Självständigt arbete, 15 hp, för Speciallärarexamen mot matematikutveckling
Termin år: VT 2019

- Jag vet inte, jag bara ser!

En fallstudie med ett yngre särskilt begåvat barn inom matematik, med fokus på att utveckla problemlösningsförmågan.

Heléna Fransman

Sektionen för lärande och miljö

Högskolan Kristianstad | www.hkr.se

Författare/Author
Heléna Fransman

Titel/Title
Jag vet inte, jag bara ser! En fallstudie med ett yngre särskilt begåvat barn inom matematik, med fokus på att utveckla problemlösningsförmågan
I do not know, I just see! A case study with a young especially gifted child in mathematics, with a focus on developing problem solving ability

Handledare/Supervisor
Ingemar Holgersson

Examinator/Examiner
Carin Roos

Sammanfattning/Abstract

The purpose of the study is to support a younger mathematically gifted student to develop his problem solving ability in mathematics. The study was based on a micro-ethnographic study through participatory observations, where the analysis was based on Krutetskii's eight mathematical abilities. The result of the analysis shows that even younger, especially talented students in mathematics demonstrate Krutetskii's thoughts on mathematical abilities. The specific child in the study shows that there are several mathematical abilities within him. The problem is that the child does not get enough management and stimulation to develop his or her abilities. The child in the study needs adequate support to be able to reach full potential. Problem solving has been the focus of our meetings in order to develop the ability to motivate mathematical problems. The study has focused on two different types of problems, both closed and open issues. The result of the analysis also shows that the special education teacher needs to guide teachers in rich mathematical problems and treatment for particularly talented students in mathematics.

Ämnesord/Keywords

Mathematical abilities, special education, gifted children, Krutetskii, problemsolving

Förord

Den här studien har varit en resa utöver det vanliga. Jag har under 19 gånger träffat en pojke som i rapporten bär det fingerade namnet Kim, som då var 7 år och särskilt begåvad inom matematik. Arbetet med studien har lärt mig mycket om mig själv som blivande speciallärare men också om mig själv som människa. Jag har lärt mig vikten av bemötande och att ta vara på min egen högkänslighet i och med att jag har analyserat allt inspelat material. Varje individ är unik och som blivande speciallärare är det just vårt jobb att vara lyhörd för minsta lilla förändring och ta till vara på varje barns unika egenskaper.

Jag vill rikta ett innerligt tack till Kim med familj för att jag har fått göra den här studien. Kim och jag har haft många underbara matematikstunder tillsammans med mycket skratt, men också med frustration kring ordinarie studiesituation där Kim uttryckt att han inte vill gå i skolan för att det är för enkelt. Min roll har då blivit att uppmuntra, motivera samt att utmana hans tankeverksamhet genom ett problembaserat lärande.

Tack ännu en gång.

Heléna Fransman

Kristianstad våren 2019

Innehåll

1. Inledning

Matematiklärare världen över har en stor uppgift, och det är att identifiera förmågor hos elever. Genom att identifiera begåvade barn i matematik ges eleverna möjlighet att vårda sin talang, undvika utbrändhet och får en möjlighet att på ett bättre sätt utnyttja sin matematiska talang i framtiden. (Sharma, 2013; Pettersson, 2017)

I den förskoleklass som jag undervisade, läsåret 2017/2018, fanns en pojke som redan första skoldagen fick mig att fundera kring särskilt begåvade barn inom matematik. Barnet, som i rapporten bär det fingerade namnet Kim, visade matematiska förmågor som låg långt över sina kamraters. Kim löste aritmetiska uppgifter på nationella prov för årskurs 9 när han endast var 6 år gammal.

Det som intresserade mig var att Kim ansåg att han ville ha högsta betyg i matematik när han gick i årskurs 6, fast jag såg att Kim behövde öva upp sin förmåga att redovisa, både skriftligt och muntligt, hur han tänkte kring matematiska problem. Jag var nyfiken på barns matematiska förmågor och hur man kan identifiera dessa. Det som dock var lite mer problematiskt för Kim var att förklara hur han resonerade inom matematik. En återkommande kommentar från Kim var:

> *”Jag vet inte, jag bara ser!”* (Kim, 6 år)

2010 infördes ett förtydligande i skollagen, i och med detta förtydligande står det att även de som har särskilt lätt att nå kunskapskraven ska ges ledning och stimulans för att nå sin fulla potential. Det blir allt mer vanligt att uppmärksamma elever som har en särskild fallenhet för matematik. Ca 5 % av svenska elever är särskilt begåvade inom olika områden. (SFS 2010:800; Mattsson & Pettersson, 2014)

Särskilt begåvade elever är i behov av särskilt stöd, men hur kan skolan ge dessa elever den stöttningen? Vilken roll spelar specialläraren för att kunna ge särskilt begåvade elever stimulans? Som blivande speciallärare, har man ett ansvar att stötta lärare i att se alla barn och att utmana alla elever, där de är i sin kunskapsutveckling. I examensförordningen för speciallärare står det:

> *Att som speciallärare ska studenten kunna visa en förmåga att undanröja hinder och svårigheter i olika lärmiljöer, men också att vara en kvalificerad samtalspartner utifrån vald specialisering.* (SFS 2011:688)

2. Bakgrund

För att kunna skapa en förståelse kring särskilt begåvade elever behövs en kunskap kring att det egentligen inte finns en entydig definition kring begreppet särskilt begåvad. Förr i tiden fanns det en hierarkisk syn på begåvning och talang som menade att begåvning refererade till akademiska förmågor medan talang refererade till icke-akademiska förmågor, som t.ex. bild och form. (Mönks & Ypenburg, 2009)

2.1. Definition av särskilt begåvade barn

Intellektuell begåvning beskrivs som en förmåga att tänka abstrakt, logiskt resonerande och en förmåga att lösa komplexa problem. Betydelsen av ordet begåvning har sin grund i uppfattningar om talang som en medfödd gåva som vissa individer haft turen att få, andra inte. För att utveckla talang så vet vi att det finns ett nära samband mellan arv och miljö. (Mönks & Ypenburg, 2009; Porter, 2005; Szabo, 2017)

Roland S Pettersson, professor i pedagogisk psykologi, definierade särskild begåvning så här:

> ”*Den är särbegåvad som kontinuerligt förvånar både kunskapsmässigt och genom sin osedvanliga förmåga i ett eller flera områden, både i skolan och i vardagslivet”. (Persson, 1997, s. 50)*

Inom begåvningsforskningen så diskuteras det livligt var gränsen för särskild begåvning går. Ifall man skulle mäta i IQ, vilket inte används i Sverige lika frekvent som i andra länder, så skulle särskilt begåvade barn utgöra 2-3 procent av jämförelsegruppen. Det betyder att det är individer med IQ 130 och högre. (Pettersson, 2011; Pettersson & Wistedt, 2013; Porter, 2005; Ziegler, 2010)

2.2. Karaktärsdrag

Det finns särskilt begåvade barn som inte är lätta att upptäcka och därmed svårare att ge rätt stöd och stimulans. Barn, som inte utmärker sig och inte vill framstå som avvikande, döljer sitt intresse och sina förmågor. Det finns också elever som tidigt visar sina förmågor men inte får något gensvar, eller elever som endast får negativ respons på sina försök till kontakter, de ger upp. Dessa barn kan upplevas som frånvarande och ointresserade, ibland kan de även genomgå en neuropsykiatrisk utredning och få diagnosen ADHD eller autism. Skolan behöver möta barnens kunskapstörst och genom att hitta en långsiktig plan för detta skapar skolan en studiesituation där elever möts utifrån olika förutsättningar. (Pettersson, 2017; Pettersson & Wistedt, 2013; Porter, 2005)

Barn och elever som är högpresterande följer ofta undervisningen väl, medan det särskilt begåvade barnet ofta ifrågasätter undervisningen. (Mattsson & Pettersson, 2014; Pettersson, 2017; Porter, 2005)

2.3. Kognitiva lärstilar

Porter (2005) är en australiensisk barnpsykolog och legitimerad lärare, som arbetat i över 25 år med yngre barn. Porter (2005) menar att alla människor har olika inlärningstilar och dessa behöver man ta hänsyn till som lärare. Vid observationer och nyfiket förhållningssätt kan man analysera vilka lärstilar som särskilt begåvade matematiska barn har och utifrån den analysen utforma en hållbar undervisning.

Det viktigaste är att se till hela barnet och att ta hänsyn till de mentala och sociala färdigheterna, till barnets känsloliv, motivation och sociala nätverk. Först när man har en helhetsbild av barnet så kan man utveckla ett stödkoncept för just det specifika barnet. (Mönks & Ypenburg, 2009)

2.3.1. Kreativt tänkande

De elever som är både intellektuellt och kreativt begåvade kan visa tecken på följande inlärningstilar, och tillämpar dem över olika domäner eller inom den enda domän där de är särskilt begåvad. Dessa barn visar en välutvecklad fantasi, kreativ problemlösningsförmåga samt att de använder sig av intuition, det vill säga att en viss del av deras tänkande kan förekomma på en intuitiv nivå (Porter, 2005)

2.3.2. Visuospatial inlärningsstil

Ungefär en tredjedel av alla elever använder bilder för att lära sig. Dessa elever ser hela mönster åt gången och behöver inte bryta ner uppgifter i små delar för att kunna förstå dem. Deras inlärningssätt strider ofta mot den traditionella undervisningsstilen i skolor, där en lärare står och undervisar och där eleven lyssnar, och den kan misstolkas, av lärare, som en inlärningssvårighet snarare än en styrka. Detta kan ge sig uttryck i att dessa barn har svårt att följa mer än en instruktion i taget. Barnet kan visa irritation kring att behöva redovisa hur man tänker utifrån bland annat aritmetiska likheter. Barnet är intolerant för repetition, utifrån att de en gång sett hela bilden så kommer inte repetition att förbättra den bilden. Barnet är inte flexibelt när vuxnas instruktioner har en viss tendens att skilja sig från barnets idé som det har tänkt ut. Barnet har en tendens att koppla bort auditiv information, det vill säga att de upplevs dagdrömma, speciellt när de utsätts för visuell stimulans. Det kan t.ex. vara när de tittar på TV och är oförmöget att höra vad föräldrarna säger. (Kreger Silverman, 2016; Porter, 2005)

Krutetskii var en rysk psykolog som under 1960-talet genomförde en longitudinell studie för att undersöka matematiska förmågor hos särskilt begåvade elever. Hans forskning översattes till engelska 1976 och är fortfarande den mest refererande forskningen kring särskilt begåvade elever inom matematik. Krutetskii (1976) kom i sin studie fram till tre olika karaktärsdrag hos de särskilt begåvade barnen inom matematik. Dessa tre kararaktärsdrag redovisas i följande avsnitt.

2.3.3. Den analytiska eleven

Den här typen av elev kännetecknas av en mycket välutvecklad verbal-logisk förmåga och har en svagare visuell-bildmässigt förmåga. De behöver inte visuella stöd för att visualisera objekt eller mönster i problemlösning, även när de matematiska relationerna som ges i problemet "föreslår" visuella begrepp.

De individer som representerar denna typ har inte en utpräglad visuell-bildmässig begreppsbildning. De är mycket framgångsrika på uppgifter som uttrycks abstrakt, men de försöker översätta problemet till en konkret visuell form på abstrakt nivå, så långt det är möjligt. De utför analyser av begrepp på ett enklare sätt, än operationer relaterade till analys av ett geometriskt system eller ritning. (Krutetskii, 1976)

2.3.4. Den geometriska eleven

I Krutetskiis (1976) studie återfanns även representanter för denna typ. Dessa elever kännetecknas av en välutvecklad visuell bildmässig begreppsbildning. De anser att de måste tolka ett uttryck visuellt för ett abstrakt matematiskt förhållande och visar stor uppfinningsrikedom i detta avseende. Dessa elever gör uträkningar utifrån analyser av diagram, ritningar och grafer. Bilden ersätter ofta logik för dem. Men om de inte lyckas skapa visuella stöd, att visualisera objekt eller diagram för att lösa problem, har de svårt att arbeta med abstrakta system. De fortsätter att försöka arbeta med visuella system, bilder och begrepp även när ett problem enkelt löses av resonemang. Eleverna, i Krutetskiis (1976) studie, kände ett behov av att tolka ett problem på ett generellt plan.

Det är naturligtvis inte alla visuella-bildsystem som används av “geometriker”-elever utan Krutetskii (1976) generaliserade dessa elever.

2.3.5. Den harmoniske eleven

En betydande majoritet av de särskilt begåvade eleverna i Krutetskiis (1976) studie tillhörde denna typ. Det som utmärkte dessa elever var en relativ jämvikt av välutvecklade verbal-logiska och visuella förmågor, där den verbala-logiska förmågan var i ledande roll. Eleverna var ganska geniala i sin visuella tolkning av abstrakta relationer, men deras visuella bilder och system är underordnade en verbal-logisk analys. När de arbetade med visuella bilder, insåg dessa elever tydligt att innehållet i en generalisering inte är uttömd av särskilda fall. De lyckas med att genomföra både en analytisk och en bild-geometrisk metod för att lösa många problem.

2.4. Krutetskiis matematiska förmågor

Krutetskii (1976) menade att det mest centrala för all matematisk verksamhet är problemlösning, ett begrepp som i dag används ideligen i diskussionerna om svensk matematikundervisning.

