



Självständigt arbete (examensarbete 2), 15 hp  
Ämneslärarutbildningen för åk 7 – 9  
Inriktning matematik, biologi och kemi  
HT 2020  
Fakulteten för lärarutbildning  
Avdelningen för matematik- och naturvetenskapernas didaktik

# **Formativ bedömning vid problemlösning i matematikundervisningen**

**En empirisk studie**

**Betim Krasniqi**

**Författare:** Betim Krasniqi

**Titel:** Formativ bedömning vid problemlösning i matematikundervisningen

**Engelsk title:** Formative Assessment in Mathematical Problem Solving

**Handledare:** Örjan Hansson

**Examinator:** Kristina Juter

### **Sammanfattning**

Problemlösningsförmågan är en viktig matematisk förmåga. Den har en särställning i styrdokumenten då den både är en förmåga och samtidigt ett medel för undervisningen då problemlösning oftast testar flera andra förmågor samtidigt. Målet med att undervisa genom problemlösning är att eleven ska få djupare förståelse för matematiken. För att kunna ha en framgångsrik undervisning och få eleverna att ta en mer aktiv roll i lärandet anses formativ bedömning vara nyckeln till det. Formativ bedömning är ett koncept med en rad processer och beprövade tekniker som främst utvecklar elevernas problemlösningsförmåga. Tidigare forskning har visat att formativ bedömning är nytt och långt ifrån ett bearbetat koncept i skolorna. Forskning har också visat att digital teknik ökar effektiviteten och göra lärandet synligt för eleverna i samband med formativ bedömning. Genom intervjuer med sex lärare i två olika skolor i nordöstra Skåne visar denna studie att konceptet *formativ bedömning* fortfarande inte är bearbetat. Trots att lärarna har en del kunskaper om det, finns det inget som tyder på att de ser konceptets helhet och vilka effekter den ger för elevernas lärande och klassrumsdynamiken. Lärarna är inte heller alltid medvetna om att digital teknik, om den används rätt, ökar effektiviteten och gör lärandet synligt för eleverna.

### **Ämnesord**

Formativ bedömning, Problemlösning, Digital teknik, Matematiska förmågor, Matematiskt problem.

# Innehåll

1	Inledning och syfte.....	1
1.1	Inledning .....	1
1.2	Skola och framtid .....	2
1.3	Formativ bedömning.....	2
1.3.1	Återkoppling central för formativ bedömning .....	4
1.4	Problemlösningsförmågan .....	4
1.5	Problem och problemlösning .....	6
1.6	Konceptet <i>formativ bedömning</i> – begreppsdefinition .....	7
1.7	Kamrat- och självbedömning i formativt syfte! <i>Varför?</i> .....	9
2	Vad säger forskningen om elevernas lärande? .....	11
2.1	Att ge återkoppling .....	11
2.2	Problemlösning och formativ bedömning.....	12
2.3	Digitala verktyg.....	14
2.4	Kritiska punkter med tidigare forskning .....	15
3	Syfte .....	16
3.1	Forskningsfrågor för empiriskt studie .....	17
3.2	Teoriram.....	17
4	Metod och datainsamling .....	20
4.1	Metod och tillvägagångsätt .....	21
4.2	Analys av datamaterial.....	22
4.3	Etiska överväganden.....	23
5	Resultat.....	23

5.1	Hur framställs problemlösningsförmågan i styrdokumentet? .....	24
5.2	Hur definierar du ett matematiskt problem? .....	25
5.3	Problemlösningsaktiviteter och digitala verktyg .....	26
5.4	Formativ bedömning – lärarnas definition.....	28
5.5	Kamrat- och självbedömning i relation till formativ bedömning.....	29
6	Analys, diskussion och slutsats.....	30
6.1	Problemlösningsförmågans särställning – analys.....	31
6.2	Matematiskt problem – definitionsanalys .....	32
6.3	Digitala verktyg för formativ bedömning .....	33
6.4	Formativ bedömning – definitionsanalys.....	34
6.5	Lärarnas inställning om kamrat- och självbedömning.....	35
6.6	Lärarnas helhetsbild av konceptet .....	36
6.7	Metoddiskussion.....	37
6.8	Resultatets giltighet .....	38
6.9	Vidare studier .....	38
7	Referenser.....	40

# 1 Inledning och syfte

## 1.1 Inledning

Matematik är ett utav de äldsta vetenskaperna som finns. Trots det finns det inte en gemensam definition på vad matematik är enligt Skolverket (2017). Det som med all säkerhet kan konstateras är att matematik är ett verktyg inom olika vetenskaper och i människans vardag vilket gör att matematik har ett estetiskt och kulturhistoriskt värde. Den är en även konstform, ett språk och samtidigt en vetenskap (Skolverket, 2017).

Matematik är ett universellt ämne och satsen gäller oavsett vart vi befinner oss, så länge de är bevisade (Törner, Schoenfeld & Reiss, 2007). Som ett skolämne ska matematik ge våra elever möjlighet att ta ställning till saker och ting och fatta välgrundade- och relevanta beslut i aktuella samhällsfrågor genom att formulera och lösa problem (Skolverket, 2017).

Människans kognition kan betraktas som universellt eftersom människohjärnan, minnet och problemlösning, fungerar på ungefär samma sätt oavsett vart vi befinner oss (Törner et al., 2007). Människheten, genom ett undersökande och problemlösande sätt, har samlat på matematisk kunskap i tusentals år. Men trots likheterna i människans kognition, vårt sätt att undervisa och lära ut matematik är kulturellt betingat och de förmågor som eleverna ska utveckla kan variera från ett skolsystem till ett annat (Törner et al., 2007). I Sverige har Skolverket radat upp fem förmågor för grundskolans årskurs 7-9 och utifrån dessa ska läraren planera sin undervisning. Dessa är kommunikation, begrepp, resonemang, metod och problemlösning. När det gäller problemlösning är Skolverket tydliga med sin avsikt om problemlösningen som inte bara klassas som en förmåga utan som ett medel för undervisningen.

Problemlösning har en särställning i matematikundervisningen. I Lgr11 är problemlösning framskrivna både som en förmåga och som ett centralt innehåll genom vilket alla förmågor kan utvecklas – inte enbart förmågan att lösa problem. Problemlösning är således både mål och medel i matematikundervisningen. Att undervisa genom problemlösning i syfte att lyfta alla förmågor och att göra det på ett sätt så att alla elever blir delaktiga, utmanas, utvecklas och bidrar till varandras lärande inrymmer både stora möjligheter och är en stor pedagogisk utmaning (Skolverket, 2018, s. 1).

## 1.2 Skola och framtid

Den globalisering som vi har sett de senaste decennierna innebär bland annat en förändring i vårt sätt att tänka och jobba som i sin tur kräver att en individ har- och utvecklar andra typer av förmågor än förr. Några av dessa förmågor som en elev ska ha i modern tid är kritiskt tänkande, förmågan att lösa problem och digital litteracitet (som är förmågan att kunna navigera sig i digitaliserad värld och utnyttja den digitala teknologin i sin vardag, yrke- och akademiska sammanhang) (Care, Scoular & Griffin, 2016). Matematikundervisningen anses vara essentiell när det gäller att utbilda framtidens problemlösare för att möta framtida utmaningar.

...These include fostering problem solving and reasoning, higher-order thinking skills and knowledge, and for learners to be process oriented rather than solely concerned with routine and standard calculations, products and skills (Hoogland & Tout, 2018, s. 2).

Många läroplaner och utbildningssystem görs om och nya förmågor implementeras för att bättre rusta eleverna för att möta samhällets framtida behov (Xenofontos & Andrews, 2014). När det gäller lärarens sätt att undervisa, formativ bedömning med ett formativt förhållningssätt i undervisningen anses ha en positiv inverkan för elevens lärande (Swan & Foster, 2018; Black & Wiliam, 2009; Balan, 2012). Därför kommer detta arbete sätta formativ bedömning i relation till problemlösning på grundskolans senare år.

## 1.3 Formativ bedömning

Bedömningen delas ut i två delar, formativ och summativ. Formativ bedömning är när en viss bedömning används för att utveckla eleven framåt – det vill säga framåtsyftande – i relation till kunskapskraven och de uppsatta målen (Black & Wiliam, 2009; Hirsh, 2017). Läraren använder informationen från en eller flera bedömningar för att stödja eleven och skapa lärandesituationer. Syftet med all formativ bedömning är att kartlägga och synliggöra var eleven befinner sig i sitt lärande. Den kartläggning som görs ska sedan användas för att lägga undervisningen utifrån elevernas förutsättningar och behov, samtidigt som eleven själv blir medveten om sina brister och utvecklingsbehov i förhållande till mål- och kriterier (Balan & Jönsson, 2014). Balan och Jönsson ser formativ bedömning som ett redskap för lärande, ett redskap som är tidskrävande att implementera i den dagliga undervisningen. När det gäller summativ bedömning pratar vi mer eller mindre om en summering eller avstämning av elevens kunskaper som oftast sker i samband med just betygsättning eller för att visa vad eleven har lärt sig (Green, 2014).

Enlig Swan och Foster (2018) har högkvalitativa formativa bedömningar stor potential i att utveckla elevens lärande. Bedömningen av elevens kunskaper är en viktig del av läraryrket inte minst för eleven som deltar i undervisningen för att utvecklas och förbättras samtidigt som betygen ska användas för vidare utbildning (Gustafsson et al., 2014). Att mäta elevernas prestationer och kunskaper i utbildningssammanhang är inget nytt fenomen och mätningen görs i syfte att driva och utveckla eleven framåt i utbildningen för att på så vis skapa ett så kallat livslångt lärande (Green, 2014). Många förknippar bedömning med prov och tester, men den behöver inte vara prov- eller testrelaterad (Thomson, Burton, Cusi, & Wright 2018).

Formativ bedömning, eller bedömning för lärande som det ibland heter, är inte bara en grundad teori för att stödja elevens lärande, utan i det ingår tekniker som är beprövade och systematiskt utvärderade, som ökar interaktionen mellan elev och lärare samt förbättrar klassrumsdynamiken (Black & Wiliam, 2009; Balan & Jönsson, 2014). Som ett verktyg har det visat sig att det formativa sättet att bedöma ökar elevernas motivation (Balan, 2012). Det har dock visat sig att det inte alltid arbetas formativt i de svenska skolorna. Anledning till det är att formativ bedömning är ett nytt fenomen och är fortfarande inte utarbetat i skolorna trots att den har sina rötter i John Deweys lärandeteori *Learning by Doing* (Balan & Jönsson, 2014).

Om en bedömning är formativ eller summativ avgörs av vilket syfte den ska användas till. Om den används framåtsyftande kallas den formativ och om den används för betygsättning eller avstämning kallas den summativ (Jönsson, 2017; Green, 2014; Balan, 2012). Det betyder att läraren kan använda till exempel ett genomfört matematikprov både formativt och summativt. När läraren exempelvis summerar ett prov för betygsättning så pratar vi om en summativ bedömning. Läraren kan använda provet i formativt syfte genom att ha en provgenomgång i helklass eller lämna återkoppling där det är tre didaktiska nyckelfrågor besvaras i relation mål- och kriterier: *Var är vi? Var är vi på väg?* och *Hur tar vi oss dit?* (Black & Wiliam, 2009; Balan, 2012; Green, 2014; Jönsson, 2017). Viktigt att framtona är att formativ bedömning är trots allt till för driva eleven framåt i sin utveckling. Dessutom har det visat sig att det formativa förhållningssättet kan användas som ett redskap för att skapa en mer inkluderande klassmiljö, förbättra interaktionen mellan elev och lärare samt förbättra klassdynamiken (Balan & Jönsson, 2014).

Formativa bedömningar kan ses som *konsten att veta vad eleven vet* (Pellegrino et al., 2001). Det vilar på tre grundpelare:

- Det ska fungera som ett verktyg och möjlighet för eleven att presentera sin kunskap och sina tankar och utveckla sina förmågor,
- möjlighet för läraren att observera elevernas prestation och progression samt möjlighet att dra slutsatser om elevens framgång och
- möjlighet att använda informationen för lyfta eleven vidare i lärandeprocessen (Thompson et al., 2018; Pellegrino et al., 2001).

### **1.3.1 Återkoppling central för formativ bedömning**

När det gäller återkoppling finns det ett flertal studier som pekar på att den har en positiv inverkan på elevens lärande. Green (2014) menar att återkoppling är central för att skapa effektivt lärande. Att lämna återkoppling är centralt i samband med formativ bedömning- och undervisning (Jönsson, 2017; Black & Wiliam, 2009, Balan & Jönsson, 2014). Enligt flertal undersökningar, kan lärare ha en kraftfull inverkan på elevens lärande och kan förstärka effekten av det genom att lämna återkoppling (Reddy, Dudek & Lekwa, 2017). Därför satsas resurser, i form av handledning och fortbildning, för att effektivisera lärarens undervisning genom nya metoder och effektiva tekniker av återkoppling enligt Reddy et al. Många matematiklärare är i behov av att vidareutveckla sitt förhållningssätt för att på så vis vara bättre rustade för att arbeta mer formativt i undervisningen menar Balan.

## **1.4 Problemlösning förmågan**

Syftet med all undervisning är att få människor att tänka och använda kunskapen på ett rationellt sätt för att bli bättre problemlösare (Jonassen, 2000). Många psykologer och lärare ser problemlösning förmågan som en av de viktigaste förmågorna i livet enligt Jonassen (2000), eftersom många av oss varje dag hamnar i yrkesmässiga- eller vardagliga situationer som kräver problemlösning.

