men vet inte hur eleven ska använda den. Frågar om eleven ska börja gångra 8 eller 1 först. Jag svarar 8 och eleven gör rätt och får svaret 108. G

D. 108, osäker på svaret. Ställer upp i huvudet för kontroll. Eleven kan ej redogöra för hur X tänker. Väljer bort mininiräknaren då X inte använder den så ofta. G

E. Tror att det är 68, 148 eller kanske något annat. Tar spontant upp miniräknaren och räknar ut talet. Kontrollerar genom att göra en uppställning som X ej vet hur X skall göra med. Behöver hjälp med varje steg i algoritmen. IG

F. Kan ej och gör inget försök heller. IG

G. "Om jag tar 60 och lägger till 48 så blir det, så blir det, så blir det 108!" [10x6 + 8x6] G

H. "Kan ej!" 18=3x6 → 3x6x6=36x3 → 30x3=90 → + 3x6=18 → 90+18=108 Huvudräkning, kan ej algoritmer. G

I. Tvärvägrar men övertalas att försöka. 6x10=60 8+8=16 16+16=32 60+16+32=108. G

J. "Vet ej!" 20x6=6x20=120 2x6=12 120-12=108 G

K. 10x8=80 + 6x8=? 6x10=60 + 6x8=42 =102. Kontrollerar med miniräknaren: 108. Upptäcker att 6x8=48. G

L. 15+15=30+30=60+15= nej -15=60+3x6=18=78 Svar 78.Vill ej kontrollera svaret. IG

M. Jag tappar bort mig. 18+18= 36, 36+36= 72 och där tappade jag bort mig. Eleven kollar med miniräknaren och får svaret 108. IG

N. huvudräkning: NEJ!!! Det kan jag inte. Eleven ger upp direkt. Papper: Hur ska jag räkna då? Eleven gör en uppställning med 18+18+18+18+ 18+18. Hon multiplicerar ihop 8:orna och adderar 4+1+1+1+1+1+1. Hon får talet till 108. miniräknare: Talet var rätt G

O. 10 · 6 = 60, 8 · 6 = 48, 60 + 48= 148 Eleven kontrollräknar på miniräknaren och märker att svaret skulle bli 108. Hon inser att hon adderat fel men att principen är rätt. G

P. 20 · 6=120 120-12= 108 Eleven redovisar inte sitt mellanled 2·6=12 förrän jag ber honom. Då förklarar han så här: 20 var 2 för mycket. Då måste man ta bort 2·6=12. G

Q. 480 6· 8 = 48 och så lägger man på en 0:a. IG

R. När eleven försöker räkna i huvudet kommer han inte på lösningen. När han räknar på papper får han talet till 107. Han löser talet med klassisk uppställning. När eleven kontrollräknar ser han att talet inte stämmer men korrigerar sig inte. (G)

18. *En ostbit väger 5 kg. 1 kg ost kostar 28 kr. Nu vill jag veta vad ostbiten kostar. Vilken uträkning använder jag?*

a) $5 + 28$	*c)* $28 + 28 + 28 + 8$
b) $\frac{28}{5}$	*d)* $5 \cdot 28$

A.	Svarar d, säkert [jag läser uppgiften högt]	G
B.	Svarar d, säkert.	G
C.	Svarar d säkert efter att jag läst texten högt.	G
D.	Svarar d, säkert.	G
E.	Svarar c, tar miniräknaren och ändrar sig till d utan att kontrollera först.	G
F.	Eleven menar att det kvittar väl vilken uträkning det är. "Fröken säger att det är lättare att räkna multiplikation istället för addition för det går fortare." Svarar därefter d och kontrollerar spontant på miniräknaren att det är rätt.	G
G.	"Det var en stor bit ost. Vem äter så mycket? Den räcker ju till hur många som helst. Den är större än den vi hade på fritids." Svarara d utan att tveka.	G
H.	Svar c: 28+28+28+8≈100 men 5x28 = <100 "Måste vara d!"	G
I.	?? Kan det vara d? ... b? ... c? ... a? ... "Nej, inte a och c ... och inte b. Det är d!" Varför tror du det? "Jag vet det bara."	G
J.	Svar d, säkert.	G
K.	Svar d, säkert.	G
L.	Tänker länge och jag läser texten högt. Svar d, säkert.	G
M.	d. Jag tyckte det, det såg rätt ut, det verkade rätt. Man har 5 kg där och 28 kr där (pekar på talen).	G
N.	b. Den är lättast.	IG
O.	d. Den är lättast att räkna ut.	(G)
P.	d. 1 kg kostar 28 kr och jag ska räkna ut vad 5 kg kostar.	G
Q.	d. 5 · 8 Ostbiten väger ju 5 kg och ett kg kostar ju 28 kr.	G
R.	d. Jag tycker den är lättast.	(G)