Krutetskiis (1976) observationer visade att hos ett matematiskt begåvad barn fanns en unik organisation av sinnet, som han kallade ett matematiskt sinnelag. Denna egenskap börjar ofta dyka upp i grundläggande former efter 7 eller 8 år och förvärvar senare en mycket bred karaktär. Krutetskii (1976) delade in sin teori kring matematiska förmågor så som beskrivs i de följande avsnitten.

2.4.1. Förmågan att formalisera matematiskt material

De mest skickliga eleverna utvecklar, genom vägledning av forskaren, en benägenhet att förstå olika problems villkor och börjar jämföra sina data. Den formaliserade förmågan börjar visa sig så tidigt som i årskurs 2 eller 3. De särskilt begåvade eleverna visade ett tydligt behov av att upptäcka grundläggande relationer. De började successivt se relationer mellan vissa kvantiteter i ett problem. De kunde även blanda ihop namnen på föremålen.

Det innebär att man har en förmåga att skilja form från innehåll och att arbeta med formella uppbyggnader av relationer och samband. Det kan till exempel vara att eleven kan upptäcka det formella mönstret i ett matematiskt problem. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.2. Förmåga att generalisera matematiskt material.

Krutetskii (1976) menade att en effektiv generalisering inom numeriska och bokstavssymbolism kan betraktas genom minst två aspekter. Man måste kunna se en liknande situation och man måste behärska den generaliserande typen av lösning.

Det innebär att man har en förmåga att veta vilken information som är viktig för att kunna lösa uppgiften, samt att välja bort den information som inte är relevant.

I Krutetskiis (1976) studie gjorde de särskilt begåvade eleverna alla exemplen, korrekt och ganska fritt. De började med de mest avlägsna och generaliserade uppgifterna utan att uppleva några speciella svårigheter. Detta gjordes direkt efter att de hade blivit bekanta med en formel eller efter att de hade löst ett enda exempel med hjälp av formeln. (Dahl, 2012; Pettersson & Wistedt, 2013; Gerholm, 2016; Krutetskii, 1976)

2.4.3. Förmåga att operera med siffror och andra symboler

Krutetskii (1976) menade att en individ som hade en förmåga att operera med siffror och andra symboler kunde hitta strukturer i ett problem genom att antingen rita bilder eller skisser. Det är dock inte alla barn som gör skisser, då bilder och figurer inte verkade ge dem den information de behöver för att lösa en uppgift. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016 ; Krutetskii, 1976; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.4. Förmåga till sekventiellt, logiskt resonerande

Krutetskii (1976) menade att den här förmågan var den viktigaste för en matematisk särskilt begåvad elev. I Krutetskiis (1976) studie svarade bland annat lärare att matematik var det bästa ämnet för att utveckla förmågan att motivera sina svar och att denna förmåga var en av de främsta indikationerna på god matematisk utveckling.

Det är förmågan att kunna skilja på presenterade villkor och dra slutsatser av tankegångar samt förmågan att dra logiska slutsatser från de givna utgångspunkterna. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.5. Förmågan att förkorta tankegångar

Krutetskii (1976) menade att det inte kunde diskuteras någon begränsning utifrån resonemangsförmågan, eftersom argumentationen i sig fortfarande är i färd med att läras. Senare behöver de också den fullständiga strukturen i resonemanget. Resonemanget för elever, som inte var särskilt begåvade, var alltid präglat av överflödig omfattning och onödig aktivitet.

Kortheten och klarheten ligger i sättet att dela upp lösningarna i mindre delar. Individen strävar efter att få en enkelhet, elegans samt rationalitet i sina lösningar. I de allra flesta fall så handlar det om att göra det nödvändiga räknandet kortare och smidigare. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.6. Flexibilitet och reversibilitet i tänkandet.

Krutetskiis (1976) menade att behovet av att hitta fler lösningar på ett problem uppstod dock endast när den första lösningen inte var, enligt elevens uppfattning, enkel och elegant. Med tanke på en särskild uppgift (med instruktioner från forskaren) letade eleverna efter nya lösningar. En hittad lösning hade ingen påverkan på eleverna.

Matematiskt särskilt begåvade barn kan urskiljas genom sin stora flexibilitet, genom rörligheten i sina mentala processer för att lösa matematiska problem. Det kan ge sig till uttryck i en enkel övergång från en mental operation till en annan kvalitativt annorlunda operation. Dessa barn har en frihet i sina mentala operationer, fritt från ett bindande inflytande av de stereotypa, konventionella lösningsmetoder och rekonstruerar, med lätthet, ett etablerat tankemönster och operativsystem. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.7. Förmåga att minnas matematiska fakta.

Krutetskii (1976) menade att ifall eleven glömmer någonting var det inte matematiska relationer utan siffror eller konkreta uppgifter. Ju äldre det särskilt begåvade barnet blir desto mer förvärvar barnet en ökad känsla för betydelsen av relationer medan minnet av konkreta data minskar. Detta minne är då generaliserat och periodiskt. Krutetskii (1976) menade att det inte var all matematisk information som eleven kom ihåg, utan främst det som var av konkret värde.

Krutetskii (1976) menade att det matematiska minnet för särskilt begåvade elever var generaliserat och operativt. Krutetskii (1976) menade att detta var den mest praktiska och ekonomiska metoden för att behålla matematisk information. Genom att behålla information i generell och förkortad form arbetar inte hjärnan med överskottsinformation och möjliggör alltså att den behålls och används lättare.

Krutetskii (1976) drog en slutsats kring förmåga att minnas matematisk fakta, vilket var att de särskilt begåvade matematiska barnen mindes typen och den allmänna karaktären av de beräkningar man gjort, men mindes inte mycket av problemets yttre typiska drag, sammanhanget, numeriska värden och liknande. (Dahl, 2012; Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.4.8. Begåvning och intresse för matematik.

Begåvning och intresse för matematik är en förmåga som ofta visar sig som en lust att söka matematiska aspekter hos omgivningen. (Pettersson, 2017; Dahl, 2012; Szabo, 2017)

Denna förmåga är en förmåga som inte alla människor delar. Det är också den förmåga som Krutetskii (1976) lade till i sin studie, för att observera elever med uttalad matematisk begåvning. Krutetskii (1976) var noga med att påpeka att elever med stor fallenhet för matematik inte alltid är högpresterande i skolan. (Chamberlin, 2010; Dahl, 2012; Krutetskii, 1976; Pettersson & Wistedt, 2013)

2.5. Undervisning för särskilt begåvade elever inom matematik

För att höja motivationen, och för att möta matematiskt särskilt begåvade barn används tre vedertagna metoder. Dessa metoder är acceleration, berikning och aktiviteter utanför skolan. (Gavin, Firmender, & Casa, 2013; Gerholm, 2016; Mattsson & Pettersson, 2014; Pettersson, 2017; Pettersson & Wistedt, 2013; Porter, 2005; Ziegler, 2010)

2.5.1. Problemlösningsförmåga

En viktig matematisk aktivitet är att hitta på ”matematik-sagor”. Många lärare förväntar sig att elever ska kunna översätta textuppgifter till matematiska ekvationer/uttalanden men glömmer ofta den omvända operationen. Att låta eleverna skapa egna problem hjälper dem att förstå hur nyckelord kan användas för att skapa olika procedurer och motverkar elevernas tendens till en alltför bokstavlig tolkning av ordförrådet.

Problemlösning uppstår när barn använder principer för att uppnå ett mål. Eleverna måste både välja och tillämpa vissa principer för att komma fram till en lösning. De integrerar färdigheter, begrepp och principer i en kognitiv struktur. (Anghileri, 2007; Chinn, 2017; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)

2.5.2. Problembaserad undervisning

Skolmatematiken består, till stor del, av övningar där det endast finns rätt eller fel svar. För att utmana eleverna att tänka vidare så kan man arbeta med uppgifter där det mest självklara svaret är fel eller delvis fel. Diskussionerna som följer ger eleverna möjlighet att pröva sina kunskaper och hur väl de behärskar dem. I allmänhet förväntar sig eleverna att matematiska problem ska ha ett korrekt svar, dock kan ”riktiga” matematiska problem ha flera lösningar eller inga alls. (Hogden & Williams, 2013)

Det som varit i fokus, de senaste decennierna, för forskningen inom skolmatematik, är problemlösningen. Även i Sverige ses förändringar när det gäller problemlösningens utrymme inom skolmatematiken. För att en uppgift ska kallas problem behöver uppgiften vara sådan att den som löser problemet inte omedelbart vet hur man ska lösa den. Undervisningen för särskilt begåvade elever inom matematik är inget undantag när det gäller att utmana elevers kognitiva förmågor. I läroplanen för grundskolan finns problemlösning med både i syftet med undervisningen men också som ett centralt innehåll. För att få en djup förståelse för de typer av problem som krävs för elever som är särskilt begåvade i matematik är det absolut nödvändigt att att det finns en mångfald av matematiska problem. (Chamberlin, 2010; Dahl, 2012; Skolverket, 2011; Pettersson, 2011)

2.5.3. Rika matematiska problem

Matematiska problem är inte enbart beroende av att automatiskt komma ihåg information som fakta, färdigheter, kunskaper, procedurer eller formler. (Chamberlin, 2010)

Ett sätt att kategorisera frågor är att beskriva dem antingen som slutna eller öppna. Slutna frågor är de frågor som kräver ett svar. Det vanligaste på matematiklektioner i svenska klassrum är slutna frågor. En öppen fråga är det som kräver att eleven funderar lite extra noga och ger respons som involverar mer än fakta från minnet eller att reproducera en skicklighet. Frågor som uppmuntrar eleverna till att använda fler förmågor än bara fakta har en potential att stimulera tänkande och resonerande. Rika matematiska problem är särskilt användbara då de har en potential att få eleverna mer uppmärksammade på vad de kan och vad de inte kan. Flera av de frågor som matematiklärare ställer, speciellt under en lektion, har endast ett korrekt svar. Sullivan och Lilburn (2005) menar att lärare bör använda sig av rika matematiska problem för att eleverna ska kunna utveckla sin problemlösningsförmåga samt att de förvärvar en skicklighet i matematik. (Sullivan & Lilburn, 2005)

Hagland et al (2005) avgränsar och preciserar begreppet ”*rika matematiska problem”* till följande:

1. Betydelsefulla matematiska idéer ska presenteras utifrån problemet.
2. Uppgiften ska vara enkel att förstå och därmed ska alla ha en möjlighet att arbeta med det.
3. Problemuppgiften ska kännas som en utmaning. Det ska tillåtas att ta tid och kräva ansträngning.
4. Problemet ska ha olika lösningar med olika matematiska representationer.
5. Genom problemet ska eleverna kunna utbyta matematiska tankar. Resonemanget visar på olika matematiska idéer.
6. Problemet ska fungera som brobyggare.
7. Problemet ska leda till att eleverna och lärare skapar nya intressanta problem.

Matematiska förmågor blir synliga i en matematisk aktivitet. För att det ska vara en matematisk aktivitet är kravet att aktiviteten ska vara av problemlösande karaktär. Ett annat krav på matematisk aktivitet är att det ska vara rikt på matematiskt innehåll, dvs. det kan vara ett problem som är enkelt för eleven att lösa men som bjuder på överraskningar i form av möjligheter för eleven att hitta matematiska relationer och begrepp. Man kan låta eleven lösa rika matematiska problem enskilt men man kan också låta dem lösa det tillsammans med andra kamrater eller i samspel med en vuxen. (Pettersson & Wistedt, 2013; Dahl, 2012)

En vanlig uppfattning bland lärare är att problemlösningsaktiviteter bara intresserar de mest kapabla eleverna och att det tar värdefull lektionstid som istället kan användas till att hjälpa de svagaste eleverna. (Dahl, 2012)

2.5.4. Berikning

Ett exempel på pedagogiska arrangemang för särskilt begåvade elever kan vara berikning. Berikning kan innebära att eleven får fördjupa sig i ett ämne utifrån sina behov och färdigheter. En annan form av berikning kan vara att barnet får arbeta med mer utmanande undervisningsmoment eller att eleven får göra ett fördjupat arbete inom ett intresseområde. Berikning kan också betyda att en mentor stimulerar barnet, utifrån dess förmågor. När lärare ger eleven aktiviteter som att lösa uppgifter som liknar varandra i utförandet, att repetera eller att agera stöttning till klasskamrater eller att till och med rätta och bedöma klasskamraternas prov och läxor brukar det anses som berikning, men på felaktiga grunder. (Gerholm, 2016; Pettersson & Wistedt, 2013; Pettersson, 2017; Ziegler, 2010)

2.5.5. Acceleration

Den andra vedertagna pedagogiska verksamheten är acceleration. Aktiviteten innebär att barnet får undervisning i en snabbare takt än sina klasskamrater, då inom områden där barnet är särskilt begåvad. Acceleration kan även vara att barnet utgör en del av en grupp med äldre barn, antingen på hel- eller deltid. Det är viktigt att se att barnet får undervisning av en behörig lärare, inte att individen sitter och arbetar i en matematikbok alldeles ensam. En tredje variant av acceleration kan vara att barnet börjar skolan tidigare än sina jämnåriga kamrater eller att de hoppar över en eller flera årskurser. (Pettersson & Wistedt, 2013; Gerholm, 2016; Pettersson, 2017)

2.6. Specialpedagogisk relevans

Särskilt begåvade barn har rätt till ledning och stimulans i skolan. I och med förtydligandet i skollagen (SFS 2010:800), att alla barn har rätt till ledning och stimulans även de som har lätt att nå kunskapsmålen, har speciallärararen inom matematikutveckling en uppgift att både observera matematikundervisningen inom svensk skola, men också att handleda matematiklärare. Speciallärararen inom matematikutveckling äger kompetens att identifiera utvecklingsområden inom skolans matematikundervisning.