De senaste åren har didaktikforskningen och intresset ökat för att sätta problemlösningen i fokus inom matematikundervisningen (Lester & Lambdin, 2017). Problemlösning förmågan i ämnet matematik anses vara viktig då den är grunden till alla teorier, begrepp och formler och har sin grund i någon undersökande eller problemlösande aktivitet (Holgersson, 2013; Lester & Lambdin, 2007; Cai, 2003). Problemlösning är i generella drag den viktigaste kognitiva aktiviteten i



människans vardag och professionella kontexter, enligt Jonassen (2000). Målet med att undervisa genom problemlösning är att eleven ska få djupare förståelse för matematikens begrepp och metoder menar Lester och Lambdin.

Enligt Jonassen (2000) är problemlösningsaktiviteter i skolan sällsynta vilket beror på att vi människor har begränsad förståelse av själva problemlösningsprocessen. Forskningen gör det tydligt för oss, elever som jobbar mycket med problemlösningsuppgifter utvecklar andra matematiska förmågor men framförallt begreppsförståelse. Forskningen visar också att elever som utvecklar sin begreppsförståelse blir bättre och mer flexibla och kan använda sina färdigheter bättre när de löser nya problem (Chapman, 2005; Larsson, 2013).

Hoogland och Tout (2018) menar att människor och utbildningssystem, ur ett globalt perspektiv, har gått över till att utbilda problemlösare som kan resonera och artikulera på ett nyanserat och kritiskt sätt, vilket matematiklärare måste ta hänsyn till.

Recent international studies of pupils' mathematical problem-solving competence, such as the Programme of International Student Assessment – PISA (see for example OECD 2007) have indicated the importance of problem solving as a key element of pupils' learning (Xenofontos & Andrews, 2014, s. 4).

För att få en bra bild av problemlösningsförmågans betydelse ur ett globalt perspektiv är det viktigt att titta på hur problemlösningsförmågans framställs i en del länders läroplaner. I Singapores läroplan står det att utveckla elevernas problemlösningsförmåga är matematikundervisningens kärnpunkt (Xenofontos & Andrews, 2014). I Kina räknas problemlösningsförmågan som den viktigaste, medan USA klassar problemlösning både som förmåga och strategi för att eleverna ska ta ansvar för sitt lärande enligt samma källa. Någon likande tolkning gör Skolverket i deras kommentarmaterial om ämnet matematik, framförallt för gymnasieskolan, där problemlösningsförmågan anses vara både mål och medel för undervisningen. Skolverket betonar att länder som har framgångsrik matematikundervisning baserar mycket av matematikundervisningen på problemlösning. Problemlösning ger en möjlighet för eleverna att utmanas på ett framgångsrikt sätt då matematiska problem kan lösas med många olika strategier (Skolverket, 2017). Det innebär att eleverna ska kunna analysera, utvärdera och lösa problem.

## 1.5 Problem och problemlösning

En tidig definition på problemlösning i matematikundervisningen är en fråga som kräver ett svar eller en lösning, enligt Henderson och Pingry (1953). En annan definition, enligt Henderson och Pingry, är en fråga som gör att eleven måste ajournera för att tänka igenom i flera led och komma till ett korrekt svar. De menar att det som är problemlösning för en elev behöver inte vara detsamma för någon annan och det som är problemlösning för en elev idag behöver inte vara detta imorgon. Detta då samma typ av problem som eleven löser idag kan bli en rutinuppgift imorgon. Mycket av det Henderson och Pingry skriver baseras på Polyas verk, *How to solve it: A new aspect of mathematics*, från 1945. Ett problem är en uppgift som saknar lösningsstrategi och lösningsförslag samt som gör att eleven inte kan lösa den med rutinmetoder då den saknar rutinkaraktär (Larsson, 2013). Men ett problem är inte endast en uppgift som kräver ett svar. I det ingår hela konceptet, att genomföra en plan, att lösa det, se tillbaka och komma med ett svar. Enligt Chapman (2005), är problemlösning uppgifter som elever ska arbeta sig igenom och får inte läras ut på ett explicit sätt. Eleven ska lära problemlösning med en undersökande- och reflektiv approach enligt Chapman. Att lösa ett problem innebär följande, enligt Polya:

Solving a problem means finding a way out of a difficulty, a way around an obstacle, attaining an aim which was not immediately attainable. Solving problems is the specific achievement of intelligence, and intelligence is the specific gift of mankind: solving problems can be regarded as the most characteristically human activity (Polya, 1962, s. vii).

Att lösa ett problem innebär att hitta en väg ut ur ett uppkommit hinder och nå ett mål som från början inte gick att nå.

Vidare menar Jonassen (2000) att det finns två kritiska punkter till ett problem. Det är något som kräver en lösning och som i nuet problemlösaren inte har ett svar på. Målet är att få en lösning på problemet. Ett problem måste ha ett socialt, kulturellt eller intellektuellt värde. Det kan med andra ord inte räknas som ett problem om lösningen på problemet inte har ett värde för någon eller något. Att hitta svaret på problemet är problemlösning och för att göra det krävs kunskap och aktiv manipulation, där det måste finnas ett samspel mellan problemlösarens kunskap och aktivitet. En populär teknik för att lösa problem är via den så kallade IDEAL-metoden (Identifying, Defining, Exploring, Acting and Looking back) (Jonassen, 2000). Problemlösning

är ingen enformig aktivitet som ska lösas på ett explicit sätt. Varje problemlösningsaktivitet är unik och kräver en unik lösning.

Det finns två typer av matematiska problem: *Well-structured* och *ill-structured*. *Well-structured* eller välstrukturerade och väldefinierade problem inom skolmatematiken, förekommer oftast i slutet av ett avsnitt (Jonassen, 2000). Bra, väldefinierade problem innehåller en presentation av alla element som problemlösaren måste känna till, kräver ett visst antal beräkningar med hjälp av matematikens regler och principer som är organiserade på ett förutsägbart och normativt sätt samt har en känd och begriplig lösning. Medan *ill-structured* innebär mer öppna uppgifter som inte har en känd lösningsstrategi eller ett givet svar och svaret kan variera beroende på vem som löser den och vad problemlösaren tror på och vad som anses vara rimligt.

Skolverkets (2017) definition bygger på nationella och internationella erfarenheter. De menar att ett problem är en uppgift som saknar rutinkaraktär och lösningsstrategi. För att det ska räknas som ett problem ska eleven inte på förhand veta hur man löser problemet. Det medför att eleven på egen hand måste prova sig fram genom att undersöka problemet och tillämpa en lösningsmetod som baseras på elevens matematiska kunskaper och tidigare erfarenheter. I kriterierna för grundskolans senare år ingår att när eleven löser problemet ska den alltid titta tillbaka och värdera sin lösningsstrategi. Lösningsstrategier är tillvägagångssätt som kan variera i effektivitet. I undervisningsammahang ska problemlösningen, som tidigare nämnt, användas som både mål och medel. Skolverket förslår i sin modul om problemlösning ett särskilt arbetssätt vid problemlösningsaktiviteter i matematikundervisningen. Den är uppdelad i fyra faser: problemets introduktion, eleverna arbetar enskilt, arbete i par eller smågrupper och sist en gemensam klassdiskussion. Denna ram följer Black och Wiliam (2009) teori om formativ bedömning som kommer att presenteras i följande delavsnitt.

## **1.6 Konceptet *formativ bedömning* – begreppsdefinition**

Begreppet *formativ bedömning* är svårdefinierat. Enligt Hirsh (2017), är det läge att avbryta debatten och acceptera att begreppet kommer att tolkas och användas olika beroende på sammanhanget, framförallt när det transformeras till populärvetenskaplig innebörd.

Även Black och Wiliam (2009) menar att det inte finns någon tydlig begreppsdefinition inom utbildningsvetenskapligt sammanhang om vad formativ bedömning är. Det arbete de presenterade 2009 syftar till att skapa en teori med ett ramverk baserade på klassrumsobservationer och

intervjuer med lärare. I deras tidigare studier kunde de se att interaktionen mellan lärare – elev och eleverna emellan i form av återkoppling och feedback var central för att skapa effektivt lärande (Black & Wiliam, 2006). Syftet med deras tidigare forskning har varit att identifiera tekniker för formativ bedömning i matematik. För att skapa en grundad teori om formativ bedömning år 2009 har de tittat på de tidigare fynden. Det de kom fram till är att det finns tre nyckelprocesser som bygger upp formativ bedömning och differentierar det från summativ bedömning. Det är att:

- ta reda på vart eleven befinner sig i sitt lärande,
- vart eleven är på väg, och
- informerar eleven vad den behöver göra för att nå målen. (Black & Wiliam, 2009).

Vad som anses vara formativ, från deras tidigare studier och det som de presenterade 1998, är följande:

Practice in a classroom is formative to the extent that evidence about student achievement is elicited, interpreted, and used by teachers, learners, or their peers, to make decisions about the next steps in instruction that are likely to be better, or better founded, than the decisions they would have taken in the absence of the evidence that was elicited (Black & Wiliam, 2009, s 9).

Läraren är traditionellt ansvarig för var och en av dessa tre nyckelprocesser samt för att skapa och implementera effektivt lärande i klassrumsmiljön. Eleven ansvar är ta hänsyn för sitt lärande i sammanhanget. När de sedan gjorde analyser av tidigare fynd och med de nya observationsstudierna kunde de identifiera fem punkter i dessa tre nyckelprocesser, där de tydliggör hur interaktionen mellan lärare och elever samt elever emellan ska ske enligt följande tabell:

Tabell 1 (Black & Wiliam, 2009, s 8).

	Where the learner is going	Where the learner is right now	How to get there
Teacher	1 Clarifying learning intention and criteria for success	2 Engineering effective classroom discussions and other learning tasks that elicit evidence of student understanding	3 Providing feedback that moves learners forward
Peer	Understanding and sharing learning intention and criteria for success	4 Activating students as instructional resources for one another	
Learner	Understanding learning intentions and criteria for success	5 Activating students as the owners of their own learning	

Översätter vi dessa till svenska, blir det följande:

- Att tydliggöra mål och bedömningskriterier,
- Att skapa situationer som gör lärandet synligt,
- Att ge nyanserad och framåtriktad respons,
- Att aktivera eleverna som resurser för varandra samt
- Att aktivera eleverna som ägare av den egna lärandeprocessen (Balan & Jönsson, 2014, s 5).

De allra flesta matematikdidaktiska undersökningar som handlar om formativ bedömning, mer eller mindre, utgår från dessa fem punkter och de tre nyckelprocesser.

## **1.7 Kamrat- och självbedömning i formativt syfte! Varför?**

Tidigare påpekades att återkopplingen är central. Dock finns det en risk med att återkoppling från läraren blir alltför ”tjatig” och monoton som gör att inte längre biter på eleven (Jönsson, 2017). Ett annat problem är att eleverna inte alltid förstår vad de ska göra med informationen de får av läraren (Green, 2014; Jönsson 2017). Ett annat effektivt sätt att lämna återkoppling är att låta eleverna bedöma sig själva eller varandra i formativt syfte. Kamrat- och självbedömning är dessutom en del av hela konceptet *formativ bedömning* enligt Black och Wiliam (2009).

Då formativ bedömning anses vara essentiell för lärandet, ligger det i läraryrkets intresse att hitta tidseffektiva metoder för formativ bedömning menar Straumberger (2018). Självbedömning används idag för att eleven ska kunna identifiera och bedöma sin prestation gentemot förmågorna och kunskapskraven och därmed ta mer ansvar för sitt lärande (Straumberger, 2018). Självbedömning används först och främst inför övningar av ett visst moment och görs med hjälp av en matris med en bedömningskala medan kamratbedömning utförs oftast i samband med elevarbeten, exempelvis när eleverna ska bedöma varandras problemlösningstrategier. Både kamrat- och självbedömning är effektiva redskap för att bedöma formativt och avlasta läraren i klassrummet, enligt Jönsson (2017). Effekten av kamrat- och självbedömning blir att eleverna blir bättre på att identifiera sina egna och varandras styrkor och utvecklingsbehov. Det i sin tur leder till att de lättare uppnår sina mål (Balan & Jönsson, 2014).

Det finns en del kritiska punkter med självbedömning som läraren måste ta hänsyn till. Elever som inte är vana att utföra självbedömningar har en tendens att överskatta- eller underskatta sin förmåga men att när eleverna är väl inkorporerade i det tenderar de att bli bättre (Straumberger,

2018). De blir bättre ju äldre de blir, men det är viktigt att påpeka att detta är en långvarig process som är knuten till lärarens återkoppling och tyder på att eleverna inte på egen hand lär sig att bedöma sig själv i formativt syfte. Eleverna kan misstolka självbedömning och tro att det handlar om självvärdering, vilket inte är samma sak (Jönsson, 2017). För att självbedömningen ska uppfylla kraven och räknas som formativ bedömning så ska det alltid tas hänsyn till frågorna *Vart är jag? Vart är jag på väg* och *Hur kommer jag dit?* (Black & Wiliam, 2009; Balan & Jönsson, 2014; Jönsson, 2017). Elever som involveras i självbedömning tenderar att öka sin prestation, bli mer självgående och tar mer ansvar för sina studier. De blir bättre medvetna om sina styrkor och utvecklingsbehov (Black & Wiliam, 2009; Balan & Jönsson, 2014). Det är viktigt att känna till är att högpresterande elever underskattar- medan lågpresterande över- skattar sina förmågor enligt Straumberger (2018). Han såg dock tydligt i sina studier att självbedömning förbättrar klassrumsklimatet och lärandekulturen i klassrummet samt att eleven tar en mer aktiv roll för sitt lärande.