19. *En ostbit väger 0,923 kg. 1 kg ost kostar 27,50 kr. Nu vill jag veta vad ostbiten kostar. Vilken uträkning använder jag?*

a) $27{,}50 + 0{,}923$ *c)* $27{,}50 - 0{,}923$

b) $\frac{27{,}50}{0{,}923}$ *d)* $0{,}923 \cdot 27{,}50$

A.	Svarar d, säkert [jag läser uppgiften högt]	G
B.	Svarar b osäkert. Får jmf med ovanstående uppgift och ändrar sig till d då han ser likheterna och förstår hur uppgiften är uppbygd. Resonerade först att svaret måste bli mindre än 28 och då ska man använda division enligt läraren.	G
C.	Svarar c osäkert efter att jag läst uppgiften högt. Anser att svaret måste bli mindre än 27,50 och väljer därför c. Då vi jämför uppgifterna ser eleven likheterna och inser att svaret borde vara d.	(G)
D.	Tycker först att inga av alternativen är bra men väljer sedan c efter eget resonemang. Är inne på att öka vikten med 77 gram för att få 1 kilo då det blir lättare att lösa uppgiften. Resonemanget faller och X vet inte längre hur X tänker. Ger upp. Vet att svaret ska bli mindre än 27,50.	IG
E.	Tror att svaret är d, kontrollerar på miniräknaren men är fortfarande tveksam. Vet att svaret ska bli mindre än 27,50. Provar de övriga lösningarna på miniräknaren och anser att svar d är rätt.	G
F.	Svarar c men kan inte förklarar valet. Försöker koppla alternativet till att svaret måste vara mindre än 27,50, men kan inte fullfölja sina tankar utan hoppar mellan svarsalterantiven.	IG
G.	Svarar c, men tycker ändå inte att det stämmer. Vill lägga till 77 gram för att få 1 kilo. X vet inte varför X gör så . Då vi jämför uppgifterna 18 och 19 med varandra ser X likheterna och förstår själv att svar d är rätt.	(G)
H.	Utesluter a och b, tvekar mellan c och d. 0,923 ören finns inte alltså måste svaret vara d.	G
I.	"d!" Hur vet du det? "Det är samma som den andra, såklart! Får jag gå nu? Jag ska äta vaa?"	G
J.	0,923≈1x27,50 → svar c "för man tar väck bara lite" ... "men man kan inte ta bort olika saker i minus [kr - gram], måste vara något annat, b?" Räknar b på miniräknaren: "Det stämmer inte alls!" ... "Då måste det vara d." Kontrollerar med miniräknaren och tycker att svar d måste stämma.	G
K.	"0,923 ost som kostar 27,50 måste bli mindre än 27 kr. Alltså inte a och b." 27,50/10=2,75x9=18+((0,75+0,75)x2)x2+0,75=24,75 "c) 27,50-0,923≈26" ... "Det måste vara d!"	G
L.	Jag läser texten högt. Vet ej och vill ej gissa.	IG
M.	d där med. 27,50 är kr och 0,923 är kg och så gångar man ihop det. Det är samma som förra talet. Vi har haft liknande i matteboken men det var länge sedan.	G
N.	a. Den är lättast.	IG
O.	c. Ser lättast ut att ställa upp.	IG
P.	c. Jag kollade på de andra alternativen och de gick inte att använda. De hade blivit fel.	IG
Q.	c. Nej, inte c. Jo, c. Det är motsatsen till gånger.	IG
R.	a. Den verkar lättast.	IG