2.6.1. Observationer och kartläggning

Porter (2005) menar att lärare, rent generellt, har bristande kunskaper kring att upptäcka särskilt begåvade barn. Porter (2005) menar att lärare kan öka sina kunskaper kring dessa elever ifall:

a) De är utbildade att känna igen avancerat utvecklade förmågor inklusive avvikande kännetecken inom olika domäner.
b) Barnen får utmanande aktiviteter som kan få fallenheten att bli synlig för omgivningen.
c) Läraren har tid att observera eleven.

2010 fick Sverige en ny skrivning i läroplanen som betonar att de elever som har särskilt lätt att nå kunskapskraven också ska få ledning och stimulans. (SFS 2010:800)

Bedömning av kunskaper bör inte endast baseras på standardiserade tester utan på observationer, dagliga prestationer samt sociala och emotionella behov och att data om detta samlas in av ett lärarteam som är väl förtroget med kunskapsområdet. Specialläraren inom matematikutveckling har just kunskaper kring att undanröja hinder i lärmiljöer rörande matematikundervisningen. (English, 2016; Rotigel & Fello, 2004; Sharma, 2013; SFS 2011:688)

Under speciallärarutbildningen ska studenten ha erövrat kunskaper om kartläggningar, bedömning samt klassrumsobservationer. När det gäller särskilt begåvade elever har specialläraren en viktig roll för att analysera insamlade data och utforma en individuell studieplan för den särskilt begåvade eleven. (SFS 2011:688)

För att särskilt begåvade elever inom matematik ska få utlopp för sin kreativitet ligger fokus på problemlösning som en aktivitet. Enligt examensförordningen för speciallärare (SFS 2011:688) ska en speciallärare inom matematikutveckling kunna visa fördjupade kunskaper kring både barns matematikutveckling samt fördjupade kunskaper kring bedömningsfrågor och betygssättning. Forskning visar att det är genom speciallärarens fördjupade kunskaper kring dessa områden som skolutveckling, utifrån matematikundervisning, kan ske. (Chamberlin, 2010; Dahl, 2012; Gavin, Firmender, & Casa, 2013; Pettersson & Wistedt, 2013; Gerholm, 2016; Pettersson, 2017)

I den studie som Gerholm (2016) genomfört framgår det att acceleration och tävlingsmatematik sporrar eleverna till utveckling. Studien genomfördes genom intervjuer av 16 finalister av Sveriges matematiktävling, vilket är riktade mot gymnasieelever. Studien visar också resultat som tyder på att informanterna inte fått utveckla sin matematiska förmåga under grundskolan. Anledningen till att acceleration och tävlingsmatematik sporrar till utveckling är vad Gerholm (2016) beskriver som att det är ett sammanhang med tydlig progression. Eftersom informanterna inte fått tillräcklig utmaning i grundskolan blir speciallärarens roll, som kvalificerad samtalspartner, viktig för att kunna utmana särskilt begåvade elever inom matematik.

2.6.2. Handledning

Mönks och Ypenburg (2009) framhåller att i skollagar, i de flesta europeiska länder, så garanteras eleverna möjlighet till differentierad undervisning men verkligheten ser annorlunda ut. Med detta menar Mönks och Ypenburg (2009) att en speciallärare kan vara till stor hjälp med att erbjuda fördjupande och berikande arbetsuppgifter. Vidare menar Mönks och Ypenburg (2009) att handledning för de elever som ligger långt över genomsnittet saknas i ländernas läroplaner.

English (2016) diskuterar vikten av formativ bedömning för att kunna utveckla, inte bara begåvade barns utan alla, barns förmåga att föra matematiska resonemang. Genom detta resonemang påvisas vikten av speciallärarens fördjupade kunskaper kring bedömning och betygsättning.

Ifall specialläraren, som kvalificerad samtalspartner, tar stöd i teorier och öppet samtalar om betydelsen för fler likheter ger man lärarna möjlighet att förstå och bli reflekterande om lärarens egen betydelse. Begreppet kvalificerad samtalsledare visar att det är specialläraren som leder samtalet samt att ansvaret för att samtalets utveckling vilar på specialläraren. (Bladini & Naeser, 2012; Kragh & Plantin Ewe, 2018)

Matematikutveckling kan ske genom handledning och samarbete. Genom att specialläraren samarbetar med klassläraren runt elever i matematiksvårigheter kan man få en bättre grund till att alla elevers olika behov tillfredsställs. Det kan också ske genom att specialläraren hjälper till med direkt stöd till eleven, men även med indirekt stöd till klassläraren genom att vara en samtalspartner och rådgivare. Samtalets utgångspunkt kan vara ett dilemma som läraren upplevt eller en problemsituation i matematik på både grupp- och individnivå. (Holgersson & Wästerlid, 2018)

3. Problemformulering

Ett av matematikens syfte, enligt kursplanen i matematik (Skolverket, 2011), är att eleverna ska föra och följa matematiska resonemang. De elever som är, enligt Krutetskii (1976) definition, en analytisk elev kan ha svårt att förklara hur de resonerar. Utifrån detta resonemang så kommer många av dessa elever kommer att få svårt att få högsta betyg i matematik när de blir äldre. Men genom att tidigt upptäcka och utmana dessa elever får de en chans att kunna blomma i sin förmåga att resonera.

3.1. Syfte

Syftet med studien är att, genom en fallstudie, stötta en yngre matematiskt särskilt begåvad elev att utveckla sin problemlösningsförmåga inom matematik.

3.2. Frågeställningar

- Vilka av Krutetskiis matematiska förmågor visar ett matematiskt särskilt begåvat barn i sju årsåldern?
- På vilka sätt kan yngre särskilt begåvade elevers matematiska problemlösningsförmåga utvecklas?

4. Metod

I det här kapitlet redovisas analysverktyg, val av metod och hur urvalet skett. Vidare redovisas tillvägagångssätt samt vilka forskningsetiska överväganden som gjorts.

4.1. Analysverktyg

Den här studien använder Krutetskiis åtta matematiska förmågor som ett ramverk för att kunna förklara hur ett yngre särskilt begåvat barn kan få stöd i att utveckla sin förmåga att resonera matematiskt, utifrån problemlösningsuppgifter.

4.2. Urval

I ett målstyrt urval strävar forskaren efter att välja ut de deltagare som är mest relevanta för de forskningsfrågor som man ställt. När det handlar om icke-sannolikhetsurval går det inte att generalisera till en population. Ett icke-sannolikhetsurval kan vara bekvämlighetsurval, det vill säga att deltagare finns tillgängliga för forskaren. (Bryman, 2018)

Deltagaren är utvald efter ett bekvämlighetsurval, då författaren hade tillgång till en relevant deltagare. Elevens matematiska kunskaper kartlades, före studiens början, med hjälp av frisläppta nationella prov för årskurs 9 i matematik och sedan under de två första träffarna genom Skolverkets diagnosmaterial, Diamant (2013)

4.3. Genomförande

I inledningsstadiet skickades ett missivbrev till informantens vårdnadshavare. När detta skickats tillbaka till mig så informerades rektorn på skolan och vi kom överens om att jag skulle komma på eftermiddagar, när Kim var på fritids, så jag inte inkräktade på elevens ordinarie undervisningstid.

Observationerna gjordes vid 19 tillfällen, och videofilmades. Varje träff varade mellan 30-60 min, beroende på Kims humör. Träffarna har ägt rum på Kims skola, under fritdistid. Vid ett tillfälle så har träff ägt rum hemma hos Kim, men den videofilmades inte pga av att Kim inte ville det. Det material som använts redovisas i bilaga 2.

Vid analysen av de videofilmade observationerna användes Krutetskiis (1976) åtta matematiska förmågor för att identifiera ifall barnet visade tecken på dessa förmågor. Efter varje träff med Kim analyserades materialet för att kunna utveckla problemlösningsuppgifterna och för att få en progression i arbetet med att utveckla Kims problemlösningsförmåga.

Vid flera tillfällen riktade vi in oss på Kängurumatte ifrån NCM[1], då Kim uttryckte att han tyckte om att göra dessa uppgifter. Vi använde oss av Milou-nivån, som riktades från förskoleklass till och med åk 2. Vi använde även Ecoiler, som riktade sig till åk 3 och åk 4. Syftet med att använda oss av Milou-nivån har varit för att öva Kims förmåga att resonera kring problemlösningsuppgifter. En del uppgifter var inte tillräckligt utmanande för Kim, men då har han också uttryckt detta väldigt tydligt. Han uttryckte ofta det verbalt genom att säga att uppgiften var för lätt, men också genom ett tydligt kroppsspråk där han började skruva på sig, prata om andra saker och varit ofokuserad på det som presenterats för honom.

[1] Nationella Centrumet för Matematik

Vid andra tillfällen har vi använt oss av rika matematiska problem med syfte att jämföra ifall Kim visar sin kreativa sida mer då det inte fanns några svarsalternativ.

4.3.1. Fallstudier

Fallstudiebaserad forskning används för att förstå företeelser som är helt eller delvist okända och som innehåller stora mängder variabler och samband och på så sätt blir komplexa. I den komplexiteten ingår det att fenomenen är svåra att få grepp om, svåra att förutspå, tvetydliga eller diffusa. Fallstudier utgår från flera olika syften; att fallen blir empirisk data som sedan kan tolkas och analyseras, att man använder fallstudier som en redogörelse för verksamheter för att visa på hur något gjorts eller bör göras. (Gummesson, 2004)

4.3.2. Deltagande observationer

Ifall man skriver ett examensarbete eller en magisteruppsats så är det inte speciellt sannolikt att man klarar av att fullfölja en fullskalig etnografisk studie, med tanke på att man i sådana studier vistas ute på fältet under en lång tid. Däremot kan det vara fullt möjligt att genomföra en så kallad miko-etnografisk studie under en magisteruppsats. (Bryman, 2018)

När man använder sig av deltagande observationer behöver man kunna kombinera observationsprincipen med deltagarprincipen. Man kan dock tona ner rollen som observatör genom att bl.a. bli en ”peer”, det kallas för att ”*go native”*. Deltagande observationer är, precis som namnet antyder, en metod där man deltar både som forskare och som privat person. Fallstudier ger forskaren möjlighet att få kunskap genom förstahandsupplevelser. Genom att, man som forskare, får direkta upplevelser förbättras forskarens förståelse och tolkning av fallet.

Viktiga sidor av ett fältarbete är reflektion och självreflektion. Man kan som forskare använda sina egna intryck och känslor som en del av insamlade data. För att kunna skapa sig en helhetsbild av deltagarna så kan man observera över tid, och det kan vara svårt att sätta ord på många av de intryck man får under ett fältarbete. Dock präglas dessa intryck av forskarens förståelse av fenomenet. Man kommer närmare människor genom deltagande observationer, jämfört med andra kvalitativa metoder. Genom att observera så gör man selektiva val, men dessa val kan man sedan reflektera över när man gör analysen. I det stora hela är det regeln ”*lika barn leka bäst”* som är mest gångbar i forskningssammanhang. I deltagande observationer bör forskaren skilja sig så lite som möjligt från aktörerna. (Fangen, 2011; Repstad, 2007)

4.3.3. Videoinspelningar

När det gäller videoinspelningar rymmer dessa, i huvudsak, två fördelar. Först och främst kan man säga att man konserverar observationer av ett ögonblick som annars skulle försvunnit och som man aldrig kanske registrerat. Genom att man videofilmar kan man spela upp dessa i slow motion. Den andra fördelen med videoinspelningar är den detaljrikedom som bevaras. Man kan registrera den komplexitet som finns mellan verbal och icke-verbal kommunikation med hjälp av videoinspelningar. (Bjørndal, 2005)

4.4. Forskningsetiska överväganden

Utifrån Vetenskapsrådets forskningsetiska principer har etiska överväganden gjorts. Samtycke har begärts direkt från deltagarens vårdnadshavare. När deltagaren och dess vårdnadshavare tillfrågades om att delta i studien informerades de om att det är helt frivilligt att medverka och att de närsomhelst kunnat avbryta sin medverkan. Deltagarens vårdnadshavare informerades om syftet med studien samt att svaren behandlas konfidentiellt och enbart använts vid skrivandet av den här rapporten och inte i något annat sammanhang. Åtgärder har vidtagits för att försvåra för utomstående att identifiera deltagaren, genom att personnamn är fingerat samt att det inte framgår på vilken skola deltagaren går, eller var i Sverige deltagaren bor. (Vetenskapsrådet, 2017; Vetenskapsrådet, 2002)

4.5. Reliabilitet och validitet

Bryman (2011) menar att reliabilitet är samma sak som tillförlitlighet för vald undersökning. Bryman (2011) menar med detta att det finns olika grader av replikerbarhet och ifall man som forskare har mätt på ett korrekt vis. Ifall en studie har hög reliabilitet innebär det att samma resultat uppnås om en annan forskare skulle utföra samma studie vid en annan tidpunkt. I den här studien så redovisas vilka uppgifter som använts för att öka reliabiliteten.