Ungefär samma kritiska punkter gäller även för kamratbedömning. Eleverna har svårt att urskilja vad som ska bedömas och därmed behöver skolas in i att bli objektiva och fokusera på rätt saker (Jönsson, 2017). Kamratbedömning handlar om att eleverna ska hjälpas åt och utvecklas genom att identifiera varandras styrkor och utvecklingsbehov (Balan & Jönsson, 2014). Det finns alltid en risk att eleverna lägger ut egna värderingar, vilket gör att kamratbedömningen tappar sitt syfte. Det är lärarens ansvar att styra upp och se till att allting hamnar på en konstruktiv nivå (Balan & Jönsson, 2014). Att formulera en kamratrespons med utgångspunkt från kriterierna är lika viktigt som att få en kamratrespons och för att det ska vara effektivt måste synpunkterna alltid motiveras även om synpunkterna kanske inte skulle vara korrekta (Jönsson, 2017).

Det är viktigt att komma ihåg att återkoppling är ett av de starkaste verktygen för att skapa effektivt lärande, både i positiv och negativ bemärkelse, enligt Hattie och Timperley (2007) och är därmed viktig att återkoppling ges på rätt sätt och fokuserar på vitala delar av ett elevarbete. Det krävs engagemang från både lärare och elever för att aktiviteterna ska kännas meningsfulla samt att de integreras i undervisningen. Läraren måste alltid i slutändan sammanfatta elevernas både kamrat- och självbedömning samt läraren själv måste lämna återkoppling på både grupp- och helklass vid exempelvis grupparbeten (Balan & Jönsson, 2014).

## 2 Vad säger forskningen om elevernas lärande?

Här nedan presenteras resultat från tidigare forskning kopplad till konceptet *formativ bedömning* och dess effekter på lärandet, vad ett matematiskt problem är och användningen av digitala verktyg vid formativ bedömning i problemlösning.

### 2.1 Att ge återkoppling

Attali (2015) konstruerade digitala problemlösningssuppgifter både av öppen och sluten karaktär. Att ge en enkel återkoppling hjälper eleven att bedöma sin förståelse och bli medveten om sina missuppfattningar. Återkoppling ska ge information om elevens kunskapsprofil, för att bedöma om något är rätt och tilläggsinformation för att komplettera elevens kunskaper (Attali, 2015). Återkoppling är essentiell om formativ bedömning ska vara effektiv och den bör ges utifrån elevens behov säger Bhagat och Spector (2017). Återkoppling är information som ska ta eleven vidare i sin utveckling, och den behöver inte ges av läraren. Återkoppling från klasskamraterna har visat sig vara det kan vara lika effektiv som återkoppling från läraren (Balan, 2012, Balan & Jönsson 2014, Jönsson, 2017). Avancerade elever behöver inte få återkoppling på samma nivå som elever med svårigheter, då högpresterande elever har förmågan att formativt bedöma sin egen prestation, menar Bhagat och Spector. Enligt deras studie, högpresterande elever och elever som lägger mycket tid på sina studier behöver dock mer instruktioner för att öka effektiviteten med sina uppgifter än vad de behöver återkoppling.

Det har visat sig att återkoppling kan öka elevens motivation, framförallt när återkopplingen fokuserar på vad eleven måste göra för att förbättra sin prestation (Green, 2014). Att tydliggöra för eleven vart den förhåller sig till mål, kriterier och kunskapskrav och hur den tar sig vidare till nästa steg i sin utveckling visade sig ha en positiv inverkan på motivationen. Ett bra sätt att tydliggöra för eleven vart den står i förhållande till kunskapskraven och vad som förväntas av den, är att använda genomförda prov i formativt syfte genom att lämna återkoppling då återkoppling verifierar elevens prestationsförmågor, hjälper eleven att bedöma sin egen förståelseförmåga och gör att eleven blir medveten om sina missuppfattningar (Attali, 2015; Green, 2014).

Attali (2015) testade effekten av återkoppling i problemlösning, genom att samla in kvantitativa data, där han kunde se ett tydligt samband mellan olika nivåer på återkoppling och elevens prestation. Exempelvis att avslöja rätt svar för eleven, när eleven inte kommer vidare med sin

uppgift, visade det sig vara ineffektivt och gav i princip inget lärande. Att eleven gör fler försök med flervalsoalternativ visade sig vara bättre. Att genom återkoppling ge tips visade sig vara bättre än att försöka fler gånger. Slutligen, öppna uppgifter visade sig vara bättre än flervalsuppgifter då de tvingar eleven att generera ett svar istället för att välja ett. När eleven löser öppna problemlösningssuppgifter, utan svarsalternativ, visade det sig att eleven blir mer mottaglig för återkoppling.

Enligt samma studie, att ge återkoppling direkt är mer effektivt än att fördröja framför allt i öppna problemlösningssuppgifter. Nyckeln till en bra formativ bedömning är återkopplingens karaktär (Wright, Clark & Tiplady, 2018). Den generella uppfattningen är att återkoppling har långsiktig positiv inverkan på elevens lärande men återkopplingen måste ges direkt, fortlöpande och med precision (Söderström & Björk, 2015). Dock finns det lite motstridiga empiriska observationer som talar om att en viss fördröjning på återkopplingen kan ha positiv effekt på den långsiktiga prestationen, enligt Söderström och Björk (2015). Den som ger återkoppling ska se till att återkopplingen medför mer jobb för mottagaren än den som ger återkoppling (Wright et al., 2018b).

När det gäller definitionen på återkoppling, skriver Green (2014) att det är den information som ges till eleven för att förbättra eller modifiera elevens tänkande eller förbättra elevens lärande. Det finns flera nivåer på det. Återkoppling kan lämnas ut på:

- Uppgiftsnivå – som är kopplad till en specifik uppgift
- Processnivå – exempelvis vad som krävs för att lösa en specifik uppgift
- Metakognitiv nivå – där eleven får möjlighet att utvärdera sin framgång, motivera sig själv och ta ansvar för sitt lärande
- Personlig nivå – där eleven som person är i fokus. Den svarar inte vad eleven konkret måste göra för att klara exempelvis en viss uppgift. Kommentarer som ”bra jobbat idag” anses vara på personlig nivå och är ineffektiva. En sådan kommentar kan till och med ha en negativ effekt (Hattie och Timperley, 2007; Green, 2014).

## **2.2 Problemlösning och formativ bedömning**

Elevernas sjunkande matematikkunskaper inom hela EU-området är ett bekymmer och kan leda till negativa sociala och ekonomiska konsekvenser menar EU-kommissionen eftersom det finns



ett samband mellan skola och ekonomiskt tillväxt (Wright et al., 2018b). Det har investerats i en rad olika projekt för att ha en mer socio-teknologiskt approach i matematikundervisningen för att göra det möjligt att bättre möta de framtida kraven, samtidigt som verktyg skapas med olika rekommendationer för att göra det lättare för läraren att bedöma eleverna formativt med hjälp av digital teknik. Eftersom kvalitén på återkoppling är viktig, är det högaktuellt att introducera digital teknik som kan assistera och hjälpa lärarna att ge effektiv återkoppling både i samt utanför- och i klassrummet (Wright et al., 2018b).

Formativ bedömning i matematikundervisningen förbättrar lärandet för alla elever som deltar i undervisningen enligt många studier. Ofta anses elever med bristfälliga språkkunskaper, som främst kommer från sårbara socioekonomiska förhållanden, ha svårt att lära sig matematik. Med ett formativt förhållningsätt ökar tillgängligheten i klassrummet enligt Heritage och Wylie (2018). Det innebär att tydligt presentera lektionsmålen och kriterierna för eleverna, samla in ett varierande och allsidigt bedömningsmaterial för formativ bedömning, inkludera och implementera kamrat- och självbedömning i undervisningen och ge kontinuerlig återkoppling.

Att implementera dessa punkter i sin vardagliga undervisning förbättrar alla elevers prestation (Heritage & Wylie, 2018). Elever bestämmer om de vill delta i undervisningen eller inte, beroende på klassdynamiken. Det formativa förhållningsättet anses ha en positiv inverkan på klassdynamiken, vilket i sin tur ökar tillgängligheten. Att eleverna har ett ”bristfälligt” språk ska inte utgöra ett hinder för deltagandet i undervisningen. Formativ bedömning aktiverar eleverna i undervisningen som gör att de deltar i diskussioner och problemlösningsaktiviteter. Det förbättrar förbättrar deras begreppsförståelse, gör att eleverna blir medvetna om sin roll gentemot sina kamrater, organiserar sitt sätt att arbeta, blir bättre problemlösare och skapar sin egen identitet i ämnet (Heritage & Wylie, 2018).

Balans (2012) studie indikerar på att elevernas problemlösningsförmåga förbättras i de fall där konceptet *formativ bedömning* med Black och Williams (2009) alla fem punkter implementeras i den ordinarie undervisningen. Elevernas kunskaper testades före och efter implementeringen med två fokusgrupper, en testgrupp och en kontrollgrupp. Eleverna som tillhörde testgruppen blev bättre på att lösa och förstå att problemlösningsuppgifter kan lösas på många olika sätt. För att det ska ge bra resultat måste Black och Williams (2009) fem punkter bli en naturlig del och genomsyra undervisningen. Dessutom, enligt Balan, måste lärare och elever ha en bra dialog om bedömningen. Det som tydligt stack ut i hennes doktorsavhandling är att testgruppens elever

förbättrade sin problemlösningsförmåga och resonemangsförmågan. De blev effektivare i val av rätt strategi för problemlösning, klassdynamiken blev bättre och motivationen ökade. Dessutom upplevdes lektionerna mer meningsfulla, eleverna tog bättre ansvar för sitt lärande och blev bättre på att hjälpa sina klasskamrater.

## 2.3 Digitala verktyg

För jobba effektivt och utveckla elevernas problemlösningsförmåga pekar många forskningsrapporter på att lärare måste implementera digital teknik i undervisningen i högre utsträckning än vad det har gjorts hittills samt skapa förutsättningar för lärande (Sayac, 2018; Thompson et al., 2018; Wright et al, 2018a). Ingen av rapporterna pekar på att eleverna har svårighet vad gäller användningen av digital teknik. Svårigheterna ligger oftast i att lärarna inte alltid har rätt kompetens i olika programvaror. Många av programvarorna som kan användas formativt i undervisningen är webbaserade och gratis (Wright et al., 2018a). Det handlar om satsas på kompetensutveckling och fortbildningar.

Digital teknik kan hjälpa eleverna att bli medvetna om sina egna missuppfattningar. Dessutom hjälper det eleverna att genomskåda syftet med formativ bedömning. Digital teknik kan få läraren att tänka om och tänka genom sin undervisning (Wright et al., 2018a). Majoriteten av studier visar positiva effekter av digital teknik vid formativa bedömningar i problemlösning, både vad gäller att tidsmässigt effektivisera undervisningen samt interaktionen mellan lärare-elev och elev-klass. Digital teknik ger läraren en möjlighet att utföra effektiva formativa bedömningar och ge nyanserat återkoppling i problemlösning. De allra flesta lärare använder digital teknik i sin undervisning, framför allt vid bevaring av data, dock inte många använder det i formativt syfte i den utsträckning och potential som digital teknik har. Fördelar som vi kan dra av digital teknik är:

- Läraren får snabb information och kan övervaka elevens prestationer och kunskaper i realtid, vilket gör att lärare kan snabbt adressera utifrån elevens behov.
- Stöder elevens positiva vanor, så som argumentation och resonemang, skapar förutsättningar för att se alternativa lösningsmetoder genom att jämföra deras lösningar med andras samt gör det lättare för en lärare att förklaringar om olika lösningsmetoders användbarhet.

- Fördjupar elevens kunskaper i problemlösning genom att visualisera abstrakt tänkande.
- Får eleven att ta en mer aktiv roll för sin lärandeprocess genom att leda in den i diskussioner.
- Genomskådar elevens resultat, ger ledtrådar om vad elev gör, tänker och förstår och ger läraren ett bra förutsättningar för att inleda helklassdiskussioner.
- Kan ge återkoppling i realtid och uppmuntra eleven att reflektera och se sin egen prestation och sina framsteg.
- Skapar möjlighet och fostrar eleven i självständiga och samarbetsövningar.
- Kan leda till att eleven blir någon form av kunskapsproducent istället för kunskapskonsument.
- Gör det möjligt att utföra analys utifrån olika infallsvinklar.

Dessa är utforskade punkter utifrån olika infallsvinklar som projektet FaSMEd (Formative Assessment in Science and Mathematics Education) har studerat en flerårig studie där ett flertal länder och utbildningssystem har ingått (Wright et al., 2018a). Däremot är det viktigt att påpeka att ingen av dessa rapporter uttrycker att en matematiklärare inte ska ha analog undervisning. Det digitala är tänkt att underlätta och hjälpa till att effektivisera, inte att ersätta.

## **2.4 Kritiska punkter med tidigare forskning**

Trots att det finns många fördelar med digital teknik, finns det en del punkter som behöver mötas med lite kritiskt tänkande. Bearbetningen och insamlingen av data, som undervisande lärare samlar in vid användning av digital teknik i formativt syfte, visade det sig utgöra en stor utmaning för lärarna, enligt Thompson et al., (2018). Det fanns en svårighet, som kan bero på ovana, med att strukturera lektioner som baseras endast på digital teknik. För att läraren ska kunna göra bra formativa bedömningar krävs det pedagogisk förståelse för den typen av bedömningar och läraren måste ha fördjupade kunskaper om den digitala teknikens användbarhet och hur den kan användas i undervisningen (Thompson et al., 2018). Lärarna har många gånger bristfälliga förståelser vad gäller administrativa enheter (dataprogram), som används i formativt syfte (Sayac, 2018). Mycket tyder på att fortbildningar i olika programvaror är något som skolan ska fundera över enligt Burton et al (2018).

Det finns många redskap med stor potential som skulle kunna användas formativt, både för lärare att utvärdera sin undervisning och elever (Balan & Jönsson, 2014). Trots att dessa många gånger är effektiva verktyg, är det tidskrävande för lärare att lära sig att använda de på rätt sätt. För att de digitala verktygen ska användas effektivt, måste det först och främst bli ett naturligt inslag i undervisningen, menar Balan och Jönsson.

Andra kritiska punkter, vad gäller effekten av formativ bedömning, är att mäta vad eleven har lärt sig. Det läraren oftast mäter i samband med formativ bedömning är prestation. Men det behöver inte alltid betyda att prestation och lärande hör ihop. Det finns tydligen en skillnad mellan lärande och prestation enligt Thompson et al. (2018). Prestation är det som går att observera och vi endast kan dra slutsatser om eleven lärande utifrån dess prestation. Men det finns kognitionsforskning som tyder på att lärande kan ske utan att prestationen förbättras och att prestationen kan förbättras utan att lärande sker. Söderström och Björk (2015) studie visar att den kortsiktiga prestationen kan avsevärt förbättras utan att det resulterar till lärande på längre sikt. Deras studie visar att återkoppling har långsiktig positiv inverkan på elevens lärande, men återkopplingen måste ges direkt, fortlöpande och med precision. Dock en liten fördröjning på återkopplingen kan ge en långsiktig positiv effekt enligt Söderström och Björk. Att ge återkoppling medför en stor arbetsbelastning för läraren. Då det medför en stor arbetsbelastning för en lärare att direkt och fortlöpande ge återkoppling under lektionsdit, kan detta remitteras vidare till klasskamraterna för att effektivisera klassdynamiken, menar Thompson et al. (2018).

Det finns kritiska punkter när det gäller att undervisa genom problemlösning. Cai och Nie (2007) jämförde hur det undervisas i problemlösning i fastlandet Kina och kunde se en tendens att det undervisas mycket i problemlösningstrategier. Lärarna bad eleverna att memorera olika strategier för problemlösning vilket ledde till att eleverna tappade sin reflektiva syn kring problemlösningssuppgifterna och löste dessa mer eller mindre som rutinuppgifter utan att veta vad de har gjort. Elevernas reflektiva förmåga, som är viktig vid problemlösning, försämrades.

### **3 Syfte**

Om konceptet *formativ bedömning* med Black och Williams (2009) alla punkter implementeras i den dagliga undervisningen i matematik, förbättras främst elevernas problemlösning- och resonemangsförmågan. Det visade sig att klassdynamiken förbättras samt att eleverna tar mer

ansvar och en mer aktiv roll i sitt lärande. De upplever dessutom lektionerna som mer meningsfulla.

När det gäller problemlösningen, har den en tydlig särställning i jämförelse med de andra förmågorna i den svenska skolans styrdokument då den både anses som mål och medel för matematikundervisningen. Skolverket (2017) menar att en lärare kan välja att undervisa genom problemlösning i syfte att både utveckla problemlösningsförmågan och de andra förmågorna samtidigt. Det gör att eleverna blir delaktiga, utmanas, utvecklar och bidrar till varandras lärande. Det i sin tur är i samklang med konceptet *formativ bedömning*. Med det sagt, ser jag ett direkt samband mellan formativ bedömning och problemlösningsaktiviteter i skolan. Jag ser också ett samband mellan digital teknik och effektivitet i klassrummet.

Syftet med denna empiriska studie är att ta reda på hur väl utarbetat begreppet *formativ bedömning* är hos en del lärare och på vilket sätt det setts in i relation till problemlösningsaktiviteterna samt hur väl medvetna lärare är den digitala teknikens betydelse för effektiviteten i klassrummet i samband med dessa aktiviteter. Det är viktigt i sammanhanget att ta reda på hur de definierar ett matematiskt problem för att se om det är förenligt med den didaktiska forskningen.

### 3.1 Forskningsfrågor för empiriskt studie

- Vad vet matematiklärare om problemlösningsförmågans särställning?
- Hur definierar lärare ett matematiskt problem?
- Använder lärare digitala verktyg för formativ bedömning i samband med problemlösningsaktiviteter?
- Vilka kunskaper har lärare om begreppet *formativ bedömning* och vad är deras inställning till kamrat- och självbedömning?

### 3.2 Teoriram

Den teoriram som kommer att användas är Black och Wiliams (2009) väletablerade teori om formativ bedömning. Den förekommer frekvent i många forskningsrapporter som handlar om någon form av formativ bedömning, formativ undervisning eller återkoppling. Black och Wiliam anser att all formativ bedömning måste utgå ifrån tre nyckelprocesser som består av totalt fem punkter (för mer info se tabell på sidan 8). Teorin är selektiv och passar bra för denna undersökning.

Om en lärare ska hålla sig på en processnivå gentemot *formativ bedömning* så ska den följa de tre nyckelprocesserna:

- Läraren tar reda på vart eleven befinner sig i sitt lärande gentemot kriterierna
- Läraren avslöjar för eleven vart den är på väg
- Läraren informerar eleven vad eleven behöver göra för att nå målen.

När det gäller vad som ska ingå i det, är det de fem punkterna från Black och Wiliams teori om formativ bedömning i matematik.

- Läraren ska veta att mål och bedömningskriterier måste avslöjas för eleven
- Lärare ska kunna skapa situationer som gör lärandet synligt,
- Läraren ska veta att den måste ge nyanserad och framåtriktad respons,
- Läraren ska aktivera eleverna som resurser för varandra genom kamratbedömning
- Läraren ska aktivera eleverna som ägare av den egna lärandeprocessen genom att implementera självbedömning.

**Att tydliggöra mål och bedömningskriterier** – eleverna måste förstå kriterierna och vad som förväntas av dem. När eleven förstår kriterierna blir det lättare för dem att sikta framåt, vilket påverkar deras lärande positivt (Black & Wiliam, 2009). Att vara transparent med kriterierna har visat sig ha en positiv effekt framför allt för lågpresterande elever då transparens ger någon form av trygghetskänsla (Balan, 2012). Att tydliggöra kriterierna är en förutsättning för en framgångsrik undervisning om undervisningen ska upplevas som meningsfull. Det har ibland visat sig att inte alltid eleverna har klart för sig vad som förväntas av dem i en given situation och mål och kriterier blir obekanta variabler för eleverna, menar Balan och Jönsson (2014). Forskningen visar att när elever förstår mål- och kriterier påverkas deras lärande positivt eftersom transparens skapar en gemensam plattform för interaktion och det hjälper eleven fokusera rätt. Detta är särskilt viktigt för lågpresterande elever, som oftast har svårt att navigera sig när de inte vet vad som förväntas av dem. Det är viktigt att låta eleverna medverka i att identifiera kvalitetskriterierna med hjälp av bedömningsmatriser (Balan & Jönsson, 2014). Med kriterier menas både kunskapskraven och de uppsatta lektionsmålen som läraren sätter upp i förhållande till styrdokumentet.

**Att skapa situationer som gör lärandet synligt** – genom att skapa effektiva klassrumsdiskussioner och gå igenom olika lösningsstrategier vid problemlösning gör lärandet synligt. Detta synliggör för eleverna vart de befinner sig i lärandeprocessen, genom både grupp- och individuell återkoppling (Jönsson, 2017; Balan, 2012, Black & Wiliam, 2009). Både läraren och eleven själv behöver bli medvetna om elevens prestation. När läraren synliggör var eleverna befinner sig i lärandeprocessen ska den informationen sedan användas för planeringen av undervisningen utifrån elevernas förutsättningar. Problemlösningssituationer anses vara fruktbara för att få en inblick av elevens lärande, genom att observera eleverna hur de använder matematikens samband och uttrycksformer för att lösa matematiska problem som saknar lösningsstrategi (Hattie, 2009). Olika problemlösningssituationer i matematik har visat sig ha positiva effekter på elevens lärande eftersom aktiviteterna både avslöjar eleverna kunskaper och ger de möjlighet att resonera sig kring olika lösningar (Hattie, 2009; Balan & Jönsson, 2014).

**Att ge nyanserad och framåtriktad respons** – innebär att ge återkoppling som tar eleven framåt i sin utveckling genom att besvara frågorna *Var är vi? Var är vi på väg?* och *Hur tar vi oss till nästa steg i utvecklingen?* i förhållande till kriterierna, förmågorna och kunskapskraven (Wiliam & Thompson, 2007). Informationen om hur eleven tar sig till nästa steg är viktig och får inte utebli (Black & Wiliam, 2009; Balan & Jönsson, 2014). Hattie och Timperley (2007) ser respons som kraftfullt verktyg för att för att öka elevens prestation. När läraren eller kamraten ger återkoppling ska den inte bara ge information om elevens prestation utan den ska ge en hint om hur eleven tar sig vidare och utvecklar sig i förhållande till mål och kriterier. Den typen av information har visat sig ge positiva effekter inte både för lärandet och motivationen. Den typen av information kan också öka elevens ambition (Hattie & Timperley, 2009).

**Att aktivera eleverna som resurser för varandra** – innebär att implementera kamratbedömning och kamratrespons i undervisningen. Exempelvis vid problemlösning kan eleverna bedöma varandras lösningsstrategier och lösningsförslag och lämna respons vilket är betydligt mer effektivt än att läraren gör det eftersom det finns fler elever än lärare i ett klassrum (Hattie, 2009; Balan, 2012; Balan & Jönsson, 2014). Det finns flera utarbetade metoder för att aktivera eleverna som resurs för varandra. Bedömningen eller återkopplingen får alltså inte vara summativ, utan den ska innehålla information om vad eleven behöver förbättra i förhållande till mål och kriterier. Det har ibland visat sig att den respons som kommer av en kamrat kan vara mer tillgänglig för eleven än respons som kommer från läraren eftersom eleverna använder ett språk

som gör att de har lättare att förstå varandra. Den mest effektiva responsen är när eleverna motiverar sina synpunkter gentemot kamratens arbete (Balan & Jönsson, 2014).

**Att aktivera eleverna som ägare av den egna lärandeprocessen** – innebär att få eleven att göra innehållet till sitt genom att styra sina ansträngningar och bli mer självreglerande i lärandeprocessen, vilket ofta kräver en hög grad av mognad (Balan & Jönsson 2014). Det kan dock många gånger uppnås genom att låta eleven bedöma sig själv gentemot olika kriterier och lärandemål, vilket i relation till formativ bedömning handlar om att identifiera sina egna styrkor och utvecklingsbehov (Black & Wiliam, 2009; Balan & Jönsson, 2014; Jönsson, 2017). Black och Wiliam ser detta som en självklar del av den formativa undervisningen och inget som kan kompromissas bort. Forskningen visar att högpresterande elever inte lika ofta behöver tät återkoppling som lågpresterande.

Det fundamentala med all formativ bedömning är att det på ett eller annat sätt ska stödja elevens lärande (Balan, 2012). Trots att Black och Wiliam (2009) teori är etablerat och förekommer frekvent i andra forskningsrapporter finns det en del kritiska punkter som man måste se upp för. En av de, som Balan (2012) tar upp, är att teorin är generell, medan faktiskt formativ bedömning kan vara specifik, exempelvis i problemlösning, gäller det att hålla en reflektiv syn på de ovan nämnda punkterna (Balan, 2012).

Om konceptet *formativ bedömning* ska genomsyra undervisningen, får inte några av ovanstående processer eller punkter uteslutas från undervisningen, då dessa hänger ihop med varandra. Det menar både Jönsson och Balan (2014) samt Black och Wiliam (2009). Dessa nyckelprocesser och punkter kommer att utgöra ryggraden för den empiriska studiens teoriram.

## **4 Metod och datainsamling**

Här redovisas metod och hur datainsamlingen har gått till samt en motivering kring val av metod. I slutet av detta avsnitt kommer de etiska överväganden att presenteras och tillvägagångssättet i praktisk mening.



## 4.1 Metod och tillvägagångsätt

Den metod som valdes för insamling av datamaterial är baserad på en rad tidigare studier som liknar denna. Exempelvis, Xenofontos och Andrews (2014) ville forska om definitionen på problemlösning är kulturellt betingat genom att jämföra hur 24 lärare, 12 från Cypern och 12 från England, resonerar om vad de anser är problemlösning i skolmatematiken. I deras studie samlades det in kvalitativa datamaterial genom semistrukturerade intervjuer.

Min efterföljande empiriska studie utfördes på liknande vis, där frågeställningen främst besvarades med hjälp av lärarnas beprövade erfarenhet, kunskaper och tankar i ämnet. Det samlades in kvalitativa data genom semistrukturerade intervjuer med sex behöriga och verksamma lärare i ämnet matematik på två olika skolor i två olika kommuner i nordöstra Skåne. Det gjordes ett bekvämlighetsurval av lärare som bygger på bekvämlighet, dvs de första som finns till hands. Anledning till det att det gjordes ett bekvämlighetsurval är på grund av tidseffektiviteten, där jag tog kontakt med en del aktiva lärare som jag har eller har haft någon kontakt med tidigare. Urvalskriterierna var att läraren är aktiv och verksam i yrket samt behörig i matematik för att undervisa på grundskolans senare år.