Creswell och Creswell (2018) menar att ifall hög reliabilitet ska kunna behållas så måste man som forskare kunna redovisa de tillvägagångssätt och metoder som använts i den forskning man bedrivit, vilket redovisas genom bilagor, urval samt bearbetning-och analysmetod. Detta för att öka trovärdigheten i studien.

En studies validitet menar Bryman (2011) att det handlar om att man som forskare ser till det resonemang som förs i studien och vilka slutsatser som besvarar de forskningsfrågor som ställts i syftet.

Creswell och Creswell (2018) menar att reliabiliteten avser hur noggrant man undersöker, medan validiteten syftar på att forskningen är autentisk och trovärdig. I försök att hålla en hög validitet i arbetet så återges deltagarens verbala och icke-verbala kommunikation så detaljrikt som möjligt. Vidare så redovisas vilka uppgifter som används för att undersöka vilka av Krutetskiis matematiska förmågor som det yngre matematiska barnet visat.

4.6. Analysmetod

Ingen beskrivning av en fallstudie är helt objektiv och bygger endast på fakta. Fallstudien innehåller alltid någon form av analys och forskarens tolkningar. I en fallstudie behöver man kategorisera den stora mängden data, dessa ordnas i kategorier eller begrepp men också i matriser eller på något annat sätt som blir överskådligt. (Gummesson, 2004)

Vid analysen av de videofilmade observationerna använde jag mig av Krutetskiis (1976) studie kring matematiska förmågor.

5. Resultatanalys

I detta avsnitt presenteras resultatet av de riktade insatserna som genomfördes under denna studie. Resultatanalysen delas in i två delar, då det blev tydligt att Kims kreativitet inte kom fram ordentligt vid slutna uppgifter.

5.1. Slutna uppgifter

I den här studien används uttrycket ”slutna uppgifter” i den bemärkelsen att varje uppgift endast har ett korrekt svar.

5.1.1. Problemet med skattkistorna

Den här uppgiften är från Kängurumatte från NCM. Milou nivån från 2018 års tävling.

En sjörövare har två kistor. I den vänstra ligger det 10 guldmynt. Den andra är tom. Imorgon ska sjörövaren lägga 1 guldmynt i den vänstra kistan och 2 guldmynt i den andra. Sedan fortsätter han så varje dag tills det är lita många mynt i båda kistorna. Hur många dagar tar det?

Svarsalternativ: A:5 B:8 C:10 D:12 E: Det händer aldrig.

Jag bad honom att läsa uppgiften. Han ville inte läsa utan tyckte att jag skulle göra det. Han funderade en stund och säger sedan B:8. Jag bad honom att berätta hur han tänkte att det skulle vara 8 dagar. Han funderade till en början. Jag frågade, snabbt, ifall han ville att vi skulle fundera tillsammans. Jag tog fram ett vitt papper och gjorde två kolumner på pappret och började visa honom hur jag prövade fram vilken dag som det blev lika mycket.

	Vänster skattkista	Höger skattkista
Dag 1	10+ 1 = 11	2
Dag 2	11+1=12	2+2 = 4
Dag 3	12+1=13	6
Dag 4	14	8
Dag 5	15	10
Dag 6	16	12
Dag 7	17	14
Dag 8	18	16
Dag 9	19	18
Dag 10	20	20

När jag började skriva började han säga det korrekta svaret. Han hoppade över ledet 10+1=11 och sa 11 direkt. När jag sa att den högra kistan var tom från början började han leka med pennan istället. När det gällde den högra kistan sade han 4 snabbare än jag hunnit skriva 2+2=4. Kim tittade väldigt sällan på pappret som jag skrev på, utan han sade snabbt vilket tal som jag skulle skriva. När han upptäckte att det blir dag 10 som antalet guldmynt är lika många i de två kistorna så sade han:

Kim: Jag trodde att det var dag 8

Heléna: Hur tänkte du då?

Kim: Jag tänkte att det kunde bli 10 när det var klart. [ett par sekunders tystnad]

Heléna: Okej, jag förstår inte riktigt hur du menar.

Kim: Jag vet inte heller hur jag menar.

När vi gjorde den här uppgiften ville inte Kim läsa, fast han ligger långt fram i sin läsutveckling. Han läser avancerade texter med både flyt och förståelse.

Utifrån det här resonemanget så visar Kim att han har förmågan att *förkorta tankegångar till fördel för förståelse och enkelhet i lösningsprocessen*. Krutetskii (1976) menade att eleven vill göra det nödvändiga räknandet kortare och smidigare, vilket i detta fall görs med hjälp av att Kim har förmåga att snabbt räkna ut och se mönstret i uppgiften. Kim visar den här förmågan genom att han snabbt förstår att den vänstra kistan ökar med +1 varje dag och den högra ökar med +2 varje dag.

När vi kommit till dag 3 så hände någonting med Kim. Min hypotes är att Kim egentligen visste svaret men han visade med sitt kroppsspråk att han funderade. Han tittade in i kameran och himlade med ögonen. Det är detta som gör att jag misstänkte att han faktiskt visste vilka tal som ska stå där. Jag använde mig av slutna frågor istället för öppna frågor. Jag tror att jag skulle kunnat få honom att använda sin kreativitet bättre ifall jag använt mig av öppna frågor eller kommentarer som:

- Förklara för mig så jag förstår.

.Jag skulle ha lockat honom mer med hjälp av öppna frågor så kanske vi hade kunnat bena ut hur han menade. I detta problem funderade jag ifall han ville försöka pröva sig fram och se hur många dagar som behövdes för att det skulle bli lika många i varje kista. I filmsekvensen ser man att han funderade till en början men jag var för snabb att fråga ifall vi skulle klura tillsammans. Jag skulle ha väntat ut honom för att se ifall han försökte lösa problemet på egen hand.

Vid analysen av observationen väcktes funderingar ifall han hade förmågan att minnas matematiska fakta. Krutetskii (1976) menade att individen har en förmåga att minnas strukturer och principer från tidigare lösta problem.

5.1.2. Problemet med spargrisarna

Ett halvår efter problemet med skattkistorna konstruerade jag en ny uppgift, som påminde om skattkistorna. Syftet med en liknande uppgift var att kartlägga ifall han mindes matematisk fakta. Det vill säga, hur snabbt gick det, den här gången, innan han kom ihåg hur vi gjorde med skattkistorna.

Uppgiften var:

Jag har två spargrisar. I den vänstra ligger det 12 kronor och den högra är tom. Imorgon ska jag lägga 3 kronor i den vänstra och fyra i den högra, sedan gör jag så tills det är lika många i spargrisarna. Hur många dagar tar det?
A) 18 dagar B) 14 dagar C) 10 dagar D) 13 dagar

När vi satte oss ner tittade han nyfiket på uppgiften. Han började läsa uppgiften och började fundera kring den. Han ringade in svarsalternativ D och säger: 13 dagar.

Heléna: Hur tänker du då? [Han ler, tittar in i kameran.]

Kim: Jag gissar

Heléna: Okej, kommer du ihåg att vi har gjort en liknade uppgift tidigare?

Kim: Jag vet inte

Han tittade inte på uppgiften framför honom, utan han snurrar på stolen och vände sig bort mot kameran. Han slog med pennan i pannan, precis som om han funderade.

Heléna: Kommer du någon pirat och några skattkistor?

Kim: JA! [Han betonar glatt ordet.]

Heléna: Kommer du ihåg hur vi gjorde med den?

Kim: Jag vet inte

Jag valde här att ge honom början, genom att skriva dag 1 och sedan sa han 12 direkt efter.

Heléna: Den andra [den högra] är tom.

Han fortsätter att skriva 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48. Han skrev sedan 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48. Han räknade sedan att det var 13 dagar innan spargrisarna innehöll lika mycket.

Syftet med den här uppgiften var att kartlägga ifall Kim hade förmågan att minnas matematiska fakta, vilket också visades. Han hade inte förmågan att minnas exakt vilken uppgift det var. Jag hjälpte honom lite genom att fråga honom ifall han mindes uppgiften med skattkistorna. Det var den enda informationen som han fick av mig, för att sedan börja lösa uppgiften. Utifrån vad Krutetskii (1976) menade med *förmågan att minnas matematisk fakta*, visade Kim att han har även den här förmågan. Krutetskii (1976) menade att ifall eleven glömmer någonting var det inte matematiska relationer utan siffror eller konkreta uppgifter. Ju äldre det särskilt begåvade barnet bli desto mer förvärvar barnet en ökad betydelse av relationer medan minnet av konkret data minskar. Utifrån analysen av data, utifrån den här uppgiften, visade Kim att han mindes de matematiska relationerna men inte den konkreta uppgiften. Han mindes uppgiften med skattkistorna när jag ställde frågan om piraten och kistorna. Då mindes han också hur han skulle lösa uppgiften.

Genom att Kim snabbt såg hur uppgiften kunde lösas visade han även *förmåga att formalisera matematiskt material*. Det som Krutetskii (1976) menade kunde vara att eleven upptäckte mönstret i ett matematiskt problem. Krutetskii (1976) menade att individen behöver kunna se en liknande situation och man måste kunna behärska den generaliserande typen av lösning.

5.1.3. Algebra

Kim efterfrågade ofta liknande uppgifter som den som redovisas här. Han löste sådana här uppgifter på kortare tid än 3 minuter.

Uppgifterna kommer från läromedlet Favorit Matematik 1 A.

Kim: Jag vill ha plus istället för minus.

Heléna: Nej, vet du vad. Nu kan du testa den här.

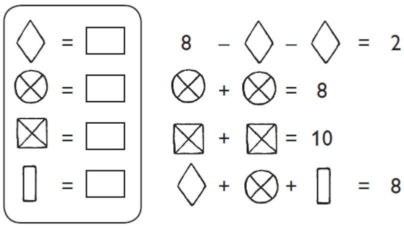


Figure 1Algebra uppgift från läromedlet Favorit matematik 1A, för årskurs 1

Kim: ◇ Den är värd 2. ⊗ Den är värd 5. ▯ Den är värd 1

Han såg snabbt och svarade lika snabbt. Han såg nöjd ut när han löste första algebraiska uppgiften snabbt. Han fokuserade på den sista relationen där hans lösning är en av flera möjliga lösningar.

Heléna: Hur tänker du då?

Kim: Fem plus två är sju. Sju plus ett är åtta.

Heléna: Hur vet du att den ⊗ ska vara värd 5? Stämmer det ifall du sätter 5 där?

[Jag pekade på symbolen i form av en cirkel med ett kryss i.]

Heléna: Kan du räkna ut den [pekade på uppgift nummer 2] eller den [pekade på den tredje uppgiften]

Kim: ⊗ Den är värd 4. YEAH! Jag visste det.

Det gick snabbt för honom att se vad de olika symbolerna skulle vara värda. Detta tog endast ett par sekunder. Han blev exalterad när han upptäckte att han fick korrekta svar.

Kim: ⊠ är värd 5. DOM är värda 5.

Här höjde han rösten när han löste att ⊠ är värda 5.

Heléna: Ja, den var värd 5.

Kim:  Den kan inte vara 5. Den kan inte heller vara 2.

Heléna: Hur tänker du att den inte kan vara 2? Vad händer ifall du sätter 2 där?

Kim: Då blir det 4. Det kan inte vara 2.

Heléna: Nej, det kan inte vara 2. Vad kan det vara då?

Kim: Treor

Heléna: Treor? Ja, hur tänker du då?

Kim: Det är 3.

Heléna: Förklara för mig.

Kim: Den, om den är värd 3. Om det är 8 kr, sen är det någonting som kostar 6kr.

Heléna: Jaha, du tänker att dom två tillsammans måste bli 6 (3+3=6)

Kim: JA! [Hans röstvolym ökade och han betonade ordet med kraft]

Heléna: Jag håller med dig. Om den  är värd 3 vad är då  värd?

Kim: 1

Heléna: Det var ju det som du sa först!

Kim: Ja, det var rätt!

Han visade glädje när han löste uppgiften, men vill inte lösa kontrolluppgifterna som fanns till höger om algebrauppgiften. Jag bekräftade honom genom att säga att han inte behövde göra kontrollen.

I den här uppgiften så visade Kim att han hade *förmåga att operera med siffror och andra symboler*. Utifrån vad Krutetskii (1976) menade att en person som hade den här förmågan, kunde lätt hitta strukturer i ett problem. Den här typen av uppgifter motiverade Kim och jag funderade på ifall det är för att han snabbt såg vilka tal som ”gömmer sig” bakom symbolerna. Jag har en hypotes om att han utgår ifrån den sista uppgiften och hade det endast varit en uppgift så hade hans svar varit korrekt.

Kim visde också att han hade *förmågan att sekventiellt, logiskt tänkande*, då han förklarade för mig att ◇ inte kan vara värd 5 eller 2. Det logiska resonemanget låg i att han löste att figuren skulle vara värd 3. Han förklarade för mig att om den var värd 3 så är 8+6=2 och då blev det en korrekt lösning.