Frågorna mejlades någon dag i förväg, där lärarna hade möjlighet att höra av sig ifall det uppkom några oklarheter kring frågorna. Lärarna informerades att intervjun tar som mest 30 minuter med både för och eftersnack. Alla intervjuer gjorde med ett fysiskt möte med var och en av lärarna. Alla intervjuer spelades in som ljudfil för lättare analys. Den fanns en variation i arbetslivserfarenhet, där den en av lärarna hade över trettio års erfarenhet. En av lärarna jobbade dessutom som specialpedagog.

När det gäller analys av kvalitativa data, finns det en hel del saker att vara uppmärksam på enligt Denscombe (2017). Eftersom analysprocesserna inte är helt tydliga vid analys av kvalitativa data, finns det stora risker med snedvridning och tolkningar som ger en felaktig bild av verkligheten (Denscombe, 2017). Därför gjordes det semistrukturerade intervjuer med möjlighet för den intervjuade läraren att sammanfatta sina tankar kring formativ bedömning i problemlösning mot slutet av intervjun. Intervjuerna sedan transkriberades och sammanfattades. Dessutom efter att intervjuerna hade transkriberats och sammanfattades skickades materialet till lärarna för respondentvaliditet innan analysen började. *Respondentvaliditet* är en metod där man återvänder till deltagarna för att kontrollera fyndens validitet och minimera snedvridningen (Denscombe, 2017).

Dessa intervjufrågor ställdes under den semistrukturerade intervjun:

- Hur viktig är problemlösningsförmågans betydelse utifrån styrdokumentet?
- Hur definierar du ett matematiskt problem?
- Vilka problemlösningsaktiviteter har du/ni i skolan?
- Vilka digitala verktyg använder du/ni för formativ bedömning i problemlösning?
- Hur definierar du begreppet *formativ bedömning* och vad är det som ska ingå i den?
- Hur ser du på kamrat och självbedömning? Bör det ingå i konceptet *formativ bedömning*?

Det ställdes en del följdfrågor, som exempelvis: Visa undervisar genom problemlösning. Hur gör du? Ibland så säger de att problemlösning är både ett medel för undervisning och som förmåga. Vad har du för tankar kring det? Avslöjar du kriterierna för eleverna? Det ställdes en rad andra följdfrågor också, beroende på samtalsdynamiken.

## 4.2 Analys av datamaterial

Intervjuerna spelades in som ljudfil och sedan transkriberades för analys. När intervjuerna hade transkriberats färdigt, skickades dessa till de intervjuade lärarna där de hade en möjlighet att kommentera vidare eller ta tillbaka någon kommentar, ifall de upplevde att det blev fel. Transkriberingen visade sig att vara en tidskrävande process, där en intervju på 15 minuter kunde ta upp till 4 timmar att transkribera. Dock anses transkriberingen att vara god praxis eftersom det anses som väsentlig del av intervjumetoden då man kommer i ”närkontakt” med den intervjuade personen och väcker samtalet till liv, vilket gör det lättare att analysera data (Denscombe, 2017).

Intervjuerna analyserades genom att försöka plocka upp kärnan i varje fråga från alla sex lärare. I första hand analyserades varje svar för sig för var och en av lärarna, sedan sammanställdes svaren för varje fråga från alla lärare. Därefter drogs det en slutsats om vad det har kommit fram i sin helhet. Teoriramen hölls alltid i bakgrunden vid analysen, eftersom den utgör ryggraden för hela undersökningen. Alla intervjuer lyssnades minst två gånger oavbrutet innan transkriberingen. Intervjuerna lyssnades en gång till vid sammanfattningen av varje enskild intervju för att komma närmare den intervjuade personen och väcka samtalet till liv. Det gjordes en kategoriserande innehållsanalys för denna empiriska studie.

### 4.3 Etiska överväganden

När man utför datainsamling från levande människor för att bedriva forskning så ska det i regel etiskt granskas av en etikprövningsnämnd (Denscombe, 2019). Detta gäller exempelvis vid enkät- eller frågeformulärundersökning, intervjuer och systematiska- eller deltagandeobservationer (Denscombe, 2019). Det görs för att säkerställa att undersökningen inte kommer att utgöra någon fara orsaka en skada för den deltar i undersökningen. Det är etikprövningsnämnden uppgift att avgöra om det finns potentiella risker för de som deltar i undersökningen eller observationen, det vill säga alla samhällsvetenskapliga forskningsprojekt ska genomgå en viss prövning (Denscombe, 2019). För att se till att min forskningsidé inte utgör någon fara för de som deltar i min undersökning, fanns det en dialog med den handledande läraren förra lästerminen.

All typ av samhällsforskning måste följa forskningsetiken. I de fall där det inte behövs ett godkännande från en etisk nämnd, gäller de etiska koderna för forskningsetik i alla fall. Det med andra ord betyder att man har en skyldighet och ett ansvar att de forskningsetiska koderna följs (Denscombe, 2019).

Deltagarna intresse skyddades och deras personuppgifter hanterades konfidentiellt, genom att endast använda beteckningen *Lärare 1*, *Lärare 2* och så vidare. Skolans namn avslöjades inte och inte lärarnas kön heller. På så viss garanterades deras anonymitet och en transparens fanns, öppen och ärlig, genom att ge deltagaren en kort sammanfattning av den empiriska undersökningens syfte. Deltagandet informerades att intervjun är frivillig och att den kan avbrytas när som utan att behöva ge någon anledning. De informerades också att intervjun som mest 30 minuter med både för och eftersnack. Den tidsramen höll i alla intervjuer. Deltagarna informerades också att de när som kan ångra sitt deltagande och dra tillbaka sin intervju, innan examensarbetet skickas för bedömning. De fick också möjligheten att ändra innehållet i intervjun i efterhand, om de själva upplevde att de hade formulerat ett svar på ett sätt som de inte står för eller om de upplevde det finns risk för feltolkning av svaret.

## 5 Resultat

Under detta avsnitt kommer resultatet från studien att presenteras. Resultatet är en sammanställning av de sex intervjuer med de legitimerade lärare Resultatet presenteras i punktform, där varje punkt utgör en- eller två intervjufrågor. Lärarna kommer att betecknas som ”Lärare 1”, ”Lärare 2” och så vidare, i kronologisk ordning beroende när intervjuerna genomfördes. Det

vill säga, "Lärare 1" är den första läraren som intervjuades och "Lärare 6" den sista. Eftersom intervjun genomfördes semistrukturerat, kan det finnas kompletterande- eller motfrågor till en del av intervjufrågorna. Fråga tre på intervjun, "Hur ser du på problemlösningsförmågans betydelse för samhällsutvecklingen?", togs bort från analysen i efterhand, eftersom det upptäcktes att den inte besvarade frågeställningen.

## **5.1 Hur framställs problemlösningsförmågan i styrdokumentet?**

Problemlösning har en särställning i styrdokumentet. Det betyder att den både räknas som en förmåga och som medel för undervisningen. Min uppfattning är dock att, som lärare, inte alltid lätt att navigera sig bland alla styrdokument som finns på Skolverkets hemsida för att kunna hitta den typen av information. Dessutom finns mycket tolkningsutrymme i många av styrdokumentet, vilket kan öka risken att olika lärare tolkar olika.

Lärare 1 tycker inte att hen på något sätt kan läsa av i styrdokumentet att problemlösningsförmågan ska väga tyngre än andra förmågor. På likande sätt resonerar Lärare 4, som menar att problemlösningsförmågan är en del av det hela och anser inte att det på något sätt väger tyngre. Däremot tycker Lärare 1 att för en elev ska klara problemlösningsförmågan måste eleven ha andra förmågor med sig, exempelvis begrepp och metod. Lärare 1 menar att det kanske inte är någon bra idé att börja arbeta med problemlösning om eleverna inte besitter resterande förmågor. Lärare 4 upplever att styrdokumentet trycker mer på den problemlösningsförmågan nu än vad de gjorde innan.

Lärare 2:s resonemang liknar Lärare 1:s och Lärare 4:s. Hen menar att för att en elev ska kunna lösa problem, måste den ha med sig de andra bitarna. Lärare 2 menar dock att eleven ibland kan lösa problem genom att bara resonera, men att det är främst de andra bitarna som gör att en elev kan lösa problem. Hen håller med om att problem kan fungera som medel för undervisningen, främst när man ska introducera ett nytt område, där läraren kan börjar med att presentera ett problem som sedan ska fungera som en ingång till ett nytt område inom matematiken.

Lärare 3 menar att problemlösningsförmågan är viktigare eftersom en elev kan visa andra förmågor genom problemlösning. Det blir dock svårare att visa problemlösningsförmågan genom de andra fyra förmågorna. Därför upplever Lärare 3 att problemlösningsförmågan är viktigare. Lärare 5 ser den förmågan som viktigare och menar att det är "hjärtat" och "spindeln i nätet"

av de fem förmågorna. Lärare 5 menar att en lärare skulle uteslutet kunna jobba bara med problemlösning och få in alla andra förmågor samtidigt. Lärare 5 menar att problemlösning och de andra förmågorna hänger tätt ihop, eftersom en elev måste ha koll på begreppen för att förstå problemlösningssuppgift och metoderna för att kunna lösa den. Lärare 5 menar att en elev kan lösa problemet genom att resonera, men att lösa ett problem genom att resonera är också en metod.

Enligt Lärare 6 har problemlösningssförmågan lyfts upp mycket mer nu i styrdokumentet än den gjordes tidigare. Hen menar att under Lpo94 var problemlösningssförmågan något för de högre betygen. För att få godkänt var eleven inte tvungen att lösa problem. Nu finns det problemlösning på E-nivå och alla måste kunna lösa problem. Lärare 6 menar att nu är det både en del av det centrala innehållet och en förmåga och menar att den har skrivits upp och lyfts upp den senaste tiden.

## **5.2 Hur definierar du ett matematiskt problem?**

Det finns inte någon knivskarp definition på vad ett matematiskt problem är. Det som matematikdidaktisk forskning oftast refererar till är Polyas (1962) definition, där ett matematiskt problem är en uppgift som ska få eleven att tänka i flera led, ta ett steg tillbaka och värdera samt utvärdera sin lösning, dvs att den ska lösas med aktiv reflektion. Polya nämner också att det som är problem för en elev, behöver inte vara det för någon annan samt att det som är ett problem för en elev idag, behöver inte vara det imorgon eftersom samma typ av problem kan bli en rutinuppgift för elev och rutinuppgifter kan inte räknas som matematiska problem. Xenofontos och Andrews (2014) studie visar både kulturella och individuella variationer på definitionen av vad ett matematiskt problem med stort tolkningsutrymme.

Lärare 1 erkänner att definitionen på vad ett matematiskt problem är, är svårdefinierat och menar att det finns två sidor på vad ett matematiskt problem är. Det ena är att det är en uppgift som eleven aldrig stött på tidigare och det andra är att när det är en uppgift där det inte finns något givet svar. Om det är en uppgift som eleven aldrig stött på tidigare, ska då själv välja en Lösningstrategi. Medan Lärare 2 menar att ett matematiskt problem är en uppgift som inte är för lätt att lösa och som utmanar eleven. ”Kan eleven hitta ett svar direkt då tycker jag inte är ett problem, då är det för lätt. Om det är en utmaning då har de lite svårt för att hitta svaret” (Lärare 2, transskript 24 – 25). Lärare 5 resonerar på ett liknande sätt där den menar att en uppgift,

oavsett svårighetsgrad, inte kan räknas som ett problem om det kan lösas snabbt. Hen menar att uppgiften blir trubbigt i så fall.

Vidare menar Lärare 3 att det inte ska vara uppenbart för eleven vilken metod den ska använda för att lösa den. Eleven ska välja metod utifrån sina egna preferenser. Oftast är en av dessa metoder det mest effektiva. Lärare 5 menar att i ett problem ska det finnas fler sätt att tänka med flera alternativa vägar gå. Hen menar att ett problem kan jämföras med ett träd, där roten är lösningen och grenarna är de vägar som finns till roten.

Lärare 4 menar att ett matematiskt problem är något som kan översättas till ett logiskt problem, där eleven med hjälp av variabler eller ekvationer kan lösa problemet. Lärare 4 tycker, till skillnad från resterande lärare, att ett matematiskt problem, till skillnad från exempelvis relationsproblem, är inget man lägger känslor och värderingar i. Matematiska problem ska kunna lösas på en annan plats än där problemet finns.

Lärare 6 menar att matematiskt problem, till skillnad från rutinuppgifter, måste innehålla någon form av analys och ska lösas med en undersökande approach. Därefter väljer eleven en strategi. En rimlighetsprövning måste ingå i analysen. Det som Lärare 6 tillägger är att rena textuppgifter oftast tolkas som problemlösning av många, men det behöver inte vara så tillägger hen.

### **5.3 Problemlösningsaktiviteter och digitala verktyg**

Det finns många olika problemlösningsaktiviteter som läraren kan använda i sin undervisning. Det finns även många olika digitala verktyg som passar för olika problemlösningsaktiviteter enligt Wright et al (2018) studie. Det kan dock fortfarande finnas problemlösningsaktiviteter där det kan bli svårt att implementera några digitala verktyg. Det som tidigare forskning visar är att fördelarna med digitala verktyg i matematikundervisningen är många. Digitala verktyg tycks passa in i konceptet formativ bedömning både när det gäller att göra lärandet synligt för eleverna och ge återkoppling i realtid. Det är lättare för läraren att genomskåda och få en fingervisning om elevernas missuppfattningar samt effektivisera undervisningen om läraren använder digitala verktyg i sin undervisning (Wright et al., 2018a).

De aktiviteter som lärarna har i sin undervisning tycks variera. Det som Lärare 1 använder fortlöpande är *Matematikboken XYZs* problembok, där det finns 32 matematiska problem som

eleverna kan lösa med olika strategier. Lärare 1 tycker att det är viktigt att jobba med problemlösningstrategier så att eleverna ser att det finns flera olika sätt att lösa ett problem på. Lärare 1 menar dock att problemlösningssaktiviteterna kan se olika ut beroende på vilket område de arbetar med.

Jätteolika [sic], beroende på vilket område jag jobbar med. Jag kan tänka mig bråk. Till exempel, jag vill gärna starta med ett problem så att de får figurer och kan sitta och pussla med på något sätt, om det är så att de aldrig har sett bråk tidigare. Det kan vara problem att de delar ut det i tårtbitar. Och då kan jag använda det för att undervisa i vad de olika delarna heter, att det är bråk, att det är täljare och nämnare, att det är hela. Där brukar jag börja på det hållet (Lärare 1, transskriptsrad 53-56).

Lärare 1 använder en del digitala verktyg för att bedöma eleverna formativt vid problemlösningssaktiviteter. Dessa är: Padlet, Classroom Screen, Power Point. Lärare 1 påpekar dock att det finns en del svårigheter som läraren måste komma över för att framförallt kunna presentera elevlösningar på tavlan, framförallt med Padlet. Många gånger är det känsligt för eleverna att andra ska ta del av deras lösningar i helklassperspektiv. Även om man väljer att göra det anonymt så kan en del elever lista ut handstilen, menar Lärare 1.

Lärare 2 har valt att ha problemlösningssaktiviteter varje lektion och använder en del digitala verktyg för att bedöma eleverna formativt. Det är Google Formulär, Padlet, och Google Quiz. Quiz ger kanske inte så mycket, mer än en fingervisning på hur det har gått för eleverna, menar Lärare 2. Ett sätt att utvärdera lektionen och se hur klassen ligger till och eventuellt se om det finns några alternativa föreställningar.

Lärare 3 har problemlösningssaktiviteter fortlöpande. Oftast använder hen öppna problem med låg tröskel så att lågpresterande elever kan vara med samtidigt som högpresterande kan utveckla och lösa samma problem på en mer avancerad nivå. Oftast är problemen kopplade till ett visst område i matematiken. Hen använder problemlösning som ett medel för att öppna ett nytt område. Lärare 3 använder dock inga digitala verktyg för att bedöma eleverna formativt när de arbetar med problemlösning. EPA-modellen är det något de jobbar efter med rika matematiska problem, där ett enda problem tar en hel lektion att lösa. Medan Lärare 4, som jobbar som specialpedagog, har problemlösningssaktiviteter där hen ger tät återkoppling genom att ställa många formativa frågor, utan att avslöja något svar. Lärare 4, precis som Lärare 3, sköter all undervisning analogt, utan att använda digitala verktyg.

Lärare 5 arbetar inte mycket digitalt, då hen anser att det är viktigt att eleven utmanar sig själv och presenterar sin lösning i helklass genom att skriva den på tavlan, där de sedan går igenom exempelvis kommunikationen. Lärare 5 har dock problemlösningsaktiviteter där eleverna delas i mindre grupper, men enligt EPA-modellen likt Lärare 3.

Lärare 6 jobbar också enligt EPA-modellen och med matematiska problem som går att lösa med olika strategier. Lärare 6 anser att det är viktigt att eleverna får se att det finns fler sätt att lösa ett problem. Hen har valt att jobba med problemlösning på fredagar, där eleverna lämnar böckerna åt sidan och jobbar endast med problemlösning. Några digitala verktyg använder hen dock inte i sin undervisning.

#### **5.4 Formativ bedömning – lärarnas definition**

Det nämndes tidigare att det har visat sig att det inte alltid arbetas formativt i de svenska skolorna. Anledningen till det är att *formativ bedömning* är ett nytt fenomen och är långt ifrån utarbetat i de svenska skolorna trots att den har sina rötter i John Deweys lärandeteori *Learning by Doing* (Balan & Jönsson, 2014).

Lärare 1 menar att eleverna på något sätt ska veta ett tydligt mål, veta vart de är i förhållande till målet och hur de ska göra för att komma vidare. Det skulle kunna vara ett lektionsmål och ibland ger Lärare 1 feedback i samband med ett arbete. Lärare 2 definierar det liknande, genom att påpeka att eleven ska veta vart den är och vart den ska i förhållande till mål och kriterier. Lärare 2 påpekar att hen ibland avslöjar kriterierna för att eleverna ska kunna lära sig kunskapskraven.

Begreppet *formativ bedömning* var helt främmande för lärare 3, visade sig. Efter en del följdfrågor kunde hen ange att hen använder exittickets. Ibland kan hen avslöja vad som förväntas av de när eleverna jobbar med uppgifter.

Lärare 4 menar att eleven måste veta vad det är den måste jobba med för att bli bättre. Enligt Lärare 4 behöver inte eleven arbeta med det eleven redan kan, utan det handlar om att utveckla det som eleven inte kan. Som ett exempel tar hen multiplikationstabeller där hen menar om det är den som står i vägen för eleven och hindrar eleven i sin utveckling så är det den eleven måste arbeta med för att komma vidare.



Lärare 5 menar att det är den kartläggning läraren gör utifrån elevens förmågor för att identifiera utvecklingsbehov. Desto oftare läraren gör det, desto säkrare blir den för då vet läraren bättre vilka förmågor den ska trycka på för att eleven ska utvecklas.

Lärare 6 ser det som någon sorts process, för att hjälpa eleven, som i bästa fall sker kontinuerligt där läraren mäter då och då för att få en inblick på vart eleven befinner sig och hur den ska göra för att höja nivån. Den formativa processen ska hjälpa läraren att planera sin undervisning utifrån elevernas förutsättningar och utvecklingsbehov, eftersom genom att bedöma de formativt får läraren en fingervisning vart eleverna befinner sig. Lärare 6 upplever dock svårigheter med att involvera eleverna i den formativa processen så att de ser sin egen utveckling.

Det tycks vara så att majoriteten av tillfrågade lärarna har en del kunskaper kring konceptet och vad det kan innebära. De allra flesta har också kunskaper kring de tre nyckelprocesser som ingår i konceptet och att det ska sättas i relation till mål och kriterier.

## **5.5 Kamrat- och självbedömning i relation till formativ bedömning**

Lärare 1 ser positivt på kamrat och självbedömning om man kan implementera det tidigt. Hen har upplevt svårigheter med att implementera kamratbedömning hos lite äldre elever, exempelvis årskurs 9. Lärare 1 påpekar att kamratbedömning är bra men funkar inte i alla klasser. Problem som läraren har stött på är att eleverna ibland har varit elaka mot varandra eller har det varit motsatsen där eleven inte har velat ge en kommentar till sin kamrat i rädsla att den ska mottas på ett negativt sätt. Däremot tycker Lärare 1 att självbedömning kan implementeras i alla klasser. När intervjun hade avslutats kom Lärare 1 på att det finns en fungerande strategi för att få kamratbedömning att fungera. Inspelningen startades en gång till för att få med det i materialet. Den metoden Lärare 1 refererar till kallas ”Two Stars and a Wish”, som innebär att eleven ger två positiva kommentarer till sin kamrat och sedan kommentar om något som de vill att kamraten ska förbättra vid nästa problemlösningsaktiviteter.

Lärare 2 använder självbedömning ofta men hen har inte fått kamratbedömning att fungera. Hen har upplevt svårigheter med att implementera kamratbedömning och antar att det har med fostran att göra. ” Jag tror vi måste visa, hur gör vi kamratbedömning i egentligen på ett bra sätt. Så det är lite mitt ansvar för att visa.” (Lärare 2, transskriptrad 60-62).

Lärare 3, som själv aldrig har testat kamratbedömning, men som har observerat när andra har gjort det svarade följande: ” Jag tycker det är jättebra med kamratbedömning. Jag vet inte om det ska ingå i det [...] Men jag ser en vinst med det, både för att minska belastningen och att de själva ser vad som förväntas av de.” (Lärare 3, transskriptrad 38-40).

Lärare 4 är emot kamratbedömning och jämför det med kollegial bedömning.

Ja, jag vet inte. Jag vet att det har använts men jag är negativ till det. Det kan verka känsligt för elever. Ungefär på samma sätt som jag som kollega gör kollegabedömning [sic]. Man kan tolka det fel och det är inte alla som är mottagliga för kritik. Samma gäller elever. Däremot kan jag tycka att det är bra om en annan kollega bedömer samma elev. Men jag tycker inte elever ska bedöma varandra (Lärare 4, transskriptrad 46-50).

Lärare 5 har ingen negativ inställning till det men påpekar att hen som lärare har varit lite dåligt med att implementera det i undervisningen. Saker som kan stå i vägen för det är hur läraren ska hantera att en lågpresterande ska förhålla sig till en högpresterande vid kamratbedömning. Så uttrycker hen sig:

Det är ju svårt, för de sitter ju, ja men tänkt på en elev som sitter på en godkänd nivå! Ska den sitta med en elev som sitter på en A-nivå. Då kanske den eleven inte kan koppla riktigt på vad A-nivå är. Den känner sig inte trygg med den lösningen. Den kanske inte alls hänger med i den lösningen. Det är dilemmat i detta. Men man kan säkert hitta vägar att uppnå detta. Jag är inte främmande till det, [...] men jag tror jag behöver mer kunskaper och lärdomar till det, om jag ska vara ärlig, om jag ska kunna jobba med det i framtiden (Lärare 5, transkriptrad 64-69).

Lärare 6 är, till skillnad från exempelvis Lärare 4 och de övriga lärarna, helt positivt inställt till kamratbedömning och förespråkar framförallt kamratbedömning. Hen menar att är viktigt och utvecklande för eleven att sätta sig i någon annans situation och förstå andra uträkningar. Hen menar att det ger till och med mer för eleven om kamraten gör det än läraren.

## **6 Analys, diskussion och slutsats**

Under denna del diskuteras resultatet från intervjuerna i förhållande till forskningsfrågorna. Forskningsfrågorna besvaras i punktform. En diskussion om resultatets giltighet och vidare forskning kommer att tas upp. Den valda metoden kommer också att diskuteras med eventuella brister kring organiseringen av intervjufrågorna.

## 6.1 Problemlösningsförmågans särställning – analys

Tidigare i arbetet nämndes att problemlösningsförmågan har en särställning i de svenska styrdokumenterna. Enligt Skolverket (2018) är det både en förmåga som finns med i det centrala innehållet och som medel för undervisning. En lärare kan välja att undervisa genom problemlösning i syfte att utveckla alla andra förmågor, inte bara problemlösningsförmågan, samt för att öka delaktigheten och klassdynamiken. Skolverket ser stora möjligheter med att undervisa genom problemlösning, vilket innebär att problemlösningsförmågan har en distinkt särställning jämfört med de andra förmågorna.

Utifrån det som blev sagt under intervjuerna, går det inte att säga att lärarna alltid känner till problemlösningsförmågans särställning. En del lärare tycker att den väger lika tungt som de andra förmågorna. Lärare 1 menar att hen inte kan läsa av styrdokumentet att den skulle vara viktigare, utan den väger lika mycket som andra förmågor. En del av lärarna menar att det inte går att börja arbeta med problemlösning utan att ha koll på de andra delarna vilket inte är i samma linje som Skolverket resonerar, trots att en del själva påpekade att de öppna ett nytt område inom matematiken genom ett problem. Lärare 4 menade att man kan få in de andra förmågorna genom problemlösning men att det var vi lärare som värderar problemlösningsförmågan högre, utan att referera till styrdokumentet.

Lärare 6 hade koll och refererade till styrdokumentet att den nu lyfts upp mycket mer än vad det gjorde innan och det är både en del av det centrala innehållet och en förmåga. Holgersson (2013) menar att om du ska veta hur viktigt problemlösningsförmågan är ska du det tillbaka i tiden och försöka få svar på vad som kännetecknar personer som är duktiga matematiker. I många av fallen handlar det om hög förmåga att lösa matematiska problem. Dessutom kan svagpresterande elever visa problemlösande egenskaper med rätt omständigheter. English, Lesh och Fennewald (2008) fann att en problemlösare har en flexibel förmåga att kunna anpassa rätt strategi för rätt problem. Dock har det visat sig att öva på olika lösningsstrategier inte ökar elevernas flexibilitet menar Cai och Nie (2007). Det kan till och med bli kontraproduktivt där eleverna visar tendenser på försvagad reflektiv förmåga, som är viktig vid problemlösningsaktiviteter.

Slutsatsen, med lite reservationer, blir att lärarna inte alltid känner till att problemlösningsförmågan har en särställning och framställs på ett annat vis jämför med det andra fyra förmågorna

i de svenska styrdokumenterna. Det var bara en av lärarna som uttryckte sig att ” Man skulle kunna jobba med problemlösningar över huvud taget...” (Lärare 5, transkriptad 10-11) och Lärare 6 som hade koll på vad det står i styrdokumenterna. Ingen andra lärare påpekade att det en matematiklärare kan välja att undervisa genom problemlösning. Att undervisa genom problemlösning behöver dock inte betyda att läraren endast jobbar med problemlösning eller på annat sätt utesluter andra förmågor. Att undervisa genom problemlösning innebär att en lärare väljer problemlösningssuppgifter som testar flera andra förmågor samtidigt. Det betyder inte heller att andra förmågor är mindre viktiga. Den särställning som problemlösningens förmågan har i styrdokumenterna kan få problemlösningens förmågan att framstå som viktigare än andra förmågor. Det, i min uppfattning, ökar risken för feltolkningar. Att lärarna resonerar olika kan bero på det tolkningsutrymme som finns i styrdokumenterna. Min egen tolkning är att den inte är viktigare, utifrån det som står i styrdokumenterna, utan bara att den har en särställning som gör att den både är en förmåga och medel för undervisningen.