5.1.4. Skrållan

Eriks lillasyster, Anna, gillar dockor bättre. Hennes docka, Skrållan, har 6 par olika skor. Hur många skor har Skrållan då?

Kim: 3

Heléna: Om hon har 6 *par*? Hur många är det?

Kim: 12

Heléna: Ja, hur tänker du då?

Kim: För att hon har två skor, och två skor så 4 skor. Fast de passar inte ihop.

Heléna: Förklara för mig hur du tänker. Jag tror jag vet hur du tänker.

Jag började rita skor på pappret med uppgiften. När jag hade ritat 2 par skor så sa Kim att man ”plussar” ihop dem.

Kim: Alltså 1+1 och 1+1, det blir 2+2=4

Jag fortsatte att rita olika par skor och när vi hade fått alla 6 par funderade jag på hur man kunde skriva det matematiskt.

Kim: Vad betyder matematiskt?

Heléna: Det betyder hur man ska skriva med siffror och tal.

Kim: Jaha, på matte-språk?

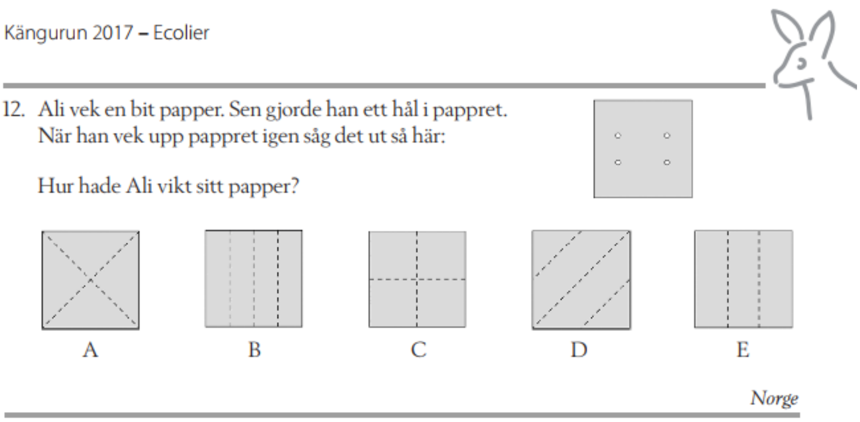
Heléna: Ja, precis så menar jag.

Kim: 6 gånger 2 är 12

Den här uppgiften visade jag för Kim, för att kunna undersöka ifall han har *förmågan att generalisera matematiskt material*. Krutetskii (1976) menade att man har en förmåga att veta vilken information som är viktig för att kunna lösa uppgiften, samt att välja bort den information som inte är relevant. Kim visade tecken på att ha den förmågan. I ovanstående fall var det så att han endast fokuserade på hur många skor Skrållan hade totalt, all annan information var irrelevant för Kim.

5.1.5. Alis papper

Uppgiften är från Ecolier nivån från 2017 års Känguru tävling



Kim ville att jag skulle läsa instruktionen. Han tittade på svarsalternativen.

Kim: Det är C

Heléna: Hur tänker du då?

Kim: Man viker ju så och så

Han visade med händerna hur han vek pappret precis på samma sätt som i alternativ C. Här stannade han upp efter en stund och tvekade.

Kim: Antingen är det den [C] eller den [A]. [Han funderade en stund och fyllde i] eller den [B]

Heléna: Hur kan vi prova?

Jag ritade vikningarna i den översta bilden, den med hål i. Jag hann inte mer än dra ett streck i mitten av figuren.

Kim: Ja, det är C

Heléna: Ja det är C

Kim: Jag hade helt rätt när jag gissade [han tittar på mig och ler]

Heléna: Jag tror inte att du gissade.

Kim: Nej, jag visste.

I den här uppgiften visade Kim sin visuella spatiala förmåga ännu en gång. Han såg direkt att det var svarsalternativ C. Det jag upplevde när jag analyserade filmen var att han började tvivla så fort jag ställde frågan ”hur tänkte du nu?”.

Han log och tittade på mig när han sade att han gissade. Jag förklarade att jag trodde att han faktiskt funderat på uppgiften. Han sade då snabbt

- Jag visste redan!

5.2. Rika matematiska problem

Efter ungefär halva tiden ändrade jag upplägget kring de uppgifter som jag presenterade för Kim. Syftet var att få syn på Kims kreativitet i problemlösningen. Med rika matematiska problem behövde han resonera mera samt att vi kom ifrån detta med olika svarsalternativ och endast ett korrekt svar.

Uppgifterna är inspirerade av Sullivan & Lilburn (2005).

5.2.1. Problemet med mynten

Jag har 20 kr i min ficka. Vilka mynt kan det vara?

Kim: 2 tior

Han lekte med gem samtidigt som vi gjorde den här uppgiften. Han bad mig att skriva ner hans lösningar.

Heléna: Vad kan det vara mer då?

Kim: 1 tjuga

Heléna: Ja men det är inget mynt. Vad är mynt för någonting?

Kim: Det är bara små runda cirklar med siffror på som är värda lite.

Han fortsatte att leka med en kedja av gem som han byggt ihop.

Heléna: Om du har 20 kr. Vilka mynt kan det vara?

Min hand var knuten som om den skulle dölja mynt.

Kim: 1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1

Kim: 20 st. enkronor

Kim: 5 femkronor

Heléna: Fem? Hur tänkte du då?

Kim: Nej, jag menar 4 femkronor [Jag skrev ner hans svar]

Kim: 1 tia och 2 femkronor. [Jag började att rita hans svar]

Han funderade, rynkade pannan och tittade på det som vi hade skrivit. Han lade händerna på pannan och började gnugga pannan.

Heléna: Det finns många fler lösningar. [Detta sade jag efter 15 sekunders tystnad]

Han fortsatte att gnugga pannan i 6 sekunder.

Kim: tvåkronor

Heléna Hur många då?

Kim: Jag vet inte

Heléna Då får du…[Jag hann inte prata klart innan han snabbt sade sin lösning]

Kim: 10 st. 2 kronor. [Jag ritade hans lösning]

Här hände det någonting med Kim. Han såg uppgiven ut och sade att han inte hade fler lösningar. Jag väntade in honom den här gången och när han sade att han inte hade en aning så log han och jag menade på att jag trodde visst att han hade fler lösningar för det såg jag på honom.

Kim: 5 st. tvåkronor och 1 tia

Heléna: Finns det flera sätt?

Han svarade nej och jag ändrade min fråga till ett påstående och sade att det fanns flera sätt.

Kim: Hur många då?

Heléna: Det behöver du och jag komma fram till.

Kim: 10 enkronor och 1 tia

Jag ritade ner hans lösning och han sade att han hade en till lösning.

Heléna: Sedan har du en till, berätta

Kim: 5 fem-kronor och 10 en-kronor. [Här säger han fel]

Heléna: Hur många femkronor sa du?

Kim: Jag sa inte femkronor, jag sa tvåkronor.

Jag gick inte in i en diskussion med honom utan vände det till att jag hörde fel.

Heléna: Hörde jag så illa? Hur många?

Kim: Fem

Heléna: Hur många enkronor?

Kim: Tio

Heléna: Det finns flera lösningar

Kim: Nä, det är alla

Han visade tydligt att han inte orkade komma på fler lösningar. Han skruvade på sig och började prata om andra saker istället för att försöka hitta lösningar.

Heléna: Ifall du tittar här så kanske du kommer på någon lösning.

Han tittade i skrivboken där alla lösningar var nedskrivna. Vi bröt då han började prata om ett möte som han haft tillsammans med sin mamma och sin lärare tidigare på dagen. Det mötet tog upp mycket av hans tankekraft den här dagen. Han visade tydligt med kroppen och mimiken att det var någonting annat som låg och störde hans koncentration. Han lät som Kalle Anka och började krypa på golvet. Han sade också att det hade varit lättare att lösa den här uppgiften ifall man haft pengar.

I den här uppgiften visade Kim en *förmåga till flexibilitet och reversibilitet i tänkandet.* Kim rörde sig mellan olika mentala processer för att lösa ett matematiskt problem. Detta visade sig genom att Kim använde både addition och multiplikation för att lösa uppgifterna så att summan alltid var 20.

Dessa exempel lösningar visade tecken på att hans hjärna arbetade oerhört snabbt. Han visade, även här, tecken på att inte vilja ha fel svar och han accepterade att det kan vara så att jag hörde fel när han berättade sin lösning. Jag gick inte in i en diskussion med honom utan vände det till att jag hört fel. Syftet med att vända det till att det var jag som hörde fel var att man som lärare inte ville förstöra elevernas självkänsla kring matematik, vare sig det är ett särskilt begåvat barn eller inte.

När Kim inte hittade fler lösningar började han skruva på sig eller prata om andra saker. Jag misstänkte att han började tycka att problemet hade blivit tråkigt. Kims uthållighet var inte optimal på eftermiddagarna. Man kan inte begära för mycket av ett barn som endast är 7 år gammalt.

5.2.2. Banken

Den här uppgiften hämtades från Sullivan & Lilburn (2005) och översattes av forskaren.

Jag går till banken och tar ut 1000 kr. Vilka olika sedlar kan jag fråga efter? .

Jag gav honom uppgiften och han läste den tyst. Han såg alla pengar som jag hade med mig och sträckte sig efter dem. Jag bad honom läsa uppgiften högt.

Heléna: Nu gäller det att vi hittar alla lösningar. Jag kan skriva ifall du vill.

Han började med att se till att alla valörer fanns framme innan han började att lösa uppgiften. Han läste uppgiften högt och kom fram till 5 st. 200 lappar.

Heléna: Du får gärna ta fram dem pengarna ifall du vill.

Kim: Mmmm

Han tog snabbt fram 5 st. 200 kr sedlar och lade dem i en hög framför sig. Han tittade intresserat på pappret som jag skrev på. Han började ta fram 100 kronors sedlar och började att räkna dem. Han räknade till 10 st 100 kr. Nästa lösning var 1 st. 1000 lapp. Han tittade på mina anteckningar varje gång som jag skrev. Jag hann inte ens skriva ner en lösning förrän han tog fram 500-lapparna och valde två. Han satt och tittade på högarna med pengar och funderade ut sin nästa lösning. Jag bad honom hitta flera lösningar.

Kim: 20 st. 50 kr

Heléna: Blir det 1000 kronor?

Jag frågade om det var okej att jag kontrollerade för jag var inte lika snabb i tanken som honom. Han ändrade ansiktsuttryck snabbt när jag förklarade att jag inte var lika snabb i tanken som honom. Han blev glad när han hade rätt.

Heléna: Hur kan vi göra på något annat sätt?

Kim: Man kan göra med 20-lappar, men jag vet inte hur många 20or jag ska ta.

Jag gav honom högen med 20 kronors sedlar och bad honom räkna. Han tittade in i kameran och log samtidigt.

Kim: 100 tjugor!

Heléna: 100? Är du säker?

Kim: Ja, jag är rätt säker.

Heléna: Hur många tjugor går det på ett hundra kronor?

Kim: 5 stycken.

Vi fortsatte att lägga 5 stycken tjugor i högar. Han bytte samtalsämne här och började prata om vems pengar det var. Jag berättade att jag lånade dem från mitt jobb. Han började se uttråkad ut men jag lyckades få tillbaka fokus genom att be honom räkna alla tjugolappar. Han lade pengarna i 100 kronors högar. Högarna var organiserade systematiskt i rader med 5 st högar med 100 kronor i varje hög.

Heléna: Hur många 20 kr ligger det i varje hög?

Han började räkna med 5-hopp, dvs. 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. När han närmade sig slutet så upptäckte han att hans första svar var felaktigt och blev då nedstämd igen.

Heléna: Hur många sedlar sade du från början?

Kim: Hmm… åh! Jag sade… det var hälften.

Heléna: Om du hade haft 100 st. hur mycket pengar hade du haft då?

Kim: 2000 kr

Heléna: Jag tänker, kan man göra det på ett annat sätt?

Han stannade upp och funderade en stund. Han log.

Kim: Ja!

Heléna: Hur då?

Kim: Man kan ta 1 hundring… eller 5 hundralappar och en 500lapp.

Heléna: Jag förstår precis hur du tänker. Det är också en lösning. Det finns flera lösningar.

Kim: Mmm… jag kom på.

Heléna: Du kom på en till, eller hur?

Kim: Mmm

Han tog fram 4 st. 200lappar.

Kim: Ja, då är den 800 och sen 2 st. 100lappar.

Han kontrollerade att jag skrev rätt lösning.

Heléna: Ja, det är en lösning till.

Jag bekräftade hans lösning. Jag upptäckte att jag lagt bort 50 kr sedlarna längre bort så jag gav dem till honom. Han tog dem och började bläddra i högen. Han räknade 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500. Han tittade på högen framför sig med 50-lapparna i och konstaterade att den lösningen hade han redan. Han tog en 500-lapp också. Vi räknade femtio kronors sedlar till 10 st. Med han började prata om spelet Fortnite samtidigt som han tog fram 2 st. 200 kr + 1 st. 100 kr + 1 st. 500 kr. Han hittade sedan fem unika lösningar till efter detta.

I och med den här uppgiften så visade Kim tecken på att ha förmågan *flexibilitet och reversibilitet i tänkande.* Han använde sig av flera olika lösningsmetoder.