## **6.2 Matematiskt problem – definitionsanalys**

Som det nämndes tidigare i arbetet, finns det ingen entydig definition på vad ett matematiskt problem är. Många menar att ett matematiskt problem är en uppgift som saknar lösningsstrategi och som ska lösas med aktiv reflektion. Det är dock inte bara en uppgift, utan ett koncept som kräver att eleven gör en plan, genomför planen och löser problemet och sedan blickar tillbaka innan den ger slutgiltigt svar utifrån IDEAL-metoden (se sida 5). Polya (1962) menar att lösa ett problem är att hitta en väg ur ett uppkommet hinder.

Denna studie visar att det inte finns en entydig definition bland de tillfrågade matematiklärarna. Alla är eniga om att ett matematiskt problem är något som ska få eleven att tänka i flera led genom att använda aktiv reflektion och göra någon sorts analys och att det ska saknas rutinkaraktär, dvs att det inte ska kunna lösas med en enda rutinmetod. Det ska, med andra ord, inte gå att hitta svaret direkt och att det ska ge flera vägar att gå eller fler sätt att lösa det på. Att däremot hitta en begreppsdefinition på vad problemlösning är tycks vara ett omöjligt uppdrag utifrån min- och andras studier. Studien har inte heller direkt kunnat visa att lärarna har avvikande resonemang kring begreppet. Slutsatsen blir att det inte finns en entydig definition, men att det finns koncensus bland de intervjuade lärarna på hur en problemlösningssuppgift ska vara utformat och hur eleverna ska lösa det. Det kanske inte är relevant ur en matematikdidaktisk synvinkel att försöka hitta en begreppsdefinition eftersom det finns någon form av koncensus, både

nationellt och internationellt, om vad problemlösning är, hur en problemlösningssuppgift ska vara utformat och på vilket sätt det ska lösas.

### 6.3 Digitala verktyg för formativ bedömning

Tidigare forskning ser olika programvaror och digitala verktyg som ett måste för att en lärare ska kunna jobba effektivt och utveckla elevernas problemlösningsskick samt ha ett formativt förhållningssätt. Majoriteten av studier visar positiva effekter, både vad gäller att tidseffektivisera undervisningen samt att interaktionen mellan lärare och elev ökar. Digital teknik kan hjälpa eleven att bli medveten om sina alternativa föreställningar och förstå syftet med formativ bedömning. Det handlar inte om att använda komplexa programvaror i sin undervisning utan snarare tvärtom, enkla webbaserade programvaror som kan användas mycket effektivt, så som Socrative, Padlet, Google Formulär, GeoGebra och så vidare, som dessutom kan användas gratis. En del läromedel, som exempelvis *Matematikboken XYZ*, har färdiga formativa tester som kan exporteras till dessa webbaserade programvaror för formativ undervisning. Grundtanken är inte att digital teknik ska ersätta det analoga sättet att undervisa, utan snarare att tidseffektivisera och göra lärandet synligt för eleverna.

Långt ifrån alla lärare i denna studie har implementerat detta i sin undervisning. Faktum är att många gånger har de missuppfattningar om vad detta innebär. När frågan ställdes om de använder digitala verktyg i sin undervisning uppfattades det från någon av de intervjuade lärarna som att det handlar om att det på något sätt förespråkades att de ska över till det digitala och att all matematikundervisning ska skötas med digitala verktyg och digitala medel.

Anledningen till att det inte har implementerats kan vara många eftersom det finns många utmaningar med det. Tidigare forskning kom fram till att det fanns utmaningar med insamlingen och bearbetningen av datamaterialet. Det fanns också problem och svårigheter att strukturera lektionerna men också att det saknades pedagogisk förståelse för de olika programmen enligt Thompson et al (2018). Kunskaperna kring de olika programvarorna både av tidigare forskning (Sayac, 2018) och i min studie är många gånger bristfälliga. För att lärarna ska kunna ha bättre förståelse krävs fortbildningar enligt Burton et al (2018). Min upplevelse är att de hellre medvetna om att detta effektiviserar deras undervisning och bidrar till bättre lärande. Det fanns indikationer på att en del lärare trots allt är medvetna om detta, då dessa både har lyckats implementera det i sin undervisning samt hade pedagogisk förståelse för de olika programvarorna.

## 6.4 Formativ bedömning – definitionsanalys

Formativ bedömning är när en viss bedömning används för att utveckla eleven framåt – det vill säga framåtsyftande – i relation till kunskapskraven och de uppsatta målen. Läraren ska hjälpa eleven att identifiera vart den befinner sig i sitt lärande, vart den är på väg och vad eleven behöver göra för att nå målen. Det är dessa tre nyckelprocesser som enligt Black och Wilims (2009) beskriver vad formativ bedömning är på processnivå.

Syftet med all formativ bedömning är att kartlägga och synliggöra var eleven befinner sig i sitt lärande och hur den ska ta sig vidare. Den kartläggning som görs ska sedan användas för att lägga undervisningen utifrån elevernas förutsättningar och behov, samtidigt som elev själv blir medveten om sina brister och utvecklingsbehov i förhållande till mål- och kriterier. Att det inte alltid jobbas formativt i de svenska skolorna har med att göra att konceptet *formativ bedömning* inte är utarbetat i de svenska skolorna.

De intervjuade lärarna har en uppfattning om vad formativ bedömning är eller bör vara, men långt ifrån fördjupade kunskaper. Jönsson (2017) menar att kriterierna är inget eleverna ska gissa sig till, utan det ska vara transparenta för eleven alltid. I studien kunde det inte identifieras att avslöja kriterierna för eleverna är en självklar sak i de intervjuade lärarnas undervisning. En del lärare gör det, för att eleverna ska lära sig kunskapskraven, men långt ifrån alla. På processnivå har dock majoriteten av de tillfrågade kunskaper vad det handlar om eftersom de allra flesta har känner till de tre nyckelfrågorna.

Studien kunde inte heller identifiera att lärarna tycker att kamrat och självbedömning är självklar i det formativa sättet att undervisa. Kamrat och självbedömning gör lärandet synligt och är enligt Black och Wiliam (2009) inget som bör ingår, utan snarare måste ingå. Studien finner, precis som Balan och Jönssons (2014) studie, att konceptet *formativ bedömning* är långt ifrån utarbetat. Det finns inga indikationer på att det är implementerat i den dagliga undervisningen, utan det görs oftast i samband med specifika uppgifter bland de tillfrågade lärarna. Att det inte är så kan bero på många anledningar. Dels på att konceptet är ett nytt fenomen, dels att det innefattar många punkter som inte får uteslutas från undervisningen. För att lära sig alla punkter och processer samt sätta de i relation till varandra i undervisningen krävs tid och engagemang enligt Balan och Jönsson. Min uppfattning är att det är inget en lärare kan lära sig på en dag

under en föreläsning eller seminarier. Det är en långdragen process som både är tid- och resurskrävande.

## 6.5 Lärarnas inställning om kamrat- och självbedömning

Kamratbedömning innebär att läraren aktiverar eleverna som resurs för varandra, främst vid problemlösningsaktiviteter. Hattie (2009) menar att eftersom det finns fler elever än lärare i ett klassrum är naturligt och samtidigt tidseffektivt att låta eleverna bedöma varandras lösningar och lösningsförslag. Jönsson (2017) stöder idén om kamratbedömning eftersom han menar att lärarens återkoppling kan efter ett tag kännas monotont för eleverna. Det är det bästa sättet för eleverna att lära sig kunskapskraven. Black och Wiliam (2009) menar, både när det gäller kamrat- och självbedömning, att det är inget som bör göras utan snarare måste göras om en lärare väljer att arbeta formativt.

Långt ifrån alla lärare som ingick i studien ser positivt på kamrat- och självbedömning. I de fall där lärarna är positivt inställda till kamrat- och självbedömning, har de dåliga erfarenheter av det. I de fall lärarna ser positivt på det, är de inte helt övertygade att det ska ingå eftersom de menar att de inte går att implementera i alla klasser. En del av lärarna uttryckte sig positivt inställda till det men erkänner att de har för lite kunskaper kring det. En av lärarna var emot och motiverade med att långt ifrån alla är mottagliga för konstruktiv kritik. Alla dessa svar kan tolkas som tecken på att konceptet *formativ bedömning* är långt ifrån utarbetat. Många gånger finns inte kunskaper kring konceptet och vad det innebär.

I de fallen där lärarna har en del kunskaper så är det partikulärt, exempelvis att de är positiva till självbedömning men inte till kamratbedömning. Kunskaperna om att kamrat- och självbedömning förbättrar klassrumsklimat, får eleven att ta en aktiv roll i sitt lärande och bli medveten om styrkor och utvecklingsbehov, fanns inte alltid där. Inte heller visste lärarna alltid att i det fall där kamrat och självbedömning inte fungerar, har det med inskolningstiden att göra. Jönsson (2017) menar det finns en del svårigheter med att skola in eleverna i det och implementera det i undervisningen men att eleverna för eller senare blir bättre och förstår syftet med det.

Annat som kan ha påverkat de intervjuade lärarnas inställning till främst kamratbedömning är det hänger tätt ihop med konceptet *formativ bedömning*. Som jag påpekade tidigare, om läraren ska implementera digital teknik sin undervisning krävs det pedagogisk förståelse för de olika

programvarorna. Mitt hypotetiska resonemang kring lärarnas inställning till kamrat- och självbedömning är att det krävs pedagogiskt och didaktisk förståelse i relation till problemlösningsförmågan för att lärarna eventuellt ska ha en positiv inställning till det. Endast det, i min uppfattning, kan leda till att kamrat- och självbedömning blir en självklar del av undervisningen i matematik.

## 6.6 Lärarnas helhetsbild av konceptet

Slutligen, utifrån det som visade sig under dessa sex intervjuer, går det att dra slutsatsen att lärarna har kännedom om vad formativ bedömning är på processnivå men långt ifrån vilka punkter som ska ingå i det. Med lite reservationer min uppfattning att lärarna inte ser hela konceptet *formativ bedömning* och vad det innebär att implementera det i den dagliga undervisningen.

Det finns inget helhetsperspektiv kring det. Helhetsperspektivet är ett förbättrat klassrumsklimat och en ökad klassdynamik, eleverna tar bättre ansvar för sina studier och de upplever lektionerna som mer meningsfulla samt att en enkel sak som att avslöja kriterierna lugnar ner eleverna, främst de lågpresterande, och gör det lättare för dem att navigera sig i undervisningen. Den typen av kunskap kring konceptet upplevde jag inte att det fanns. Slutsatsen blir, precis som Balan och Jönsson (2014) uttrycker, att konceptet formativ bedömning är nytt och långt ifrån bearbetat. Orsaken till det kan dock inte bara vara att det är ett nytt fenomen, utan att det tar tid att lära sig hur formativ bedömning ska ske och vilka vinster som finns med konceptet. Som tillägg till det, ska det sedan implementeras i undervisningen, vilket också är en tidskrävande process. Vinsterna med det är stora om vi ska lita på forskningen. Ingenstans i den forskningslitteratur som finns ute står det att det konceptet inte kan implementeras i alla klasser. Det finns svårigheter med implementeringen, men när det väl är gjort finns det stora vinster med det främst när man jobbar med problemlösning.

Som jag nämnde tidigare, för att förstå konceptets helhet krävs det fördjupat pedagogisk förståelse för alla punkter som ingår eftersom det inte kan uteslutas för att pusselbitarna ska kunna falla på plats. I lite mer modernare tider som nu ska även digital teknik på ett eller annat sätt sättas in i relation till konceptet. I min uppfattning är den digitala tekniken, trots svårigheterna som den medför, en självklar del av konceptet. Det är inget som bör implementeras utan snarare måste implementeras.



## 6.7 Metoddiskussion

Tanken från början var att utföra upp till åtta intervjuer, men eftersom examensarbetet gjordes under andra halvan av höstterminen, fanns det en svårighet med att hitta behöriga lärare för att ställa upp på en intervju. Det fanns huvudsakligen tre saker som gjorde det svårt med att hitta behöriga matematiklärare att intervjua:

- Den ena var den pågående Coronapandemin, som gjorde det att det saknades personal på skolorna vilket gjorde att de aktiva lärarna hade hög arbetsbelastning och fick täcka för andra kolleger som var sjuka,
- det andra var att skolor förbjöd besök av utomstående på skolor för att minska smittspridningen och det
- tredje att just under november och december utförs muntliga nationella prov i matematik, vilket gör att lärarna oftast har ont om tid.

Under november och december är det mycket annat administrativt som lärarna måste hinna med, framförallt bedömningar och betyg som ska in, vilket försvårade ytterligare. Det fanns dessutom en hög sjukfrånvaro som gjorde ett par intervjuer fick ställas in.

En del formuleringsbrister i en del intervjufrågor, främst den första frågan ”hur viktig är problemlösningsförmågan betydelse utifrån styrdokumentet”, där lärarna ofta behövde en mer detaljerad förklaring kring frågan. Under intervjuerna fick frågan formuleras om till ”hur framställs problemlösningsförmågan i styrdokumentet? Är problemlösningsförmågan som alla andra förmågor eller framställs den på ett annat vis?”. Med den nya formuleringen förstod lärarna frågan bättre.