Vid detta tillfälle pratade han betydligt mycket mer än tidigare. Han pratade kring begrepp som att växla pengar och han prövade genom att använda det laborativa materialet.

6. Resultatdiskussion

I det här avsnittet diskuteras resultatanalysen, val av metod, genomförande samt forskningsetiska principer.

6.1. Matematiska förmågor

Krutetskiis (1976) matematiska förmågor är utgångspunkten för analysdiskussionen utifrån den här studien.

6.1.1. Förmågan att formalisera matematiskt material

Det som Krutetskii (1976) menade kunde vara att eleven upptäckte mönstret i ett matematiskt problem. Krutetskii (1976) menade att individen behöver kunna se en liknande situation och man måste kunna behärska den generaliserande typen av lösning.

När Kim snabbt visade hur problemet med spargrisarna skulle lösas, så visar han även förmåga att formalisera matematiskt material. Han visade även den här förmågan i problemet med *skattkistorna.*

6.1.2. Förmåga att generalisera matematiskt material.

När jag presenterade uppgiften *Skrållan,* för Kim var det för att undersöka ifall han hade förmågan att generalisera material. Krutetskii (1976) menade att man har en förmåga att veta vilken information som är viktig för att kunna lösa uppgiften, samt att välja bort den information som inte är relevant. Kim visade tecken på att ha den förmågan. Kim väljer bort informationen om att det är Eriks lillasyster Anna som problemets inledande text handlar om samt att Anna gillar dockor.

6.1.3. Förmåga att operera med siffror och andra symboler

Det är när Kim löser t.ex. algebra uppgifter som den här förmågan visar sig. Utifrån vad Krutetskii (1976) menade att en person som hade den här förmågan, kunde lätt hitta strukturer i ett problem. Den här typen av uppgifter motiverar Kim och jag funderar på ifall det är för att han snabbt ser vilka tal som ”gömmer sig” bakom symbolerna. Jag har en hyptes om att han utgår ifrån det sista talet i algebrauppgiften och hade det endast varit en uppgift så hade hans svar varit korrekt.

6.1.4. Förmåga till sekventiellt, logiskt resonerande.

I Krutetskiis (1976) studie svarade bland annat lärare att matematik var det bästa ämnet för att utveckla förmågan att motivera sina svar och den förmågan var en av de främsta indikationerna på god matematisk utveckling. Det är förmågan att kunna skilja på presenterade villkor och dra slutsatser av tankegångar samt förmågan att dra logiska slutsatser från de givna utgångspunkterna. Kim visar också att han har den här förmågan i flera uppgifter som han löser. I algebra uppgiften så motiverar han varför figurerna är värda det han anser att de är värda. I uppgiften *Alis papper* resonerar han kring varför han väljer figur C. Han visar med sina händer hur han viker pappret, så även här visar Kim tendenser till ha bära förmågan om logiskt tänkande.

6.1.5. Förmågan att förkorta tankegångar.

Den här förmågan är en av de som är tydligast hos Kim. Krutetskii (1976) menade att eleven vill göra det nödvändiga räknandet kortare och smidigare, vilket i detta fall görs med hjälp av att Kim har förmåga att snabbt räkna ut och se mönstret i uppgiften. Kim visar den här förmågan genom att han snabbt förstår att den vänstra kistan ökar med +1 varje dag och den högra ökar med +2 varje dag, utifrån problemet med skattkistorna.

6.1.6. Flexibilitet och reversibilitet i tänkandet.

Krutetskii (1976) menade på att den här förmågan avser rörlighet i tänkandet och skicklighet att vända tankegång eller växla tankemodell. Förmågan kan förklaras i och med att elever växlar mellan olika lösningsstrategier. I Kims fall så visar han detta genom att både använda addition och multiplikation när han resonerar sig fram till olika lösningar. Ett exempel är när han tog fram lösningen med 20 st. 50-lappar, i problemet *banken*. Han bläddrade aldrig fram 20 st 50-lappar. Jag har en teori om att han använde sig av multiplikation (20*50=1000). Han visar även i uppgiften *mynten,* att han har förmågan till flexibilitet och reversibilitet i tänkandet. Återigen använder han sig av både addition och multiplikation för att lösa uppgifterna så att summan alltid är 20.

6.1.7. Förmåga att minnas matematiska fakta.

Krutetskii (1976) menade att ifall eleven glömmer någonting var det inte matematiska relationer utan siffror eller konkreta uppgifter. Ju äldre det särskilt begåvade barnet bli desto mer förvärvar barnet en ökad betydelse av relationer medan minnet av konkret data minskar. Utifrån analysen av data från den här uppgiften visar Kim att han minns de matematiska relationerna men inte den konkreta uppgiften. Han minns uppgiften med skattkistorna när jag ställer frågan om piraten och kistorna. Då minns han också hur han ska lösa uppgiften.

6.1.8. Begåvning och intresse för matematik.

Krutetskii (1976) lade till den här förmågan i sin studie och det är inte en förmåga som alla delar. Det är en förmåga som ofta visar sig som en lust att söka matematiska aspekter hos omgivningen. (Pettersson, 2017; Dahl, 2012; Szabo, 2017)

Kims intresse för matematik är någonting som visar sig i varje träff som vi har. Han säger ofta att han tycker om att bli utmanad inom matematiken. Han älskar kluringar, och det är endast när det varit repetition av något matematiskt problem som han visar att han inte uppskattar uppgiften. Kims begåvning har inte heller varit ett ämne att tvivla på då han redan som 6åring löste aritmetiska uppgifter på årskurs 9 nationella prov i matematik. Kims begåvning och intresse visar sig genom att han har en lust att söka lösningar på matematiska problem i vardagen.

6.2. Karaktärsdrag hos Kim

När jag analyserar problemet med skattkistorna svarar Kim så snabbt att jag ibland inte upplever hans hjärna hänger med. Porter (2005) förklarar detta fenomen som att barn med en kreativ begåvning har en välutvecklad fantasi, kreativ problemlösningsförmåga, men också att de använder sig av intuition, det vill säga att en viss del av deras tänkande kan förekomma på en förmedveten nivå. Många gånger upplever jag att det är precis så med Kim. Han kan inte förklara hur han tänker, för han bara vet.

Genom att arbeta med okända tal visar Kim prov på att vara en *harmonisk elev*, enligt Krutetskiis (1976) förklaring. Krutetskii (1976) menade att den harmoniske eleven har en mycket välutvecklad verbal-logisk förmåga och en lika stark visuell förmåga. I den här typen av uppgifter visar Kim förmåga att tolka visuella bilder av abstrakta relationer. I vissa avseenden visar Kim även tecken på att vara en *analytisk elev* då han inte behöver visuellt stöd för att lösa ett problem. Kim visar även en ovilja att skriva eller rita sina lösningar och detta var ett tecken på att han är en *analytisk elev*, enligt den beskrivning som Krutetskiis (1976) gett.

Enligt Porter (2005) och Kreger Silverman (2016) är det ungefär en tredjedel av eleverna som använder bilder för att lära sig. Eleverna ser hela mönster och behöver inte bryta ner uppgifterna i smådelar för att förstå dem. Det kan ge sig till uttryck i att barnet visar irritation kring att behöva visa hur man tänker utifrån bland annat aritmetiska likheter. Kim visar ofta en sådan irritation kring att behöva visa hur han löser uppgifter. Han kan börja prata om andra saker istället för det jag önskar att han skulle göra. Han pratar gärna om andra saker medan han försöker hitta lösningar. Det är tydligt att han tycker att vi ska göra någonting annat. Vi har redan gjort tillräckligt på den här uppgiften. Han visar med kroppsspråket att han är uttråkad. Han skruvar på sig, leker med de pengar som jag haft med mig. Han kryper omkring på golvet, han lägger sig upp och ner i soffan som finns i rummet. Jag försöker locka honom med öppna frågor, men den här dagen ville inte Kim visa några matematiska förmågor. Efter ca 20 minuter lägger vi ner försöket med uppgiften och jag frågade vad han funderar på. Då kommer det att han tycker det är sorgligt att vi snart ska sluta träffas. Han berättade att han tycker om att ha matte-träffar tillsammans med mig och att han tycker att skolan är tråkig. Han berättar att han inte tycker om att sitta, ensam, med en mattebok och bara räkna sida upp och sida ner. Det ger inga utmaningar för honom och då tycker han att det är bättre att vara hemma, för där har han sina husdjur som han kan kela med.

Porter (2005) samt Kreger Silverman (2016) menar att de barn som är visuellt spatiala är intoleranta för repetition, utifrån att de en gång sett hela bilden så kommer inte repetition att förbättra den bilden. Kim visar vid flera tillfällen att han är intolerant för repetition. Han visar detta genom att hänga över bordet, prata om andra saker, vara ofokuserad eller att han leker med saker som finns i rummet.

Krutetskii (1976) menade att man kan urskilja tre olika matematiska karaktärsdrag hos särskilt begåvade elever och ett sådant var *den analytiska*. Enligt Krutetskii (1976) behövde inte eleverna visuellt stöd för att visualisera objekt eller mönster i problemlösning. Det gällde även när de matematiska relationerna som gavs i problemet "föreslog" visuella begrepp. Kim visar tecken på att vara en analytisk person, utifrån Krutetskiis (1976) förklaring. Kim ville, väldigt sällan, skriva ner sina lösningar. När jag föreslog att vi skulle rita hans olika lösningar suckade han och började prata om andra saker. Detta gjorde han ofta när han, förmodligen, inte såg någon nytta med mina förslag. De enda gångerna som Kim valde att skriva ner sina lösningar var när han arbetade med algebra-uppgifter.

6.3. Undervisning för särskilt begåvade barn inom matematik.

Pettersson (2017) menar att Kängurumatte kan vara en form av undervisning för särskilt begåvade matematiska barn. I det här avsnittet problematiserar jag Kängurumatte som en aktivitet som inte lyfte fram Kims kreativitet, utan det var när han fick rika matematiska problem som kreativiteten kom fram på en högre nivå.

6.3.1. Kängurumatematik kontra rika matematiska problem.

Pettersson och Wistedt (2013) beskriver hur bland annat Känguru matte kan vara en form av undervisning för särskilt begåvade barn. Det som jag har sett i min fallstudie är problematiken med just Känguru-matte. De uppgifter som finns i Känguru-matte är inte öppna frågor, utan det finns olika svarsalternativen. Detta har varit ett dilemma för Kim, då han direkt sett vilket svarsalternativ som varit det korrekta, men när jag har bett honom förklara har han börjat tveka och ändrat sitt svar. Hans kreativitet kom inte fram i den här formen av uppgifter.

Mynten var den första uppgiften som Kim fick utifrån definitionen *rika matematiska problem.* Den här uppgiften är inspirerad av Sullivan och Lilburn (2005) och är ett rikt matematiskt problem. Det som hände den här gången, var att Kim frågade hur många lösningar det fanns. Han accepterar efter några sekunder att det finns flera lösningar och att jag inte tänkte tala om för honom *hur* många det fanns.

Hogden och Williams (2013) menar att i allmänhet förväntar sig eleverna att matematiska problem ska ha ett svar som är korrekt. Vidare så menar Hogden och Williams (2013) att ”riktiga” matematiska problem kan ha flera lösningar eller inga alls. I min fallstudie blev det tydligt vid några tillfällen att Kim frågade efter en rätt lösning efter att han själv löst uppgiften. Min hypotes är att han redan är inskolad i det tänk som visar att matematiska problem har ett korrekt svar. Det var när vi började använda oss av rika matematiska problem som Kim fick använda sig av sin kreativitet och från början blev han frustrerad över att det fanns flera lösningar på samma problemuppgift. Han ansåg sig vara klar när en lösning hade presenterats. Vid ett par tillfällen frågar Kim efter laborativt material för att få en lättare överblick över sina lösningar. Han skrev inte gärna ner sina lösningar utan försökte hålla lösningarna i huvudet. Jag har visat honom hur han kan strukturera sina lösningar på papper, men detta ville han inte göra. Min teori är att han redan vet svaren och i och med sin starka visuella spatiala förmåga så kommer inte nedtecknandet av uppgifterna att förändra hans bild.

För att kunna kartlägga matematiska förmågor behövs en matematisk aktivitet. Ett av kraven på att det är en matematisk aktivitet är att den ska vara av problemlösande karaktär. Ett annat krav på matematisk aktivitet är att det ska vara rikt på matematiskt innehåll, dvs. det kan vara ett problem som är enkelt för eleven att lösa men som bjuder på överraskningar i form av möjligheter för eleven att hitta matematiska relationer och begrepp. Man kan låta eleven lösa rika matematiska problem enskilt men man kan också låta dem lösa det tillsammans med andra kamrater eller i samspel med en vuxen. (Pettersson & Wistedt, 2013)

Det var när jag ändrade uppgifterna till Kim som det blev lättare att kartlägga hans matematiska förmågor eftersom han resonerade kring hur han tänkte på ett helt annat sätt än när vi använde oss av Känguru matte med svarsalternativ.

6.3.2. Resonemangsförmåga

Kilpatrick m.fl. (2001) menar att ett barn i 4-5 års ålder har förmåga att kunna resonera kring sina lösningar, ifall uppgifterna begripliga och motiverande samt att sammanhanget är bekant och bekvämt. Vidare skriver Kilpatrick m.fl.(2001) att eleverna behöver ha en kunskapsbas som är tillräcklig för att lösa vissa uppgifter. När jag har analyserat videoinspelningarna med Kim, allt eftersom arbetet har fortlöpt, har jag utvecklat problemlösningsuppgifterna för att uppnå syftet med rapporten, att kunna stötta en yngre särskilt begåvad elev inom matematik att utveckla sin förmåga att resonera kring matematiken.

Sullivan och Lilburn (2005) menar att genom att ge eleverna öppna frågor så krävs det att eleven funderar, ger respons som involverar mer än fakta från minnet eller att eleven reproducerar en skicklighet. Frågor bör uppmuntra eleverna till att använda fler förmågor och de har en potential att stimulera tänkande och resonerande. Genom att använda sig av rika matematiska problem utvecklar eleverna sin problemlösningsförmåga samt att de förvärvar matematisk skicklighet. Alla elever, inte bara särskilt begåvade elever inom matematik, måste få tillfällen att öva sig i detta. Svenska lärare i matematik behöver utveckla sin förmåga att låta rika matematiska problem ta mer plats i sina klassrum.

6.4. Specialpedagogisk relevans

Studien visar att specialläraren mot matematikutveckling är viktigt för det särskilt begåvade matematiska barnet. Det är specialläraren som har kunskap kring hur en skola kan utveckla matematikundervisningen så att undervisningen möter alla barns olikheter.

6.4.1. Handledning i det matematiska klassrummet.

I den här studien har min roll varit en stor del i hur man kan utveckla problemlösningsförmågan hos yngre särskilt begåvade barn. Jag har blivit medveten om att, som lärare, är det kanske lättare att inte fundera på sin egen undervisning utan endast göra som man alltid har gjort. Det har blivit tydligt för mig att speciallärarens roll är viktigt utifrån att utveckla matematikundervisningen i skolan, för att skolan ska kunna nå alla elever, även de som har det lätt att nå kunskapsmålen. Med detta menar jag att specialläraren har kunskaper kring hur man bemöter elever i behov av stöd och även de elever som har lättare att nå kunskapsmålen för undervisningen.

Hos specialläraren mot matematikutveckling finns kunskapen, dels att handleda lärare utifrån matematik, samt finns kunskapen att handleda utifrån bemötande. När det gäller Kim behöver han lärare som är lyhörda för förändringar och som kan bemöta honom på ett sådant sätt där man ser nyanserna i hans snabba matematiska förmåga.

Genom att vara lyhörd och empatisk lockar man fram Kims matematiska förmågor. Det man också har behövt tänka på är vilken feedback man använder till honom. Det har varit utmanade att inte använda sig av ord som ”bra jobbat”, ”vad snabb du är” för detta upplever jag har skapat ett belöningssystem som varit till Kims nackdel. Med nackdel menar jag att Kim har vant sig att få höra hur duktig han är, hur snabb han är att lösa uppgifter och då förlorar man förmågan att kunna utveckla sina förmågor. Formativ undervisning har varit nyckeln till att utveckla Kims förmåga till problemlösning. När jag har tittat på inspelat material och utifrån materialet har jag omformat undervisningen för att kunna göra om och göra rätt. Det som också har varit en framgångsfaktor är att jag använt mig av formativ bedömning när jag och Kim har arbetat tillsammans. Jag har presenterat uppgiften, kopplat den till läroplanen och kunskapsmålen och på så sätt har Kim fått ett syfte till att genomföra uppgiften. Jag upplever att det har blivit mer meningsfullt för Kim att genomföra de problem som jag presenterat för honom när han vetat kopplingen mellan kursplanen och vårt arbete.

Syftet med att jag skrev var för att visa honom alla steg i en problemlösning. Jag berättade ofta kring kunskapskraven inom matematik för att han skulle förstå syftet med att jag visade honom. Detta motiverade honom lite mer, när han fick veta vad som stod i läroplanen och vilka kriterier som behövdes för att kunna få vissa betyg. När han löser den här uppgiften tittar han ofta på vad jag skriver. Jag får en känsla av att han vill säkerställa att jag skriver ner hans lösningar korrekt.

6.4.2. Att bemöta det särskilt begåvade matematiska barnet.

Blennberger (2013) menar på att en viktig aspekt är när språket från en röst, ett tonfall, när det talas. Genom att prata med en värme i rösten kan det ge en god stämning och locka fram tillit och förväntan hos personen som blir bemött. Ansiktsuttrycket med dess ögonkontakt har också stor betydelse inom alla verksamheter. Denna form av bemötande är viktigt för särskilt begåvade barn som inte vill vara annorlunda än sina kamrater. I Kims fall så har detta varit direkt avgörande för att kunna stötta honom i att utveckla sin problemlösningsförmåga.

Det kan vara svårt att upptäcka särskilt begåvade barn och därmed blir det svårare att ge dessa elever rätt stöd och stimulans. Barn, som inte utmärker sig och inte vill framstå som avvikande, döljer sitt intresse och sina förmågor. Dessa barn kan upplevas som frånvarande och ointresserade. Genom att hitta en långsiktig plan för hur skolan ska möta barnens kunskapstörst så behöver skolan skapa en studiesituation där elever möts utifrån olika förutsättningar. (Pettersson & Wistedt, 2013; Pettersson, 2017; Porter, 2005)

Kim visar tecken på att vara ett sådant barn. Han vill inte utmärka sig och döljer sina förmågor väl i klassrummet. Han dolde sina förmågor väl för mig under den första gången vi träffades. Det som blev skillnad var när jag analyserade filminspelningen och såg den komplexitet som spelades upp. Den icke-verbala kommunikationen var tydlig på filmerna, där Kim visade med ansiktsuttryck och blickar att han egentligen visste vad det handlade om. Dock ville han inte visa detta då han, efteråt har berättat för mig, att han inte vill vara annorlunda.

De gångerna som han visat sina förmågor är när det har varit uppgifter som motiverat honom vid dessa tillfällen har han varit ensam med mig. Vi är ”peers” (jämlikar) vid dessa tillfällen. Han har uttryck, vid flera tillfällen, att jag är hans kamrat. Det som är viktigt att tänka på vid mötet med särskilt begåvade barn, i synnerlighet med Kim, är bemötandet. Det är viktigt att bemöta Kim utifrån att man är en jämlike, annars kommer inte hans förmågor till sin rätt. Kim visar även, med icke-verbal kommunikation, när han tycker att uppgifter inte är meningsfulla.

Han är även högkänslig som visar sig i en nedstämdhet i och med att han ibland, faktiskt, gör fel uträkningar. Han blir ledsen när han inte kommer fram till alla lösningar. Detta kan man möta genom att vara empatisk och äkta nyfiken på hans funderingar. Det går inte att forcera hans lösningar utan man behöver, som lärare, fundera på hur man pratar med honom. I Kims fall går det inte att ställa frågor ”hur tänker du nu?”. När man ställer sådana frågor till Kim blir han fundersam och tveksam utifrån det svar han angett. Jag får en känsla av att han är van att höra den frågan i och med att någonting har hänt som är ett felaktigt beteende. Många lärare ställer den frågan till sina elever i och med att en elev har gjort någonting som inte är ett acceptabelt beteende. I min fallstudie har det blivit påtagligt att Kim sluter sig och svarar ”jag vet inte” ifall man ställer frågan ”hur tänker du nu?” Men genom att ändra mitt bemötande ändrades Kims attityd till de problem som presenterades. Jag bad honom istället att förklara för mig så att jag förstod hur han menade. Utifrån den förändringen i bemötandet blev Kim mer öppen och mer benägen att förklara för mig, så jag verkligen förstod hur han menade.

Det krävs både tålamod och fantasi för att förstå vad människor menar, eftersom språket är mångtydigt. Ifall vi alltid skulle försöka vara precisa och verkliga i det vi säger, skulle man aldrig bli klar med att säga det man vill. Personer förväntar sig inte heller någon fullständig bild av det som andra talar om. (Nilsson & Waldermarson, 2007)

Utifrån den här studien har det blivit klart att man som lärare behöver ha stort tålamod med Kim. Han är ett barn som behöver lång tid på sig att analysera problemet som är presenterat för honom. Det är när man forcerar fram som Kim blir introvert och börjar att göra andra saker istället för det matematiska problem som introducerats.

6.5. Slutsatser

Utmaningen med våra träffar har varit att just få Kim att förklara hur han tänker, utifrån matematik. Det är inte alltid som han har förmågan att berätta sina tankegångar. Det kan säkert bero på hans ringa ålder, samt bristen på relevant stöd utifrån matematikundervisning. Det förtydligande som infördes i skollagen 2010, att även de som har särskilt lätt att nå kunskapskraven ska ges ledning och stimulans för att nå sin fulla potential behövs nås ut till svenska skolor. Det är 9 år sedan det skrevs in i skollagen, men fortfarande får inte särskilt begåvade elever den stöttning som de har rätt till. Kim är inget undantag, snarare ytterligare ett barn i statistiken. Han berättar ofta att han inte får utmaningar utan får endast sitta med sin mattebok och räkna, i sin ensamhet. Särskilt begåvade matematiska barn behöver få ledning och stimulans för att även de ska kunna utveckla sin fulla potential. För potential har Kim, det har den här studien bekräftat.

Vid ett tillfälle hade vi vår matte-träff hemma hos honom. Då var det en mycket gladare Kim som resonerade mer och var mer lösningsfokuserad än när vi har varit på hans skola. Jag funderar då ifall den fysiska lärmiljön har någon betydelse för att utveckla problemlösningsförmågan hos yngre elever med särskilt begåvning.

Under de sista 3 träffarna med Kim upptäckte jag att han började förklara mer hur han löste uppgifterna. Det var när jag bad honom att förklara så att jag förstod hur han löste en specifik uppgift som han tog sig tid att förklara. Detta arbete tog flera månader av självreflektion från min sida, men tillslut uppnåddes syftet med den här studien.

7. Metoddiskussion

Deltagaren utifrån den här studien valdes ut genom ett målstyrt urval, där jag som forskare strävade efter att välja ut den deltagare som var mest relevanta för de forskningsfrågor som jag ställt. Utifrån vad Bryman (2018) skriver så går den här studien inte att generalisera till en större population. Syftet för den här studien var att undersöka hur ett specifikt yngre barn kan utveckla sin problemlösningsförmåga och att med hjälp av Krutetskiis matematiska förmågor kunna tolka och förstå barnet. Utifrån detta syfte valdes deltagaren ut efter ett bekvämlighetsurval. Genom detta urval behöver man som forskare vara observant för omgivningen, att vara nyfiken på personer i sin närhet. Deltagaren valdes ut efter ett bekvämlighetsurval, då jag redan hade träffat eleven tidigare, innan studien. Det finns både för- och nackdelar med detta. En nackdel kan vara att man, som forskare, blir alldeles för personlig. Dock så anser jag att fördelarna väger tyngre, då särskilt begåvade barn är beroende av ”peers” (jämlikar) och har en tendens att vara tillbakadragna när de inte känner personen i fråga. Detta kan också bero på att barnet var i yngre skolåldern. De fördelar som också kan finnas med att man redan har skapat en relation till deltagaren, kan vara att barnet verkligen visar sina förmågor i de matematiska aktiviteter som presenteras för barnet.

För att kunna förstå företeelser som är helt eller delvist okända är fallstudier en metod att använda sig av. Gummesson (2004) menar att fallstudier utgår från flera olika syften, att man använder fallstudier som en redogörelse. I studien används fallstudier för att redogöra för hur ett yngre barn visar sina matematiska förmågor och för att redogöra hur specifika matematiska förmågor, enligt Krutetskii (1976) kan utvecklas.

Den här studien kan jämställas med, vad Bryman (2018) kallar mikro-etnografisk studie då jag träffade Kim under flera tillfällen under perioden augusti 2018 till april 2019. Som forskare i den här studien har jag inte varit en ren observatör utan jag har blivit en ”peer”. För mig har det varit intressant att se hur jag själv, som speciallärare, agerar i interaktionen med ett särskilt begåvat barn. Jag var nyfiken på i vilken grad som mitt agerande påverkade elevens förmågor.

Videoinspelningar har, i huvudsak, två fördelar. Man kan konservera observationer och genom att man använder sig av videoinspelningar kan man upptäcka saker som man annars aldrig kanske registrerade. Detaljrikedomen bevaras i och med att man videofilmar. Bjørndal (2005) menar att man kan uppfatta den komplexitet som finns mellan icke-verbal och verbal kommunikation med hjälp av videoinspelningar.

I den här studien har videofilmer används och det som varit en fördel då man kunnat se samma frekvens vid upprepade tillfällen för att kunna göra en djupare analys av det som inte upptäckts direkt vid tillfällen tillsammans med Kim. Det som varit en nackdel med videofilmer har varit att Kim själv varit intresserad av surfplattan som används som inspelningsutrustning. Det som varit intressant och väckt nyfikenhet hos mig har varit när vi haft ett uppehåll i kontinuiteten för våra träffar. Det är då som Kim varit mer lättstörd av inspelningsutrustningen. När man har en inspelningsutrustning behöver man vara medveten om hur man placerar utrustningen i rummet. Det optimala har inte varit att ha den i närheten av Kim, utan jag prövade att ha den längre bort vid några tillfällen och då blev han inte lika uppslukad av utrustningen. Min teori är att det kan, med stor sannolikhet, ha påverkat resultatet av den här mikro-etnografiska studien.