Det fanns en fråga som fick uteslutas i efterhand eftersom det upplevdes som att det inte gav något för att besvara forskningsfrågorna. Frågan handlade om hur viktig problemlösningsförmågan är för samhällsutvecklingen. Frågan upplevdes inte relevant i efterhand gentemot forskningsfrågorna och uteslutades från resultatet efter att svaren hade analyserats. Överlag kändes intervjufrågorna relevanta och bra för att besvara frågeställningen. Frågorna kändes relevanta för att göra en kategoriserande innehållsanalys, eftersom den typen av analys tillåter en att analysera det latent innehåll i texten och intervjuerna, utan att i förväg bestämma vad som kan finnas i texten.

Det fanns en tanke att göra frågorna mer konkreta men den idén övergavs eftersom intervjun var tänkt att göras semistrukturerat. En risk med att ställa alldeles för detaljerade frågor kring formativ bedömning hade varit att de intervjuade lärarna hade valt att svara kortfattad, vilket hade gjort att det hade kvantitativa data istället för kvalitativ.

## 6.8 Resultatets giltighet

Om man resonerar kring själva utförandet av studien, har det inte varit några besvärande moment mer än att grund av den pågående Coronapandemin har det varit svårt att rekrytera behöriga lärare för en intervju. För att göra studien mer träffsäker hade det kanske behövts intervjuas fler lärare i fler skolor och kommuner. Eftersom omfattning av studien inte är tillräckligt stor, kan det ha påverkat resultatet. För att se över lärarnas inställning till främst kamrat- och självbedömning hade det behövts kanske dubbelt så många intervjuer. Detta kan man se som en extern faktor som kan ha påverkat studien till viss del.

En del av frågorna hade lärarna svårt med att tolka rätt, vilket gjorde att det behövdes en lite mer noggrann förklaring för att lärarna kunna svara på det. Det finns en risk att frågornas utformning kan ha påverkat resultatet då lärarna kan ha missuppfattat frågorna. Det var främst frågan om problemlösningsförmågans betydelse utifrån styrdokumentet, där lärarna på något sätt upplevde att frågan var utformat för att få problemlösningsförmågan att framstå som viktigare än andra förmågor, vilket inte är sant. Där fick jag formulera om frågan när intervjun hade påbörjat för att minimera risken för missuppfattning till ”hur framställs problemlösningsförmågan utifrån styrdokumentet? Är den som alla andra förmågor eller framställs den på ett annat sätt?”. Frågeformuleringen är interna faktorer som på något sätt kan ha påverkat resultatet men eftersom frågorna formulerades om i de fall lärarna inte förstod de, kan man ändå se studien som valid. Men eftersom det finns begreppsvaliditet från tidigare forskning, främst från Balan (2012), Balan och Jönsson (2014) där de för sex år sedan såg att formativ bedömning är långt ifrån bearbetat, gör att denna studies validitet ökar. Både litteratur- och den empiriska studien har gett mig kunskaper kring konceptet *formativ bedömning*, problemlösningsförmågan och hur digital teknik kan utnyttjas för att öka effektiviteten i klassrummet.

## 6.9 Vidare studier

Under både litteratur- och den empiriska studien väcktes intresset för kamrat- och självbedömning. Eftersom formativ bedömning är ett beprövat koncept med olika tekniker, är det intressant

att göra någon form av replikationsstudie om just kamrat- och självbedömning. Ett tänkbart sätt att utföra det hade varit att göra ett kvasiexperiment med två klasser som inte har arbetat med kamrat- och självbedömning innan, en försöksgrupp och en kontrollgrupp, för att sedan komma fram till en slutsats om vilka effekter kamrat- och självbedömning ger på deras problemlösningsförmåga. För att kunna dokumentera och följa upp, är det tänkt att göra ett för- och eftertest med både försöks- och kontrollgruppen.

Inspiration kommer från Andreia Balan (2012). Hon kunde se i sin doktorsavhandling att elevernas resultat förbättrades när de fem punkterna som kännetecknar formativ bedömning implementerades i undervisningen. Hela syftet med studien var att implementera de fem punkterna i undervisningen för att sedan observera om det leder till bättre lärande. För att kunna dokumentera utförde hon kvasiexperiment med elever på gymnasiet första år där eleverna gjorde ett för- och eftertest med både kontrollgrupp och försöksgrupp. De grupper som ingick i experimentet hade inte jobbat med det formativa konceptet innan hennes studie. Black och Williams fem punkter som kännetecknar formativ bedömning implementerades i försöksgruppens undervisning, medan kontrollgruppen fick fortsätta med sin vanliga undervisning. Det som framförallt blev tydligt, försöksgruppens problemlösningsförmåga förbättrades. Det blev bättre på att tolka matematiska problem och vid val av effektiv problemlösningstrategi. Deras resonansförmåga förbättrades samt att deras förtroende för ämnet ökade. Eleverna blev inte bara bättre själv utan bättre på att stötta varandra i en positiv bemärkelse. Eleverna upplevde också ett förbättrat klassrumsklimat där lärandet stod i fokus.

Under samma studie, som en fortsättning på min gamla studie, finns det möjlighet att testa lärarnas inställning till kring kamrat- och självbedömning både före- och efter experimentet för att sedan se om det på något sätt har förändrats.

## 7 Referenser

- Arcavi, A., & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM– International Journal on Mathematics Education*, 39, 355–364.
- Attali, Y. (2015). Effects of multiple-try feedback and question type during mathematics problem solving on performance in similar problems. *Computers and Education*, 86, 260–267.
- Attali, Y., Laitusis, C., & Stone, E. (2016). Differences in Reaction to Immediate Feedback and Opportunity to Revise Answers for Multiple-Choice and Open-Ended Questions. *Educational and Psychological Measurement Vol. 76(5)*, 787–802.
- Anderson, J. (2005). *Implementing problem solving in mathematics classrooms: What support do teachers want?* Paper presented at the Mathematics Education Research Group of Australasia Conference, 2005. Hämtad från: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.532.6880&rep=rep1&type=pdf>
- Balan, A. (2012). *Assessment for learning: A case study in mathematics education*. Doktorsavhandling. Malmö högskola
- Balan, A., & Jönsson, A. (2014). *Bedömning för lärande – en vägledning utifrån aktuell forskning*. Kommunförbundet Skåne.
- Bhagat, K. K., & Spector, J. M. (2017). Formative Assessment in Complex Problem-Solving Domains: The Emerging Role of Assessment Technologies. *Educational Technology & Society*, 20 (4), 312–317.
- Black, P., & Wiliam, D. (2006). Developing a theory of formative assessment. In J. Gardner (Ed.), *Assessment and learning* (pp. 81–100). London: Sage
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(5), 5–31.
- Bostic, J. D., & Sondergeld, T. A. (2018). Validating and Vertically Equating Problem-Solving Measures. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 139-155.
- Burton, M., Silver, E. A., Mills, V. L., Audrict, W., Strutchens, M. E., & Marjorie Petit (2018). Formative Assessment and Mathematics Teaching: Leveraging Powerful Linkages in the US Context. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 193-205.
- Cai, J., & Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. *ZDM– International Journal on Mathematics Education*, 39, 459–475.

- Care, E., Scoular, C., & Griffin, P. (2016). Assessment of Collaborative Problem Solving in Education Environments. *Applied Measurement in Education*, 29, 250-264.
- Chapman, O. (2005). Constructing Pedagogical Knowledge of Problem Solving: Preservice Mathematics Teachers. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 225-232.
- Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, 49, 755–767.
- Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2018). The Use of Digital Technologies to Enhance Formative Assessment Processes. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 77-91.
- Dalby, D., & Swan, M. (2019). Using digital technology to enhance formative assessment in mathematics classrooms. *British Journal of Educational Technology*, 50, 832-845
- Denscombe, M. (2018). *Forskningshandboken: för småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Lund: Studentlitteratur.
- Downton, A. (2018). Using a Digital Flip Camera: A Useful Assessment Tool in Mathematics Lessons. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 63-75.
- English, L. D., Lesh, R. A., & Fennewald, T. (2008). *Future directions and perspectives for problem solving research and curriculum development*. Paper presented for TSG 19 at the International Congress on Mathematical Education. Monterrey, Mexico, July 6–13.
- Feldman, A., & Capobianco, B. M. (2008). Teacher learning of technology enhanced formative assessment. *Journal of Science Education and Technology*, 17, 82–99.
- Green, J. (2014). *Elevers användande av formativ återkoppling i matematik*. Licentiatavhandling. Högskolan Kristianstad.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London and New York: Routledge.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81-112.
- Henderson, K. B., & Pingry, R. E. (1953). Problem-Solving in Mathematics. The Learning of Mathematics: Its Theory and Practice. *National Council of Teachers of Mathematics, Yearbook 21*, 228-270.
- Heritage, M., & Wylie, C. (2018). Reaping the benefits of assessment for learning: Achievement, identity and equity. *ZDM Mathematics Education*, 50(4), 1–13.

- Hirsh, Å. (2017). *Formativ undervisning: utveckla klassrumspraktiker med lärandet i fokus*. Stockholm: Natur & Kultur.
- Holgersson, I. (2013). *Att utveckla elevernas problemlösningsförmåga*. 3.
- James, M., Black, P., McCormick, R., Pedder, D. and Wiliam, D. (2006a) Learning how to learn, in classrooms, schools and networks: aims, design and analysis, *Research Papers in Education*, 21(2): 101–18.
- Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research & Development*, 48(4), 63–85.
- Jönsson, A. (2017). *Lärande bedömning*. (4 uppl.) Malmö: Gleerups Utbildning AB.
- Larsson, M. (2013). *Undervisa i matematik genom problemlösning*. Mälardalens högskola
- Lester, F. (1988). Teaching mathematical problem solving. *Nämnanaren* 1988(3), 32-43. Tillgänglig: [http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243\\_88\\_3.pdf](http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243_88_3.pdf)
- Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970 – 1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 660–675.
- Lester, F. K., & Charles, R. I. (Red), Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten – grade. *National Council of Teachers of Mathematics*, 6, 241–253.
- Lester, F. K. & Lambdin D.V. (2007). Undervisa genom problemlösning. *Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM*
- Molina, M. A., & Moreno, L. D. (2018). Assessing Visualization: An Analysis of Chilean Teachers' Guidelines. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 179-191
- Nagari-Haddif, G., & Yerushalmy, M. (2018). Supporting Online E-Assessment of Problem Solving: Resources and Constraints. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 93-106.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2017). *Catalyzing Change in High-School Mathematics*. Hämtad från: [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/CatalyzingChangePublicReview.pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/CatalyzingChangePublicReview.pdf)
- Pai, J. (2018). Observations and Conversations as Assessment in Secondary Mathematics. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 25-44.
- Pellegrino, J., Chudowsky, N., & Glaser, R. (2001). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. National Research Council, Washington, DC: National Academy Press.

- Platz, M., Krieger, M., Niehaus, E., & Winter, K. (2018). Suggestion of an E-proof Environment in Mathematics Education. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 107-121.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematics*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1962). *Mathematical discovery: on understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: Wiley.
- Reddy, L. A., Dudek, C. M., & Lekwa, A. (2017). Classroom strategies coaching model: integration of formative assessment and instructional coaching. *Theory Into Practice*, 56(1), 45–55.
- Sayac, N. (2018). French Primary Teachers' Assessment Practices: Nature and Complexity of Assessment Tasks. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 159-178
- Sia, C. J. L., & Lim, C. S. (2018). Cognitive Diagnostic Assessment: An Alternative Mode of Assessment for Learning. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 123-137.
- Straumberger, W. (2018). Using Self-assessment for Individual Practice in Math Classes. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 45-60.
- Skolverket (2017). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Hämtad från: <https://www.skolverket.se/getFile?file=3794>
- Skolverket (2018). *Problemlösning*. Hämtad från: [https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/435\\_problemlosning%20%C3%A5k7-9/1\\_matematikundervisninggenomproblemlosning/pdf\\_prob\\_ak7-9\\_del1%20\(1\).pdf](https://larportalen.skolverket.se/LarportalenAPI/api-v2/document/path/larportalen/material/inriktningar/1-matematik/Grundskola/435_problemlosning%20%C3%A5k7-9/1_matematikundervisninggenomproblemlosning/pdf_prob_ak7-9_del1%20(1).pdf)
- Skott, J., Jess, K., Hansen, H.C., & Lundin, S. (2010). *Matematik för lärare Delta Didaktik*. Malmö: Gleerups Utbildning.
- Swan, M. (2015). *Designing Formative Assessment Lessons for Concept Development and Problem Solving*. University of Nottingham
- Swan, M., & Foster, C. (2018). Formative Assessment Lessons. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 11-24
- Söderström, N. C., & Björk, R. A. (2015). Learning versus performance. *Perspectives on Psychological Science*, 10(2), 176–199.
- Thompson, D. R., Burton M., Cusi, A., & Wright, D. (2018). Formative Assessment: A Critical Component in the Teaching-Learning Process. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 3-10.

- Törner, G., Schoenfeld, A. H., & Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the world: Summing up the state of the art. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 39, 353.
- Wright, D., Clark, J., & Tiplady, L. (2018a). Designing for Formative Assessment: A Toolkit for Teachers. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 207-228.
- Wright, D., Burton, M., Cusi, A., & Thompson, D.R. (2018b). Looking to the Future: Lessons Learned and Ideas for Further Research. *Classroom Assessment in Mathematics*, pp, 231-232.
- Xenofontos, C., & Andrews, P. (2014) Defining mathematical problems and problem solving: Prospective primary teachers' beliefs in Cyprus and England, *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 279-299