7.1. Framtida forskning.

Tankar som kommit fram hos mig, under tiden som studiens gång, har varit ifall utfallet hade blivit annorlunda ifall det hade varit fler deltagare. Hade man kunnat se andra förmågor hos eleverna, eller hade det blivit liknande resultat? Det som också vore intressant att undersöka är hur pass mycket kunskap kring yngre särskilt begåvade elever har de undervisande lärarna inom matematik, genom intervjuer eller klassrumsobservationer.

8. Sammanfattning

Den här studien visar att även en yngre särskilt begåvad elev inom matematik uppvisar Krutetskiis (1976) tankar om matematiska förmågor. Kim visar att det finns flera matematiska förmågor hos honom, men de kommer inte till sin rätt. Kim behöver adekvat stöd för att få möjlighet att nå sin fulla potential.

Forskning som lyfts fram utifrån den här studien har varit Krutetskiis (1976) longitudinella studie kring matematiskt begåvade barn, men även så avhandlar arbetet forskning kring särskilt begåvade barn från bland annat författare som Porter (2005), Szabo (2017).

En mikro-entografisk studie har gjort med deltagande observationer under 8 månader, vid 19 tillfällen, för att kunna utveckla Kims problemlösningsförmåga. Dessa observationer har videofilmats och sedan analyserats för att få en progression i arbetet. Observationerna har analyserats utifrån Krutetskiis förklaringar kring matematiska förmågor.

Studiens urval har skett genom ett bekvämlighetsurval, där forskaren redan haft tillgång till en relevant deltagare.

Problemlösning har varit i fokus för våra träffar för att kunna utveckla bland annat förmågan att resonera kring matematiska problem. Studien har fokuserat på två olika sorters problem, både slutna och öppna frågor, samt problematiseringen kring dessa två typer av uppgifter. Utmaningen har varit att locka fram Kims kreativitet utifrån öppna frågor, då han förmodligen redan är inskolad i ett tänk att matematik har endast ett korrekt svar.

Visare så har resultatet visat att speciallärarens roll har blivit betydelsefull utifrån vald fallstudie. Bemötande och val av uppgifter har utvecklats under arbetets gång, för att kunna locka fram Kims kreativitet genom rika matematiska problem. De implikationer som arbetet ger är att specialläraren behövs för att handleda undervisande lärare inom matematik, utifrån särskilt begåvade barn. I högskoleförordningen för speciallärare står det att :

> *Att som speciallärare ska studenten kunna visa en förmåga att undanröja hinder och svårigheter i olika lärmiljöer, men också att vara en kvalificerad samtalspartner utifrån vald specialisering*. (SFS 2011:688)

Genom att vara en kvalificerad samtalspartner till undervisande lärare inom matematik så kan specialläraren inom matematikutveckling säkerställa att särskilt begåvade barn får den ledning och stimulans som de, enligt skollagen (SFS 2010:800) är berättigade till.

Referenser

Anghileri, J. (2007). *Developing Number sense- progression in the middle years.* London: Continuum.

Bjørndal, C. (2005). *Det värderande ögat : observation, utvärdering och utveckling i undervisning och handledning.* (B. Nilsson, Trans.) Stockholm: Liber.

Bladini, K., & Naeser, M. (2012). *Det handlar om samtal- En essäsamling om ett kvalificerat samtalsuppdrag.* Karlstad: Karlstad University press.

Blennberger, E. (2013). *Bemötandets etik.* Lund: Studentlitteratur.

Bryman, A. (2018). *Samhällsvetenskapliga metoder* . Stockholm: Liber.

Chamberlin, S. (2010). Mathematical problems that optimize learning for academically advanced students in grades K-6. *Journal of Advanced Academics, 22*(1), pp. 52-76.

Chinn, S. (2017). *The trouble with maths - a practical guide to helping learners with numeracy difficulties.* New York : Routledge.

Creswell, J. W., & Creswell, D. J. ((2018)). *Research design - Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches.* Los Angeles: Sage Publications, Inc.

Dahl, T. (2012). *Problemlösning kan avslöja matematiska förmågor: Att upptäcka matematiska förmågor i en matematisk aktivitet.* Växjö: Linnéuniversitetet.

English, L. (2016). Revealing and capitalising on young children's mathematical potential. *ZDM Mathematics Education, 48*(7), pp. 1079-1087.

Fangen, K. (2011). Deltagande observation. In K. Fangen, & A.-M. Sellerberg, *Många möjliga metoder* (L. Sjösten, Trans., pp. 37-56). Lund: Studentlitteratur.

Gavin, M. K., Firmender, J. M., & Casa, T. M. (2013). Recognizing and Nurturing Math Talent in Children. *Parenting for High Potential, 3*(2), pp. 22-26.

Gerholm, V. (2016). *Tävling och acceleration för utveckling av matematisk förmåga - en analys av matematiskt begåvade elevers erfarenheter av stödjande verksamheter.* Stockholm: Stockholms universitet.

Gummesson, E. (2004). Fallstudiebaserad forskning. In B. Gustavsson, *Kunskapande metoder inom samhällsvetenskapen* (pp. 115-144). Lund: Studentlitteratur.

Hagland, K., Hedrén, R., & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem - inspiration till variation.* Stockholm: Liber.

Hogden, J., & Williams, D. (2013). *Mathematics inside the black box - bedömning för lärande i matematikklassrummet.* (M. Oscarsson, Trans.) Stockholm: Liber.

Holgersson, I., & Wästerlid, C. (2018). Specialisering barns och elevers matematikutveckling. In B. Bruce, *Att vara speciallärare.* Falkenberg: Gleerups Utbildning AB.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up - helping children learn mathematics.* Washington DC: National Research Council.

Kragh, M., & Plantin Ewe, L. (2018). Speciallärarens arbete som kvalificerad samtalspartner. In B. Bruce, *Att vara speciallärare.* Falkenberg: Gleerups Utbildning AB.

Kreger Silverman, L. (2016). *Särskilt begåvade barn.* (G. Zetterström, Trans.) Stockholm: Natur och Kultur förlag.

Krutetskii, V. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren.* Chicago och London: The University of Chicago Pres.

Mattsson, L., & Pettersson, E. (2014). *Inledning – att uppmärksamma de särskilt begåvade eleverna.* Stockholm: Skolverket.

Mönks, F., & Ypenburg, I. (2009). *Att se och möta begåvade barn : [en vägledning för lärare och föräldrar].* Stockholm: Natur och Kultur.

Nilsson, B., & Waldermarson, A.-K. (2007). *Kommunikation - samspel mellan människor.* Lund: Studentlitteratur.

Persson, R. (1997). *Annorlunda land - särbegåvningens psykologi.* Falköping: Liber/ Almqvist & Wiksell.

Pettersson, E. (2011). *Studiesituationen för elever med särskilda matematiska förmågor.* Göteborg: Linnaeus university press.

Pettersson, E. (2017). *Elever med särskild begåvning.* Stockholm: Natur och Kultur förlag.

Pettersson, E., & Wistedt, I. (2013). *Barns matematiska förmågor - och hur de kan utvecklas.* Lund: Studentlitteratur.

Porter, L. (2005). *Gifted young children - a guide for teachers and parents.* New York: Open University Press.

Repstad, P. (2007). *Närhet och distans- kvalitativa metoder i samhällsvetenskap.* Lund: Studentlitteratur.

Rotigel, J. V., & Fello, S. (2004). Mathematically Gifted Students: How Can We Meet Their Needs? *Gifted Child Today, 27*(4), 46-51.

SFS 2010:800. (n.d.). *Skollag.* Stockholm: Utbildningsdepartementet.

SFS 2011:688. (n.d.). *Examensordning.* Retrieved from Svensk författningssamling: https://www.notisum.se/rnp/sls/sfs/20110186.pdf

Sharma, Y. (2013). Mathematical Giftedness: A Creative Scenario. *Australian Mathematics Teacher, 69*(1), pp. 15-24.

Skolverket. (2011). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet.* Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2013). *Skolverket.* Retrieved from https://www.skolverket.se/download/18.5dfee44715d35a5cdfa8511/1516017575021/0_Inledning.pdf

Sullivan, P., & Lilburn, P. (2005). *Good questins for math teaching - why ask them and what to ask grades K-6.* Sausalito: Math Solutions.

Szabo, A. (2017). Matematikundervisning för begåvade elever – en forskningsöversikt. *Nordisk matematikkdidaktikk, 22*(1), pp. 21-44.

Taflin, E. (2007). *Matematikproblem i skolan – för att skapa tillfällen till lärande.* Umeå: Umeå Universitet.

Vetenskapsrådet. (2002). *Vetenskapsrådet.* Retrieved from codex.se: http://www.codex.vr.se/texts/HSFR.pdf

Vetenskapsrådet. (2017). God forskningsed. Retrieved from Vetenskapsrådet: https://www.vr.se/download/18.2412c5311624176023d25b05/1529480532631/God-forskningssed_VR_2017.pdf

Ziegler, A. (2010). *Högt begåvade barn.* (I. Wikén Bonde, Trans.) Stockholm: Nordsteds.

Appendix

När det söktes vetenskapliga artiklar om ämnet särskilt begåvade barn inom matematik användes sökord som *mathematically gifted students*, *gifted children mathematics mentor, mathematical talent children, mathematical potential, mathematical abilities gifted children* samt *matematiskt begåvade elever.* Dessa artiklar söktes i databaserna ERIC via EBSCO samt Högskolan Kristianstads databas vid namn Summon. När rapporter och avhandlingar hittats användes referenslistorna för att hitta litteratur som var den mest frekventa. Begränsningar av sökningen i databaserna gjordes tidsmässigt till forskning mellan 2000-2018.

Bilaga 1

Brev till informantens vårdnadshavare

Hej
Jag heter Heléna Fransman och studerar till speciallärare mot matematikutveckling vid Högskolan Kristianstad.

Under läsåret 2018/2019 så skriver jag ett examensarbete som handlar om hur man kan stötta särskilt begåvade matematikelever utifrån den handlingsplan som 9 svenska kommuner tagit fram. (se bifogad handlingsplan)

Jag skulle vilja rikta insatser till ert barn under hela läsåret för att kunna stötta ert barn att nå sin fulla potential. Min tanke är att, så fort som möjligt, kunna boka in 1 dag i veckan, under skoltiden, för insatser i form av samtal och utmanande aktiviteter inom matematik till ert barn.

Insatserna kommer att genomföras med hjälp av videoinspelningar så jag kan reflektera över samt bedöma barnets lärande. Insatserna kommer att vara ca 60 min varje gång och inspelningarna kommer att behandlas konfidentiellt. I uppsatsen kommer det inte gå att utläsa vem personen, som deltagit, är eller från vilken skola uppgifterna kommer. Det går när som helst att avbryta deltagandet.

Med vänliga hälsningar Heléna Fransman

Vid frågor: kontakta mig 073-xxx xx xx

Detta brev skickas i två exemplar. Skriv under ett och skicka gärna tillbaka det i det frankerade kuvertet. Ni är välkomna att behålla det andra exemplaret.

- ☐ Vi samtycker att vårt barn får delta

- ☐ Vi samtycker **inte** att vårt barn får delta

Vårdnadshavares underskrift.

____

Vårdnadshavares underskrift.

____

Bilaga 2

Här redovisas de uppgifter som använts vid studien.

Vecka	**Uppgift**
Vecka 34	Kartläggning via Diamantdiagnoser från Skolverket. Diagnoser AG1-AG9
Vecka 35	Kartläggning via Diamantdiagnoser från Skolverket. Diagnoser AS1-AS9.
Vecka 36	Översiktsdiagnos av Olav Lunde. Syftet var bland annat att undersöka Kims spatiala förmåga.
Vecka 38	Algebra uppgifter från läromedlet *Favorit matematik 1A*. För årskurs 1
Vecka 39	Känguru matematik. Milou nivå, 2018 års tävling
Vecka 40	Känguru matematik. Milou nivå, 2018 års tävling.
Vecka 42	Känguru matematik, Ecolier nivå, 2006 års tävling
Vecka 43	Känguru matematik, Ecolier nivå, 2006 års tävling
Vecka 45	Känguru matematik, Ecolier nivå, 2017 års tävling
Vecka 48	Känguru matematik, Ecolier nivå, 2017 års tävling
Vecka 49	Matematikkluringar från matteboken.se
Vecka 3	Uppgift med stenplattorna ifrån Hagland och Taflin (2005)

Vecka 4	Uppgift med glassar ifrån Hagland och Taflin (2005)
Vecka 6	Uppgiften Banken, inspirerad av Sullivan & Lilburn
Vecka 7	Uppgiften Banken, inspirerad av Sullivan & Lilburn. (vi fortsatte då Kim önskade hitta flera lösningar på problemet)
Vecka 9	Uppgiften ”ifall du har tre par strumpor i tvättmaskinen. Du plockar upp två, vilka kan det vara?” (konstruerad av författaren)
Vecka 10	Uppgiften med spargrisarna. (för att kartlägga förmågan att minnas matematisk fakta)
Vecka 13	Uppgiften med mynten. Inspirerad av Sullivan & Lilburn
Vecka 15	Avslutande träffen med Kim där vi reflekterat över det som gjorts.